

THÈSE

présentée et soutenue publiquement le 20 juin 2003

pour l'obtention du

Doctorat de l'Université Pierre et Marie Curie - Paris 6
Spécialité Physique du Solide

par

Laure-Hélène BIZE-REYDELLET

Bruit quantique électronique et photons micro-ondes

Composition du jury

Président : Claude FABRE
Rapporteurs : Hélène BOUCHIAT
Markus BUTTIKER
Examineurs : Benoît DOUÇOT
Marc SANQUER
Directeur de thèse : D. Christian GLATTLI
Invité : Patrice ROCHE

“Le bruit fait peu de bien, le bien fait peu de bruit”
Saint François de Sales, *Maximes, Sentences et Pensées*.

Remerciements

Avant tout, je tiens à remercier Hélène Bouchiat et Markus Büttiker d'avoir accepté d'être les rapporteurs de ma thèse, ainsi que Benoît Douçot, Claude Fabre et Marc Sanquer d'avoir accepté de faire partie de mon jury. Merci à tous de vous être intéressés à mon travail, et d'être venus jusqu'à Saclay pour assister à ma soutenance.

Mon travail de thèse s'est déroulé à trois endroits : au CEA-Saclay, au Service de Physique de l'Etat Condensé (où j'ai passé le plus de temps), puis à l'Ecole Normale Supérieure, au Laboratoire de Physique de la Matière Condensée, et enfin à la préparation à l'agrégation de Montrouge où j'ai enseigné pendant trois ans. Partout, j'ai eu la chance d'apprendre beaucoup de choses et de côtoyer des personnes que j'apprécie énormément.

Je voudrais remercier Christian Glattli et Patrice Roche de m'avoir accueillie dans leur équipe du SPEC, et de m'avoir encadrée pendant ces trois années. Christian m'a initiée à la rigueur nécessaire à la réalisation d'expériences de "bruit", et m'a permis de comprendre les bases de la physique mésoscopique. Il m'a toujours sortie de ce que je croyais être des impasses. Patrice a été à mes côtés tous les jours, et j'ai pu profiter de son expérience de cryogéniste, de ses talents d'expérimentateur, de sa persévérance et de son optimisme. Je garderai un excellent souvenir de nos discussions de physique, des heures passées en salle de manip à espérer voir du PAT, mais je retiendrai surtout sa joie de vivre et son humour.

Merci à tous les gens que j'ai côtoyés ici, sans forcément travailler directement avec eux. Ceux qui sont encore là : Patrice Jacques (un grand merci pour ton aide technique et ta disponibilité), Jean-Louis Pichard, Tito Williams, Houman Falakshahi (merci pour le tour dans ton aspirateur!), Xavier Waintal (merci infiniment de m'avoir consacré tant de temps pour ma répétition de soutenance, et merci pour ton optimisme sans faille). Ceux qui seront là et que j'ai pu rencontrer : Julien Ségala, Sanae Boulay. Et enfin ceux qui ont été là : Valentin Rodriguez, Fabien Portier, Renaud Leturc, Frank Selva, Sophie Djordjevic, Leonardo di Carlo.

Mme Marciano et Sandrine Thunin m'ont beaucoup simplifié les nombreuses démarches administratives si caractéristiques du CEA, merci !

Une partie de mon travail s'est déroulé à l'Ecole Normale Supérieure, à Paris. Merci à Claude Delalande de m'avoir accueillie dans son laboratoire. Les expériences réalisées n'auraient jamais abouti sans l'aide de Bernard Plaçais, d'une gentillesse immense, et qui n'a jamais compté le temps passé à me venir en aide. Merci également à Jean-Marc Berroir, avec qui j'ai eu de nombreuses discussions enrichissantes, tant scientifiques que philosophiques. J'ai pu manipuler régulièrement grâce à notre fournisseur d'hélium, Olivier Andrieu que je remercie. Enfin, Je remercie tous les membres du groupe avec lesquels j'ai passé du temps : Thierry Jolicoeur, Adrian Bachtold, Julien Gabelli, Bertrand Bourlon.

Enfin, j'ai eu la chance d'être "agrégé préparateur" pendant ma thèse. J'ai beaucoup appris en enseignant à la prépa agreg avec lesquels j'ai pu discuter : Pierre Desbiolles, Frédéric Boyer, Frédéric Chevy, Rémy Berthet, Julien Browaey, Christophe Voisin, Emmanuelle Deleporte, Frédéric Caupin, Jean Hare, François-Xavier Bally... Merci aussi et bravo à Eric Guineveu et

Geneviève Sanika pour leur efficacité et leur dévouement.

Pour finir, je pense à toutes les personnes qui m'entourent de leur affection au quotidien. Merci à mes parents, frères et soeur, et aussi à ma famille plus lointaine, mes nombreux cousins et cousines ! Merci à ma source de bonheur et de joie : Guillaume, et nos enfants, Solène, Sylvain, et ceux qui suivront...

Table des matières

Introduction générale	13
Summary of the thesis	
Résumé de la thèse en anglais	17
I Généralités sur le bruit dans les conducteurs mésoscopiques	29
1 Introduction, définitions et historique	33
1.1 L'échelle mésoscopique	33
1.1.1 Le transport classique	33
1.1.2 Les échelles de longueur dans un conducteur	34
1.1.3 Transport quantique : dualité onde-corpuscule	36
1.2 Bruit dans un conducteur mésoscopique	37
1.2.1 Définitions du bruit	37
1.2.2 Bruit thermique, ou bruit Johnson-Nyquist	38
1.2.3 Bruit en $1/f$	38
1.2.4 Bruit de partition	39
1.3 Quelques observations expérimentales des dix dernières années	45
1.3.1 Réduction du bruit de grenaille	45
1.3.2 Charge des excitations élémentaires, ou quasi-particules e^*	46
1.3.3 Conducteurs désordonnés	49
1.4 Perspectives d'expériences à développer	50
1.4.1 Mesure du bruit à fréquence finie	50
1.4.2 Moments d'ordres supérieurs des fluctuations du courant	51
1.4.3 Contexte de cette thèse	54
2 Théorie de la diffusion en seconde quantification	55
2.1 Cadre général, hypothèses et notations	55
2.2 Conductance d'un système mésoscopique	56
2.2.1 Cas unidimensionnel : 1 canal, 2 contacts	56
2.2.2 Cas quasi-unidimensionnel : plusieurs canaux, 2 contacts	59
2.3 Bruit d'un conducteur mésoscopique	60
2.3.1 Cas unidimensionnel : 1 canal, 2 contacts	60
2.3.2 Cas quasi-unidimensionnel : plusieurs canaux, 2 contacts	62
2.4 Dépendance du bruit d'un conducteur mésoscopique avec la fréquence	65
2.4.1 Introduction, conservation du courant	65
2.4.2 Bruit à "basse" fréquence en présence de transport continu	65

II	Bruit photo-assisté dans un contact ponctuel quantique	69
3	Montage expérimental	73
3.1	Obtention d'un conducteur quantique balistique	73
3.1.1	Formation du gaz bidimensionnel d'électrons	73
3.1.2	Réalisation du contact ponctuel quantique	74
3.1.3	Caractéristiques de l'échantillon utilisé	77
3.2	Choix des paramètres expérimentaux	77
3.2.1	Obtention de basses températures	77
3.2.2	Fréquences de mesure	78
3.3	Description du montage expérimental	80
3.3.1	Mesures de conductance	80
3.3.2	Mesures de bruit	82
3.3.3	Description du montage expérimental	83
3.4	Analyse des données	86
4	Théorie de la diffusion appliquée au bruit photo-assisté, et premières expériences	91
4.1	Retour sur la seconde quantification	91
4.2	Densité spectale de bruit à tension nulle $V = 0$	93
4.3	Densité spectrale de bruit en présence de transport	95
4.4	Résultats obtenus par le groupe de Yale	97
5	Résultats expérimentaux	101
5.1	Mesures de conductance	101
5.2	Mesures en l'absence de modulation RF : détermination de la température électronique initiale	101
5.2.1	Mesures de bruit de partition	101
5.2.2	Mesures de bruit thermique à transmission 1	102
5.3	Bruit à tension nulle, en présence de modulation RF	104
5.3.1	Bruit à tension nulle sur les plateaux : effet de chauffage	104
5.3.2	Confirmation du chauffage : bruit aux tensions $eV \gg h\nu, k_B T$	105
5.3.3	Bruit à tension nulle et à transmission 1/2	106
5.3.4	Effet de moyennage ?	108
5.4	Bruit à tension nulle, mesure du facteur de Fano	108
5.5	Application de RF et d'une tension continue	109
5.6	Expériences à $\nu = 8.73 \text{ GHz}$	113
5.7	Conclusions et perspectives	115
III	Expérience du type Hanbury-Brown et Twiss avec des photons radio-fréquences	119
6	Bruit électronique et photonique	123
6.1	Cadre général de l'expérience	123
6.2	Les expériences de corrélations de photons : Hanbury-Brown et Twiss (HB&T)	124
6.2.1	Historique des expériences de HB&T	124
6.2.2	Approche classique de l'expérience de HB&T	125
6.2.3	Des ondes aux photons	127

6.2.4	Autres expériences de corrélations de photons	128
6.3	Corrélations avec des photons radio-fréquences	129
6.4	Démarche expérimentale suivie	130
7	Montage expérimental	133
7.1	Description du montage	133
7.1.1	Principe des mesures et schéma du montage expérimental	133
7.1.2	Description des chaînes de mesure	133
7.1.3	Différentes configurations de mesures	138
7.2	Calibration des différents éléments	141
7.2.1	Matrice de diffusion du T	141
7.2.2	Filtre	144
7.2.3	Chaînes d'amplification	144
8	Source thermique incohérente	151
8.1	L'approche de diffusion quantique appliquée aux photons	151
8.2	Résultats expérimentaux	153
8.2.1	Chaîne seule : structure à deux contacts (deux branches)	154
8.2.2	Séparateur : structure à quatre contacts (quatre branches)	158
8.2.3	T : structure à trois contacts (trois branches)	160
9	Source d'ondes Radio-Fréquences monochromatiques	171
9.1	Analogie optique : état cohérent, statistique poissonnienne	171
9.1.1	Rappels sur les états nombre du champ électromagnétique	172
9.1.2	Etats quasi-classiques ou cohérents du champ électromagnétique	173
9.1.3	Description de la source RF en termes d'états cohérents	175
9.2	Retour sur la démarche de la seconde quantification	177
9.2.1	Rappel sur la manière de traiter une source thermique	177
9.2.2	Source cohérente	179
9.2.3	Description de la source thermique en termes d'états cohérents	180
9.2.4	Conclusion	182
9.3	Rôle et description des amplificateurs linéaires et des atténuateurs	182
	Rôle et description des amplificateurs linéaires et des atténuateurs	182
9.3.1	Amplificateur et atténuateur : action sur les opérateurs bosoniques \hat{a} et sur la puissance moyenne	183
9.3.2	Bruit en sortie d'un amplificateur ou atténuateur	187
9.3.3	Bruit d'une source thermique, et d'une source monochromatique amplifiée et/ou atténuée	189
9.3.4	Deux éléments en série	191
9.3.5	Cas expérimental : source monochromatique atténuée, une chaîne d'am- plification	191
9.3.6	Récapitulatif des résultats théoriques	193
9.4	Modifications du montage expérimental	193
9.4.1	Atténuation du signal délivré par la source	193
9.4.2	Filtrage	194
9.5	Résultats expérimentaux	196
9.5.1	Chaîne seule	196
9.5.2	Séparateur	197

10 Conclusions et perspectives	207
10.1 Conclusion	207
10.2 Le bruit électronique comme source de photons	207
10.3 Mesure des moments d'ordres supérieurs des fluctuations du courant	208
 Conclusion générale	 213
 A Corrélations pour différentes statistiques	 215
A.1 Calculs bosoniques	215
A.2 Calculs fermioniques	218
A.3 Calculs classiques	219
 B Les fluctuations quantiques du vide	 221
 C Bruit dans une géométrie à plusieurs contacts et plusieurs canaux	 223
 D Majoration du bruit de partition dû à la dissymétrie du chauffage	 227
 E Mesures de bruit à basse fréquence : terme en $\delta(\omega + \omega')$	 229
 F Modèle d'atténuateur	 231

Introduction générale

La physique mésoscopique expérimentale a pu se développer ces vingt dernières années, notamment grâce aux progrès réalisés dans les domaines de la nanofabrication et de la cryogénie. En effet, on appelle physique mésoscopique l'étude d'un système dont la longueur L est inférieure à la longueur de cohérence de phase l_ϕ de ses électrons. Afin de remplir cette condition, il est nécessaire de pouvoir réaliser des systèmes les plus petits possibles (d'où l'importance de la fabrication), et d'atteindre des longueurs de cohérence de phase suffisamment grandes (d'où l'importance de la cryogénie). A une telle échelle, la fonction d'onde électronique garde une phase bien définie, ce qui rend visibles des effets d'interférence. Le transport ne peut plus être étudié par des modèles classiques, et peut alors être décrit en termes de transmission d'ondes électroniques, description introduite par Landauer en 1957 [1, 2]. Dans les années 1980, des confirmations expérimentales de ce modèle furent observées. En particulier, en 1988, la quantification de la conductance en paliers de $2e^2/h$ fut mise en évidence dans un conducteur quasi-unidimensionnel, où l'on peut faire varier le nombre de modes électroniques transmis : un contact ponctuel quantique. Le transport étant décrit de manière quantique sur une échelle mésoscopique, on peut également adopter une vision corpusculaire des porteurs de charge. Alors que la conductance met en évidence leur caractère ondulatoire, l'aspect corpusculaire ne peut être mis en évidence qu'en considérant non pas des grandeurs moyennées, mais leurs fluctuations. C'est la raison pour laquelle l'intérêt s'est porté vers la physique du "bruit", c'est-à-dire l'étude des fluctuations de courant, d'abord théoriquement au début des années 1990, puis expérimentalement à partir de 1995. Une particule incidente sur un conducteur mésoscopique balistique, modélisé par une barrière de potentiel, a une probabilité D d'être transmise, et $R = 1 - D$ d'être réfléchi. L'état de la particule est donc une superposition quantique de l'état "réfléchi" et de l'état "transmis". Le résultat de la mesure du nombre d'électrons transmis est donc de nature probabiliste. Cela conduit à des fluctuations du courant, que l'on appelle "bruit de partition", puisque son origine réside en la partition quantique des porteurs de charge au niveau de la barrière diffusante. Dans le cas d'un conducteur réel, les états incidents concernent plusieurs particules, si bien que la symétrie de leur fonction d'onde intervient : les fluctuations de courant sont sensibles à la statistique des porteurs de charge.

La théorie de la diffusion (*scattering* en anglais) [3, 4] permet de calculer les fluctuations de courant dans de nombreuses situations, lorsque les quasi-particules responsables du transport n'interagissent pas entre elles. Il a ainsi été démontré que, dans un conducteur balistique, la densité spectrale du bruit en courant à basse fréquence vaut :

$$S_I = 2e^* I(1 - D)$$

e^* est la charge des quasi-particules. Cette formule a été vérifiée expérimentalement [5, 6], et a permis la mesure de la charge des quasi-particules en régime d'effet Hall quantique fractionnaire [7, 8] lorsque $D \ll 1$, et en présence de réflexions d'Andreev au contact entre un métal normal et un supraconducteur [9, 10, 11, 12]. Par ailleurs, l'effet du désordre sur la distribution de probabilité des transmissions D a également été étudié, théoriquement et expérimentalement [13, 14, 15, 16, 17, 18, 19].

Des développements théoriques récents sur la physique du bruit d'un conducteur mésoscopique nécessitent des investigations expérimentales.

- Les propriétés du bruit citées précédemment concernent le bruit dans la limite où la fréquence tend vers zéro. La dépendance du bruit avec la fréquence a été peu explorée expérimentalement [20], et soulève la question de la mesurabilité des fluctuations quantiques de point zéro [21, 22].
- Beaucoup de travaux théoriques ont été effectués afin d'étudier la statistique des particules transmises à travers un conducteur quantique [23, 24, 25, 26, 27], et des expériences com-

mentent à être réalisées afin de mesurer le moment d'ordre 3 des fluctuations du courant [28].

- La mesure du bruit électronique à fréquence finie permet de décrire le système de mesure en termes de photo-détection. Se pose alors la question de connaître la statistique des photons émis par le bruit électronique d'un conducteur mésoscopique [29].

Cette thèse contribue à l'avancée de la physique mésoscopique expérimentale dans ces directions.

Dans une première partie, nous introduisons plus précisément la notion de “bruit” en physique mésoscopique. Puis nous présentons de nombreuses expériences qui ont permis de valider les résultats théoriques établis auparavant, et de motiver des investigations dans ce domaine. Enfin, nous exposons la théorie de la diffusion en seconde quantification, qui permet d'obtenir l'expression de la densité spectrale de bruit dans de nombreuses situations (notamment celles étudiées dans cette thèse).

Dans la deuxième partie de cette thèse, nous nous sommes intéressés au bruit à basse fréquence dans un contact ponctuel quantique, en présence d'une modulation par une onde radiofréquence. L'un des contacts du conducteur est irradié de photons, et nous avons pu observer pour la première fois du bruit de partition, en l'absence de courant moyen traversant l'échantillon. De cette manière nous avons validé l'application de la théorie de la diffusion au bruit photo-assisté.

La dernière partie de ma thèse constitue la première étape de la réalisation d'une expérience permettant la mesure du bruit électronique à haute fréquence, ainsi que des moments supérieurs des fluctuations du courant. Pour cela, on utilise des détecteurs quadratiques, qui délivrent un signal proportionnel à la puissance qu'ils reçoivent. Ainsi, le signal de sortie du détecteur peut être vu comme une puissance de bruit électronique, ou encore comme une puissance moyenne de photons reçus par le détecteur. Le montage expérimental réalisé permet donc de manière équivalente d'avoir accès aux moments d'ordre 4 du courant, ou bien à la statistique des photons se propageant dans les câbles coaxiaux. Nous avons ainsi effectué les premiers tests de ce système de mesure en mesurant la statistique de deux sources de photons différentes : une source thermique, incohérente, consistant en une résistance de $50\ \Omega$ macroscopique, et une source monochromatique cohérente.

Summary of the thesis

1. Introduction

Experimental mesoscopic physics has emerged during the past two decades, as a result of progress made in the nanofabrication field and in cryogenic technics. A mesoscopic conductor is characterized by the fact that an electron (or more generally a carrier) keeps its phase perfectly determined during its transit time across the sample. In other words, the conductor length is smaller than the coherence length of electrons. At such a scale, transport is quantum, and a carrier can be seen as a particle and as a wave at the same time. Whereas the wave behavior of electrons can be studied via conductance measurements, the particle behavior is visible in current fluctuations. A quantum conductor can be described in terms of transmission : an incident particle can be transmitted with probability D , and reflected with probability $R = 1 - D$. The particle state is a superposition of transmitted and reflected state, so that the measurement of the particle by decoherence in the contact is probabilistic. This leads to current noise, called partition noise since its source is the quantum partition of carriers at the barrier (or scatterer). In the case of a real conductor, several particles are incident, and effects of the quantum statistics appear. Partition noise is thus a way to characterize particles statistics since we observe a many particle effect.

The scattering theory of transport [1, 2, 30, 3, 4] is a powerful tool to calculate the current spectral density in situations where carriers (more precisely quasi-particle) are non interacting. In the zero-frequency limit, the current noise power of a single mode conductor is :

$$S_I = 2e^*I(1 - D)$$

e^* is the quasi-particle charge, and D is the transmission of the ballistic conductor. This formula has been verified experimentally [6, 5], and has been used to determine the quasi-particle charge in the fractional quantum Hall effect when $D \ll 1$ [8, 7], and in presence of Andreev reflection at a Normal-Superconductor junction [10, 11, 12]. The $1 - D$ dependance is valid for a ballistic conductor, and this expression is modified in presence of disorder. Experimental and theoretical studies of disorder are various [13, 14, 18, 15, 16, 17].

Some of the further possible experimental developments in the field of mesoscopic noise are :

1. study of photo-assisted noise, observation of the expected singularity of low frequency noise for $eV = h\nu$ (here ν is the irradiation frequency) and observation of partition noise without net transport[31, 32, 33].
2. the frequency dependance of shot noise, and the expected singularity of noise for voltage bias $eV = h\nu$ [20]. It raises the question of measurability of zero point fluctuations [21, 22, 34]
3. measurement of counting statistics of charge transmitted through a quantum conductor [23, 24, 25, 26, 27, 28]
4. measurement of counting statistics of photons produced by electronic shot noise[29]

This thesis is made of two parts. The first part concerns photo-assisted noise in a quantum point contact (QPC), and can be interpreted as a step towards the first point quoted above. Our experiment consists in modulating one side of the QPC with a microwave and measure the shot noise under irradiation, with and without bias voltage. The second part of this thesis is dedicated to all points quoted above : we realized an experimental set-up able to measure high frequency noise (between 1 and 2 *GHz*), and to measure the statistics of photons emitted by a conductor in the measurement circuit. In the limit where the coupling between the conductor and the circuit is weak, this set-up would give information on the fourth momentum of the charge transmitted through the conductor. We used square law detectors. Correlations at the output of this detector

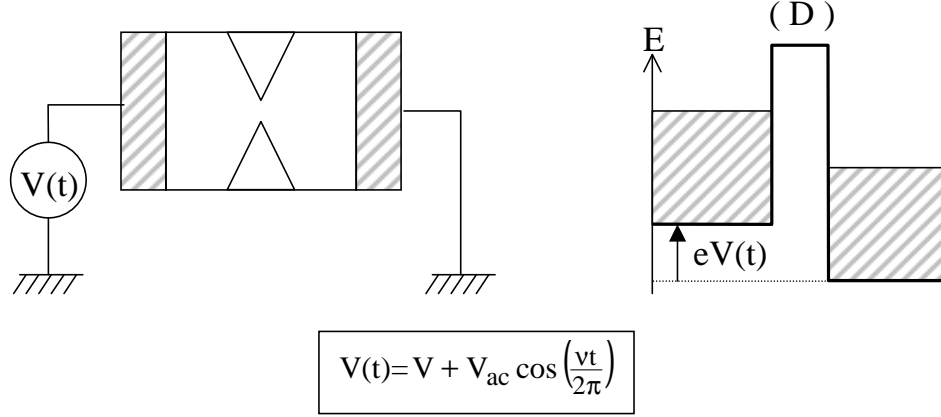


FIG. 1 – We studied a quantum point contact (on the left side of the figure), modelled by a potential barrier (on the right side), whose one contact is modulated by a micro-wave at frequency ν . The voltage difference between the contacts is $V + V_{ac} \cos(\nu t/2\pi)$.

can be seen as higher order moments of the charge transmitted through a conductor, or as the power fluctuations of photons propagating through coaxial cables. Here, we describe only the first tests of this set-up : we measured the photon statistics of two kinds of sources, a thermal source, consisting in a $50\ \Omega$ macroscopic resistor and a coherent monochromatic source.

2. Photo-assisted noise

This section is devoted to the study of shot noise in a Quantum Point Contact, with one of its contact modulated at a microwave frequency, as shown on Fig. (1). Our sample is a 2D electron gas, made at the interface of GaAs and AlGaAs. Two negatively polarized split gates deposited on the top of the sample, allow one to tune the transmission of this 1D ballistic conductor. The voltage noise power S_V is measured using a cross correlation technique [35] in the 2.6 to 4.2 kHz range [33]. The current noise power is then calculated : $S_I = G^2 S_V$, G being the differential conductance, simultaneously measured with a lock-in technique. The sample is placed in a dilution refrigerator, so that the base temperature is 28 mK .

Calibration of electronic temperature and base noise of the amplifiers : measurement without RF

Without radio-frequency (RF) modulation, the scattering theory [3, 4] gives the following expression for the current noise spectral density (in the zero frequency limit) as a function of the voltage

$$S_I = 4k_B T \frac{2e^2}{h} \left(\sum_n D_n^2 + \sum_n D_n (1 - D_n) \frac{eV}{2k_B T} \coth\left(\frac{eV}{2k_B T}\right) \right) \quad (1)$$

In this equation, T is the electronic temperature, and D_n is the transmission of the n -th electronic mode of the constriction. The QPC conductance is then $G = \frac{2e^2}{h} \sum_n D_n$. In the high voltage limit, where $eV \gg k_B T$, the current noise spectral density is Poissonian, with a Fano factor $\mathcal{F} = \sum_n D_n (1 - D_n) / \sum_n D_n$:

$$S_I \simeq 2e (GV) \mathcal{F}$$

In the low voltage limit, $eV \ll k_B T$, the current noise power is simply Johnson-Nyquist noise :

$$S_I = 4k_B T G$$

The first step of our experiment is to measure shot noise, in the absence of RF modulation. A fit of our data with the theoretical formula (1) gives the electronic temperature : $T_0 = 90 \text{ mK}$, and the base current noise due to the amplifier current noise and to the polarization resistance of $100 \text{ M}\Omega$ at room temperature : $S_{I_0} = 5.2 \cdot 10^{-28} \text{ A}^2/\text{Hz}$.

Calibration of heating due to RF and of the coupling strength between RF and electrons : noise measurement with no bias, as a function of RF power

When a RF voltage is applied, the scattering theory is still valid [36], as soon as we take into account the absorption of photons at frequency ν by an electron. Experimentally, the RF frequency ν is determined by measuring a weak photocurrent. A good coupling between the RF and the sample was obtained for $\nu = 17.32 \text{ GHz}$, so that we have $h\nu \gg k_B T$.

When no bias voltage is applied ($V = 0$), the theoretical noise temperature¹ in the limit where $h\nu \gg k_B T$ is :

$$T_N = T \left\{ J_0^2(\alpha) + \frac{\sum_n D_n^2}{\sum_n D_n} (1 - J_0^2(\alpha)) \right\} + \frac{\sum_n D_n (1 - D_n)}{\sum_n D_n} \sum_{l=1}^{+\infty} J_l^2(\alpha) \frac{lh\nu}{k_B} \quad (2)$$

In this formula, $\alpha = eV_{ac}/h\nu$, where V_{ac} is the RF voltage across the sample. α determines the coupling strength between electrons and photons. The first term of this equation is proportional to the electronic temperature, and corresponds to the thermal noise of electrons. The probability for an electron to absorb l photons is $J_l^2(\alpha)$, so $J_0^2(\alpha)$ is the probability for an electron to be “unpumped”, and $1 - J_0^2(\alpha)$ is the probability to be “pumped”. In the zero temperature limit, there is still noise, even when no bias is applied : the second term of formula (2) is proportional to the usual Fano factor \mathcal{F} and can be interpreted as the partition noise of electron-hole pairs created by the absorption of photons. Actually, an electron, coming from the left reservoir at energy $\epsilon < h\nu$ below the Fermi level, cannot generate noise, unless it absorbs a photon. Then the electron is above the Fermi energy and can be either transmitted (no electron at this energy in the right reservoir) or reflected, and creates partition noise. The hole, left by the pumped electron in the left reservoir also generates a partition noise (it can be either transmitted either reflected), that add incoherently with the electron noise. Since this second term is a partition noise, it vanishes for integer transmission.

First, we measured current noise for a transmission 1 (resp. 2), which means the first (respectively the two first) electronic mode of the QPC is perfectly transmitted, with no bias applied, as a function of RF power. We expect then (see formula (2) only thermal noise : $T_N = T$). The experimental data are presented in figure (2). The noise temperature is plotted as a function of the square root of the RF source power P . We can see that the noise temperature, which is also the electronic temperature) increases with RF power. This experiment allows us to characterize the RF heating and to determine the electronic temperature, which is a crucial parameter of the theory, as a function of RF power.

Secondly, we made the same measurement at a transmission $D = 1/2$. The data are shown on figure (2). The noise temperature increase is much larger than at transmission 1, which proves that shot noise occurs for non integer transmission. Taking into account the heating, Eq. (2) fits the experimental data extremely well, and this provides a calibration of RF coupling, that is the proportionality factor between α and \sqrt{P} .

¹The noise temperature is defined by : $T_N = S_I/4k_B G$.

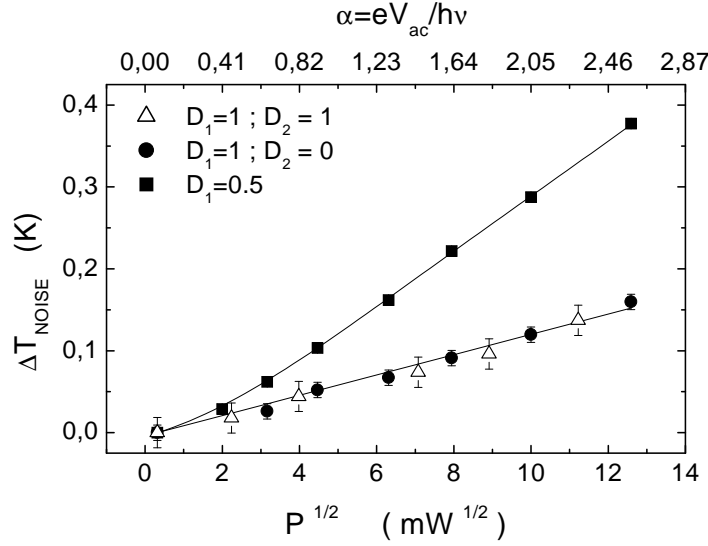


FIG. 2 – Excess noise temperature as a function of RF power P on the top of the fridge at 17.32 GHz . From the noise increase at transmission 1, we deduce the electronic temperature increase due to dissipation. The solid line for $D = 0.5$ is a fit using Eq. (2) when taking into account the temperature increase. It gives the proportionality between α and $P^{1/2}$.

Complete test of the scattering theory of photo-assisted noise : measurement of Fano factor in the absence of bias, and noise measurements in the presence of both RF and bias voltage

To fully characterize shot noise of electron-hole pairs, we made a systematic study of noise as a function of transmission. Since α and T are known as a function of RF power, we can extract from data the thermal noise, and plot only the partition noise (see figure (3)) as a function of transmission. The solid line of figure (3) is the theoretical formula, without any adjustable parameter.

A further check that photo-assisted noise is the underlying mechanism is to apply both RF and a bias voltage on the QPC. At zero temperature, a singularity in the noise derivative at $eV = h\nu$ is expected. In our experimental situation, heating due to RF makes the singularity rounded. However, as shown on figure (4), we can compare experimental data with the scattering theory of photo-assisted noise, without any adjustable parameter and we find a perfect agreement. Simple heating would not be possible to account for all features of the data.

To summarize, absolute noise measurements on a quantum point contact under RF irradiation have provided a direct demonstration that the quantum partition noise of electrons can be observed when no current flows through the sample. This is possible because of photo-created electron-hole pairs scatter at the point contact generating current fluctuations. The photo-assisted process has been further brought into evidence when applying finite voltage leading to singularities for $eV = h\nu$. All data show perfect agreement with the quantum scattering theory of photo-assisted shot noise.

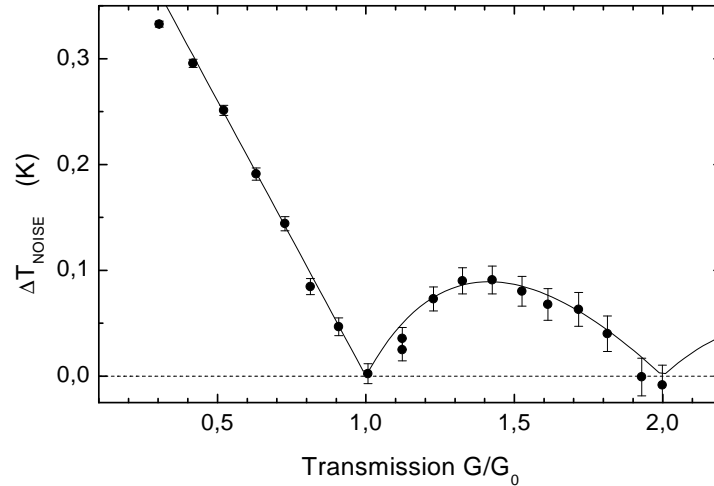


FIG. 3 – Noise temperature increase as a function of the transmission G/G_0 when applying a 17.32 GHz ac excitation with $\alpha = 2.3$. The effect due to heating deduced from Fig. (2) has been removed. The solid line is the quantum suppression of the noise $\sum_n D_n(1 - D_n)/\sum_n D_n$.

3. Hanbury-Brown and Twiss experiments with microwave photons

Our motivations for the second part of this thesis are the study of the statistics of photons, produced by electronic shot noise in a phase coherent conductor [29], and the detection of quantum noise and zero point fluctuations [21, 22]. The first step, presented here, is to realize an experimental set-up able to measure high frequency shot noise, and moments of order 3 or 4 of the statistics of charge transmitted through a mesoscopic conductor. “High” frequency means that we are not in the zero frequency limit as in the previous paragraph, but we want to be able to see the noise dependence with frequency. The energy scale of noise variation is $k_B T$, T being the electronic temperature. The final set-up will be inserted in a dilution refrigerator able to reach 10 mK , which corresponds to 0.2 GHz . That is why we chose to use low noise cryogenic amplifiers with a bandwidth between 1 and 2 GHz . In order to reach the fourth moment of current, we use a square law detector, giving a signal proportional to the instantaneous power in the circuit, d.c. power excluded, ($P = R(\Delta I)^2$), so that we can measure noise power fluctuations :

$$\begin{aligned} \langle (\Delta P)^2 \rangle &= R^2 \langle (\Delta(\Delta I)^2)^2 \rangle \\ &= R^2 \langle (\Delta I)^4 \rangle - R^2 \langle (\Delta I)^2 \rangle^2 \end{aligned}$$

R is the resistance used to measure the noise, and I is the current through it. Since we deal with electrical power in coaxial cables, we can also describe the system in terms of photon detection. Actually, electrical current is coupled to electromagnetic modes inside the cable, and the noise power can be seen as a photon power. The square law detector equivalently gives the instantaneous photon power emitted by the conductor. A spectrum analyzer at the output of the detector can give the photon power fluctuations. This set-up is also able to measure the statistics of photons produced by a conductor (but only up to the second moment).

In this thesis, we present the first test of the system efficiency in terms of photon detection. We studied the statistics of photons emitted by a macroscopic resistor, and showed experimentally that the photon noise is super Poissonian, since the resistor is a black body radiation

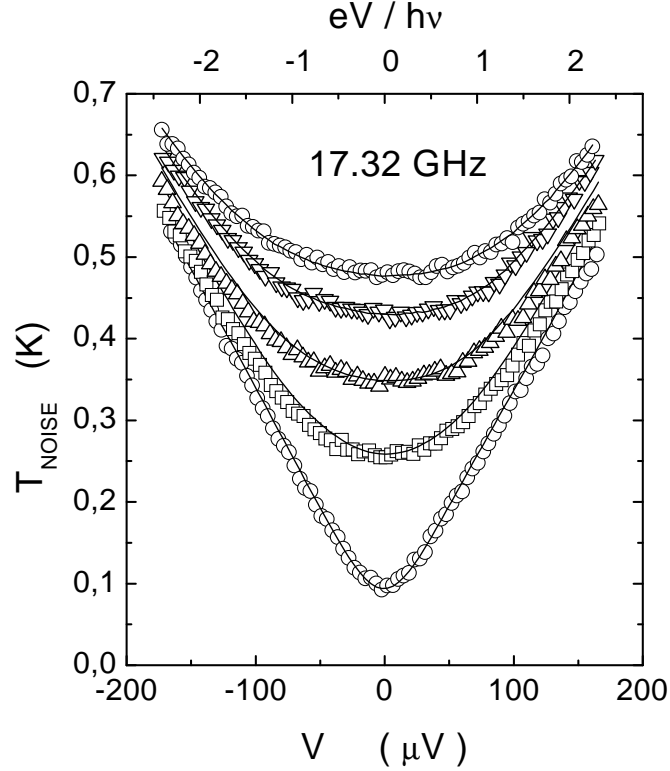


FIG. 4 – Noise temperature versus bias voltage. The solid lines are the theoretical curves with α and T deduced from the equilibrium noise under RF illumination (see Fig. (2)). $\alpha = 0.065; 1.29; 1.83; 2.30; 2.58$ and $T = 94; 168; 200; 229; 246 \text{ mK}$.

source : $\langle (\Delta P)^2 \rangle \propto \langle P \rangle^2$. A second test of the measurement system has consisted in studying another statistics : a monochromatic radiofrequency source is shown to generate Poissonian noise ($\langle (\Delta P)^2 \rangle \propto \langle P \rangle$), with a giant Fano factor determined by the amplifier noise.

To study the statistics of photons, we use the method introduced by Hanbury-Brown and Twiss (HB&T) [37, 38], which consists in intensity interferometry : two photons sources are “mixed” by a splitter, as shown on the left side of Fig. (5), reflected and transmitted beam intensities are correlated. Since the incident state is a many particle state, then the results of correlations depend on the particle statistics, even if particles are non interacting. In the GHz range, the incident beam is divided by a splitter (right side of Fig. (5)), which includes the source b , which is a built-in 50Ω impedance so that there is a perfect impedance match. The 50Ω impedance at $T = 0 \text{ K}$ is equivalent to the vacuum channel in optical experiments.

Our experimental set-up is schematized on Fig. (6). It consists in two measurement channels, containing each a cryogenic low noise amplifier (its noise temperature is about 6 K), a bandpass filter (its bandwidth is $\Delta F_{1,2} \simeq 1 \text{ GHz}$), a second amplification stage at room temperature, a square law detector. The continuous part of the signal at the detector output is proportional to the mean power. The output signal is filtered and injected in the spectrum analyzer, then we can measure the power fluctuations on a bandwidth $\Delta f = 150 \text{ kHz}$. The measurement time is thus much longer than the response time of the detector ($1 \mu\text{s}$).

Let us now present experimental results concerning a thermal source, which is a 50Ω resis-

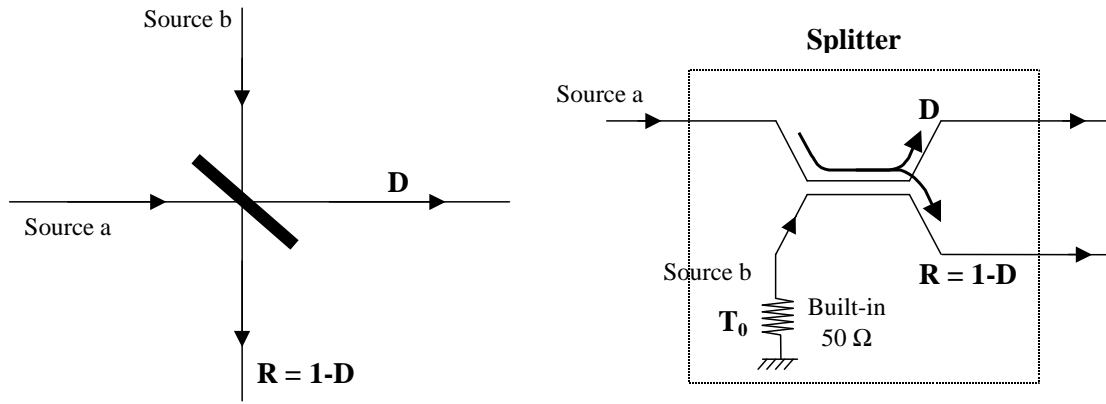


FIG. 5 – On the left side : principle of Hanbury-Brown and Twiss intensity interferometry experiment with optical photons. Two sources emit photons towards a beam splitter. Intensity correlations are made between the two output beams. In HB&T experiments, source b is vacuum since $k_B T_{room} \ll h\nu_{optical}$, where T_{room} is the room temperature and $\nu_{optical}$ is the optical photons frequency. This condition is not realized for GHz photons. On the right side : the equivalent set-up for GHz photons uses a different technology. The beam splitter is replaced by a “power splitter”, which includes the source b . It is a $50\ \Omega$ macroscopic resistor, emitting thermal noise. In our experiment, the power splitter is at liquid helium temperature $T_0 = 4.2\ K$ so that $k_B T_0 \gg h\nu_{GHz}$.

tance, and a classical monochromatic RF source.

Thermal sources : incoherent black body radiation

The scattering theory of noise can be generalized for photons, and the theoretical results concerning respectively the mean power, the autocorrelation of power fluctuations and cross correlations are :

$$\begin{aligned}\langle P_1 \rangle &= \int (Df + Rf_0) h\nu d\nu \\ \langle (\Delta P_1)^2 \rangle &= 2 \int (Df + Rf_0)(1 + Df + Rf_0) (h\nu)^2 d\nu \\ \langle \Delta P_1 \Delta P_2 \rangle &= 2 \int DR(f - f_0)^2 (h\nu)^2 d\nu\end{aligned}$$

In these equations, f is the Bose-Einstein distribution of source a at temperature T , and f_0 is the Bose Einstein distribution of source b , at temperature $T_0 = 4.2\ K$ since the splitter is at liquid helium temperature. The power fluctuations are expressed in W^2/Hz , which means we already took into account the measure bandwidth $\Delta\nu$. Source a temperature is varying between 4 and 25 K , and the frequency of detected photons is around 1 GHz , so that we can write $f \simeq k_B T/h\nu$ and $f_0 \simeq k_B T_0/h\nu$. Moreover, for a splitter, $D = R = 1/2$, and if we take into account the amplifier noise temperature T_N , then the expected expressions are :

$$\langle P_1 \rangle = k_B \left(\frac{T}{2} + \frac{T_0}{2} + T_{N,1} \right) \Delta F_1 \quad (3)$$

$$\langle (\Delta P_1)^2 \rangle = 2 \left[k_B \left(\frac{T}{2} + \frac{T_0}{2} + T_{N,1} \right) \right]^2 \Delta F_1 \quad (4)$$

$$\langle \Delta P_1 \Delta P_2 \rangle = 2 \left[k_B \left(\frac{T}{2} - \frac{T_0}{2} \right) \right]^2 \Delta F \quad (5)$$

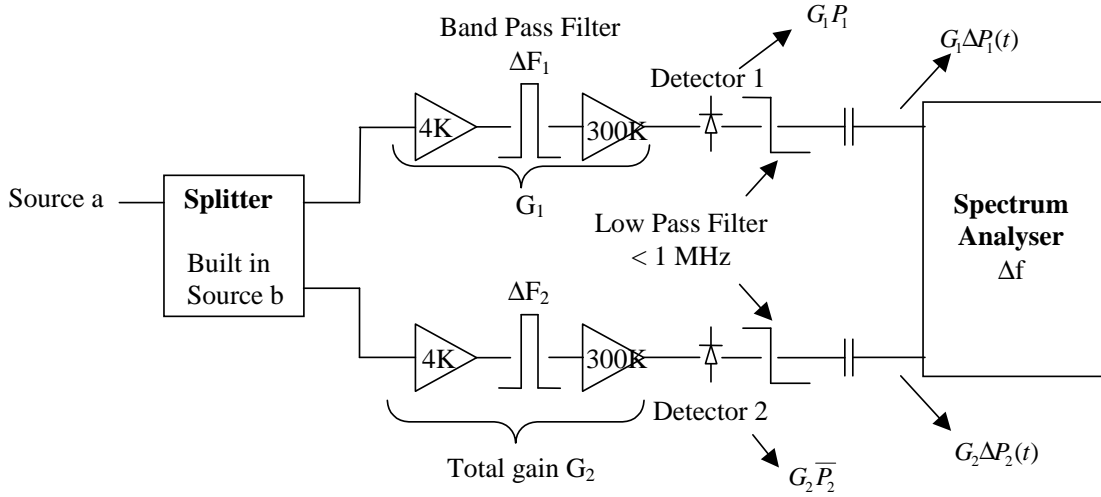


FIG. 6 – Diagram of the experimental set-up of our correlation experiment aiming at measuring photon statistics of source *a*. After being split, the source signal is amplified by the mean of two low noise cryogenic amplifiers first and then by a second amplification stage at room temperature. Square law detectors deliver a signal proportional to the photon power : at the output, the continuous voltage is proportional to the mean photon power, and low frequency voltage fluctuations are proportional to photon power fluctuations. The latter are measured by a spectrum analyzer. G_1 and G_2 are the total gains of amplification chains, ΔF_1 and ΔF_2 their bandwidth ($\Delta F \simeq 1 \text{ GHz}$). The spectrum analyzer measures voltage fluctuations on a bandwidth $\Delta f = 2.6 \text{ kHz}$.

We find the classical result that the power fluctuations are proportional to the square of the mean power. Cross correlations are not sensitive to the amplifier noise, and they disappear as soon as both of the sources are at the same temperature. The experimental results are presented on Fig. (7). We plotted the mean power and the correlations in terms of temperature as a function of $T/2$ ($T - T_0$ for the cross correlations). As expected theoretically, our experimental data points are perfectly aligned. The slope, expected to be 1 are 20 % larger. We explain this difference by the uncertainty of our calibration with a network analyzer. The set-up has been modified between the calibration and the measurement (just by connecting and disconnecting cables), so the impedance mismatches are not exactly the same and it can explain such a difference in the gain. However, we can conclude that we observed the super Poissonian photon noise of a thermal source, since the power fluctuations are proportional to the square of the mean power.

Monochromatic coherent source : Poissonian statistics

To further test our experimental system, we used as source *a* a monochromatic coherent source. The output state is a coherent superposition of coherent states $|\alpha_\nu\rangle$ [39], where $|\alpha_\nu|$ is a sharply peaked function around the central frequency ν_0 . For such an incident state, we can generalize the scattering theory, and one gets :

$$\langle (\Delta P)^2 \rangle = 2 h \nu_0 \langle P \rangle$$

The statistics of emitted photons is Poissonian. But in our experiment the source signal ($\sim 1 \text{ mW}$) is attenuated before arriving on the splitter ($\sim 10^{-13} \text{ mW}$), and then amplified. And the questions raised here are : does attenuation change the source statistics? what is the splitter role on the statistics? and how does the amplifiers change the input photons statistics? In quantum mechanics, we can model an attenuator or an amplifier by its action on the bosonic

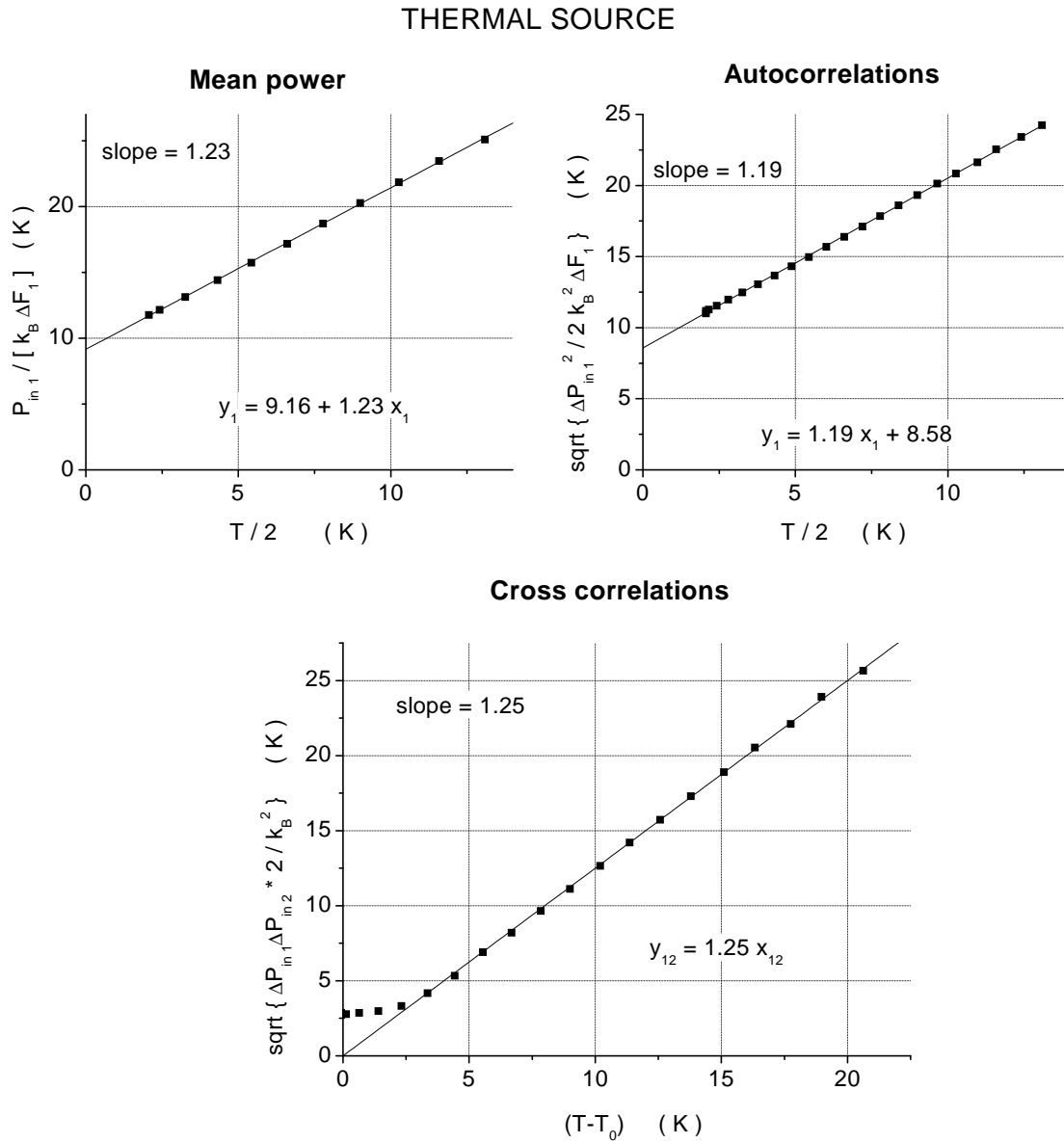


FIG. 7 – Experimental results concerning the thermal source. On the first graph, we plotted the mean photon power expressed in temperature units as a function of $T/2$, T being the source a (50Ω macroscopic resistor) temperature. On the second graph, we plotted photon power correlations expressed in temperature units as a function of $T/2$, and on the third graph, we plotted the cross correlations as a function of the temperature difference between source a and b . Units have been chosen so that we expect straight lines, with a slope 1. We get perfectly aligned experimental data points, but the slope is 20% higher than expected. This is certainly due to the gain calibration, that cannot be perfect in this frequency range. The photon statistics is clearly super-Poissonian, as expected for a black body radiation.

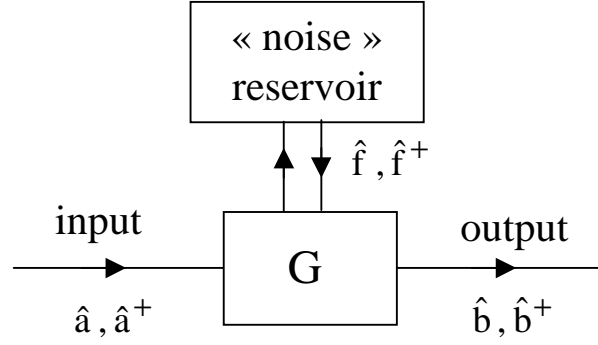


FIG. 8 – Model for an linear amplifier or attenuator of gain G . The input and output photon operator \hat{a} and \hat{b} must satisfy the bosonic commutation rule : $[\hat{a}, \hat{a}^\dagger] = [\hat{b}, \hat{b}^\dagger] = 1$. Moreover, we defined the gain with $\langle \hat{b}^\dagger \hat{b} \rangle = G \langle \hat{a}^\dagger \hat{a} \rangle$. This relation can be satisfied only if we introduce a “noise” operator reservoir, with an operator \hat{f} , so that we have :

$\hat{b} = \sqrt{G}\hat{a} + \sqrt{G-1}\hat{f}^\dagger$ for an amplifier, and

$\hat{b} = \sqrt{G}\hat{a} + \sqrt{1-G}\hat{f}$ for an attenuator. We show that the effect of the noise reservoir does not affect the nature of photon distribution, but affect the Fano factor in the case of a Poissonian distribution.

input operators \hat{a} and $\hat{a}^{\dagger 2}$. The output (\hat{b}) and input operators must obey the usual commutation rule for bosons. This implies that the relation between \hat{a} and \hat{b} is not simply a proportionality. We introduce a “noise operator” \hat{f} , which satisfies the bosonic commutation rule. The situation of a device whose gain is G is schematized on Fig. (8). For an amplifier, we have :

$$\hat{b} = \sqrt{G}\hat{a} + \sqrt{G-1}\hat{f}^\dagger$$

and for an attenuator,

$$\hat{b} = \sqrt{G}\hat{a} + \sqrt{1-G}\hat{f}$$

We can then apply the scattering theory and calculate power fluctuations in the real case, where the source signal is attenuated, splitted, and then amplified :

$$\langle (\Delta P_1)^2 \rangle = 2h\nu_0 \mathcal{F} \langle P \rangle \quad (6)$$

$$\langle \Delta P_1 \Delta P_2 \rangle = 0 \quad (7)$$

The main result is that neither amplification nor attenuation have any effect on the statistics : the hallmark of a Poissonian statistics, that is the absence of cross correlations remains. But in the expression of autocorrelations, a giant Fano factor \mathcal{F} appears. In our experimental case, the temperature T_0 of the attenuator and splitter (4.2 K), and the noise temperature of the amplifiers ($\sim K$) are much larger than $h\nu_0$, and we have :

$$\mathcal{F} = 2 \frac{k_B(T_0 + T_N)}{h\nu_0}$$

Without amplification nor attenuation, the Fano factor should be one. Instead, here, we expect it to be around 300. Experimental results are shown on Fig. (9), for a central frequency $\nu_0 = 1.5 GHz$. We plotted autocorrelations and cross correlations (star symbols) expressed in terms of power as a function of the input power. We observe no cross correlations : they remain negligible

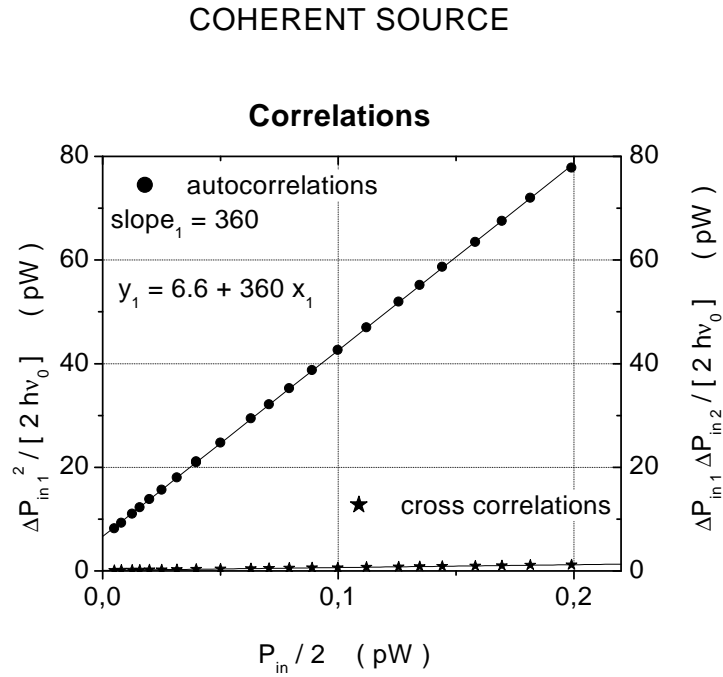


FIG. 9 – Experimental results for the photon correlation, using as source *a* a monochromatic microwave source. We plotted the autocorrelations (round dots) and cross correlations (stars) in units of power as a function of the input power in the amplification chains $P_{in}/2$. We observe the absence of cross correlations, which is the hallmark of the Poissonian distribution. And power fluctuations in autocorrelation vary linearly with the input power, as expected for a Poissonian distribution. The slope corresponds to the Fano factor of the distribution. We measure $\mathcal{F} = 360$, which is in good accordance with the order of magnitude of the attenuator and splitter temperature and the noise temperature of cryogenic amplifiers. \mathcal{F} is expected to be $2k_B(T_N + T_0)/h\nu_0$. Here, $\nu_0 = 1.5\text{ GHz}$ is the central frequency of the monochromatic wave. The measured 360 Fano factor corresponds to $T_N + T_0 \simeq 12\text{ K}$.

in front of autocorrelations. And the latter is perfectly linear with the input power. We find experimentally the slope : $\mathcal{F} = 360$, in accordance with the order of magnitude of T_0 and T_N .

As a conclusion, we can say that our experimental set-up has been successfully tested, with the accurate determination of the photons statistics of two kind of sources : a thermal source, giving an incoherent radiation, and a coherent source, whose statistics is Poissonian. The way is open to measure the statistics of photons produced by electronic shot noise in a mesoscopic conductor.

² \hat{a} is the photon annihilation operator at the input of the device.

Première partie

Généralités sur le bruit dans les conducteurs mésoscopiques

Cette partie est une introduction au sujet du bruit dans un conducteur mésoscopique. Nous commençons, dans un premier chapitre, par préciser ce qu'est l'échelle mésoscopique, en montrant l'importance du passage à une description quantique du transport. Puis nous introduisons la notion de bruit, ou de fluctuations de courant, qui apporte des informations supplémentaires par rapport à l'étude du courant moyen. Après un bref rappel des résultats expérimentaux déjà obtenus dans ce domaine, nous présentons les développements théoriques récents et le cadre dans lequel s'inscrit cette thèse. Enfin, dans un second chapitre, nous présentons la théorie de la diffusion (*scattering* en anglais), qui nous permet de calculer le bruit dans diverses situations. Un récapitulatif des notations utilisées dans cette partie est présenté ci-dessous.

Notations de la partie 1

D	=	transmission de la barrière de potentiel
R	=	$1 - D$, probabilité de réflexion sur la barrière
N_i	=	nombre d'électron dans l'état incident sur le conducteur : $N_i = 0$ ou 1
$N_{t,r}$	=	nombre d'électrons transmis (t) ou réfléchis (r) par le conducteur. $N_{t,r} = 0$ ou 1
N_0	=	nombre d'essais de transmission sur un temps τ . Pour une différence de potentiel V entre les contacts à température nulle, $N_0 = \tau eV/h$.
N_τ	=	nombre d'électrons transmis pendant le temps τ , ou nombre d'essais "réussis". $N_\tau = \sum_{j=1}^{N_0} N_{t,j}$.
N_{ph}	=	nombre de photons
S_X	=	densité spectrale de bruit de X
S_{XY}	=	densité spectrale en corrélations croisées de X et Y .
f	=	fonction de distribution d'équilibre thermique, fonction de Fermi-Dirac pour les électrons et fonction de Bose-Einstein pour les photons.
L, R	=	"left" et "right"
V	=	tension continue appliquée aux bornes de l'échantillon
$\langle X \rangle$	=	valeur moyenne de la variable aléatoire X , temporelle ou statistique puisqu'on ne considère que des processus stationnaires.
$\langle\langle X^k \rangle\rangle$	=	cumulant d'ordre k de la variable X .
n	=	indice du canal de transmission, probabilité de transmission D_n , et de réflexion R_n .

Chapitre 1

Introduction, définitions et historique

1.1 L'échelle mésoscopique

Dans ce paragraphe, nous allons essayer de définir ce qu'est l'échelle mésoscopique en montrant les limites du modèle classique du transport, et la nécessité d'une description quantique d'un conducteur.

1.1.1 Le transport classique

Le modèle de Drüde

La conduction dans un système macroscopique est très bien décrite par le modèle de Drüde. Ce modèle est basé sur deux hypothèses : d'une part, entre deux collisions, un électron de conduction se déplace librement, sans aucune interaction ni avec le réseau, ni avec les autres électrons, et d'autre part, les collisions redistribuent la vitesse des électrons de manière aléatoire, de sorte qu'après un choc, on peut écrire $\langle \vec{v} \rangle = \vec{0}$.

Considérons un gaz bidimensionnel d'électrons soumis à un champ électrique \vec{E} . Au temps Δt après une collision, un électron a acquis une vitesse $\vec{v} = -e\vec{E}\Delta t/m$. On introduit alors le temps de collision τ , durée moyenne entre deux collisions permettant la redistribution du vecteur vitesse. La valeur moyenne de la vitesse de dérive acquise par les électrons peut donc s'écrire :

$$\vec{v}_{\text{dérive}} = -\frac{e\tau}{m}\vec{E}$$

Et on peut par conséquent écrire le vecteur courant :

$$\vec{j} = \frac{ne^2\tau}{m}\vec{E}$$

où n est la densité (surfactive pour un gaz bidimensionnel) électronique. On obtient de cette manière l'expression de la conductivité d'un échantillon macroscopique, traité de manière classique :

$$\sigma = \frac{ne^2\tau}{m}$$

Deux remarques découlent de ce résultat. D'une part, il est évident que ce modèle suppose que l'électron subit un grand nombre de collisions qui redistribuent aléatoirement sa vitesse, et il

faut une autre description du transport en dessous de l'échelle correspondant au libre parcours moyen de l'électron. Par ailleurs, on peut se demander quel est le sens physique de τ , et quels sont les phénomènes qui sont susceptibles de modifier la vitesse d'un électron. C'est ce que nous allons voir dans le paragraphe suivant.

Mécanismes de diffusion des électrons dans un solide

Dans un solide cristallin, la conductivité est limitée par les chocs des porteurs libres sur les centres diffuseurs, évoqués dans le paragraphe précédent. On peut distinguer plusieurs types de diffusion, et leur associer une longueur et un temps caractéristiques.

D'abord, dès que la température n'est pas nulle, les atomes du cristal vibrent. Ces vibrations sont quantifiées en phonons. Un électron peut échanger de l'énergie avec le réseau cristallin lors d'une collision électron-phonon. Il s'agit donc d'un choc inélastique au cours duquel l'énergie de l'électron n'est pas conservée. On définit le temps moyen entre deux collisions électron-phonon τ_{e-ph} , et la distance moyenne entre ces collisions l_{e-ph} .

Ensuite, les électrons interagissent entre eux : on associe à cette interaction la durée moyenne séparant deux chocs électron-électron τ_{e-e} , et la longueur l_{e-e} . Il s'agit à nouveau de collisions inélastiques.

On peut également envisager des collisions d'électrons contre des impuretés ou des défauts cristallins, collisions élastiques, espacées en moyenne de τ_{e-imp} , et de l_{e-imp} .

Finalement, on mentionne simplement ici la possibilité de chocs électroniques contre des impuretés magnétiques, au cours desquels l'électron conserve son énergie mais renverse son spin. L'échantillon étudié ne présentant pas d'impuretés magnétiques, nous ne parlerons pas plus de ce type de diffusion.

Tous les temps et longueurs introduits pour chaque mode de diffusion dépendent de la température, et c'est cela qui va déterminer la transition du transport classique vers le transport quantique.

1.1.2 Les échelles de longueur dans un conducteur

Dans ce paragraphe, nous allons mentionner les différentes échelles de longueur intervenant dans la description du transport dans un conducteur.

La plus petite longueur caractéristique est la longueur d'onde de Fermi λ_F . C'est la longueur d'onde de l'onde décrivant un électron à l'énergie E_F . Dans les métaux, elle est de quelques angströms, alors que dans un gaz bidimensionnel d'électrons piégés à l'interface entre deux semi-conducteurs, λ_F atteint plusieurs dizaines de nanomètres.

Le passage de la physique macroscopique à la physique mésoscopique est entièrement déterminé par la longueur de cohérence de phase l_Φ . Sur une échelle inférieure à l_Φ , un électron peut être décrit par une onde dont la phase est parfaitement déterminée. On peut alors observer des interférences entre les fonctions d'onde électroniques, ce qui n'est plus possible au-delà, on parle d'échelle mésoscopique. Au-delà de l_Φ , le transport peut être décrit par un modèle classique. Mais on peut se demander quels sont les phénomènes physiques responsables de la perte de cohérence de phase des électrons. Les différents mécanismes de diffusion électronique ont été vus au paragraphe précédent, et on peut les diviser en deux catégories : les processus élastiques (essentiellement les chocs électron-impureté) de temps et longueur caractéristiques τ_e et l_e , qui conservent la phase électronique ; et les processus inélastiques (collisions électron-

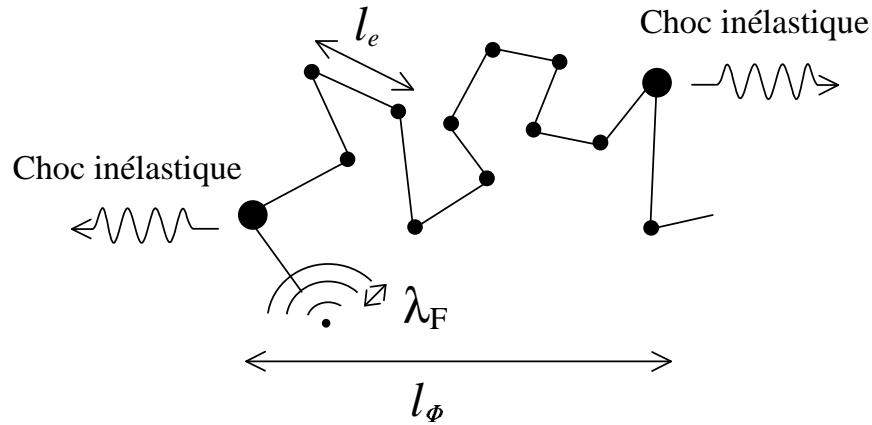


FIG. 1.1 – Schéma du parcours d'un électron de conduction dans un conducteur : l'électron subit des chocs élastiques contre des impuretés, ces chocs sont distants en moyenne de $l_e = v_F \tau_e$. Et il subit des chocs inélastiques (surtout contre des phonons à haute température, surtout contre des électrons à très basse température). L'intervalle de temps entre les collisions inélastiques est τ_{in} et la distance moyenne parcourue est $l_{in} = \sqrt{D\tau_{in}}$, D étant le coefficient de diffusion.

phonon et électron-électron) qui brisent la cohérence de phase¹. A température ambiante, le processus inélastique dominant est l'interaction électron-phonon, et la mobilité des électrons est limitée par τ_{e-ph} . Mais lorsque la température baisse, le couplage électron-phonon diminue rapidement [40, 41], et on peut atteindre un régime où ce sont les collisions électron-électron qui dominent, donc $l_\Phi = l_{e-e}$, et où $l_e \ll l_\Phi$ [42]. Un ordre de grandeur des différentes longueurs caractéristiques typiques dans un métal ou dans une hétérojonction semi-conductrice est donné dans le tableau (1.1).

	λ_F	l_e	l_Φ ($T < 1 K$)
métal	quelques Å	200 Å	quelques μm
semi-conducteur	300 Å	quelques μm	10 à 20 μm

TAB. 1.1 – Ordre de grandeur des différentes échelles de longueurs caractérisant le transport, dans un métal, et dans un gaz bidimensionnel à l'interface de deux semi-conducteurs.

Par lithographie électronique, la résolution obtenue est de quelques dizaines de nanomètres. Par conséquent, grâce aux progrès faits dans les domaines de la cryogénie et de la nanofabrication, il est possible de réaliser des échantillons dont la taille L est inférieure à la longueur de cohérence de phase l_Φ , et donc de faire une étude expérimentale du transport en régime mésoscopique. On a déjà vu que, à basse température, $l_e \ll l_\Phi$. On peut donc schématiser le parcours d'un électron de conduction comme sur la figure (1.1). On distingue alors deux types de régimes mésoscopiques suivant que $L \gg l_e$ ou $L \leq l_e$.

- Lorsque $L \gg l_e$, quand l'électron traverse l'échantillon, il subit un grand nombre de collisions élastiques. On parle alors de régime diffusif.
- Lorsque $L \leq l_e$, l'électron ne subit aucun choc lorsqu'il traverse l'échantillon, on parle

¹Les collisions avec des impuretés magnétiques sont aussi responsables de perte de cohérence, bien qu'il s'agisse de chocs élastiques.

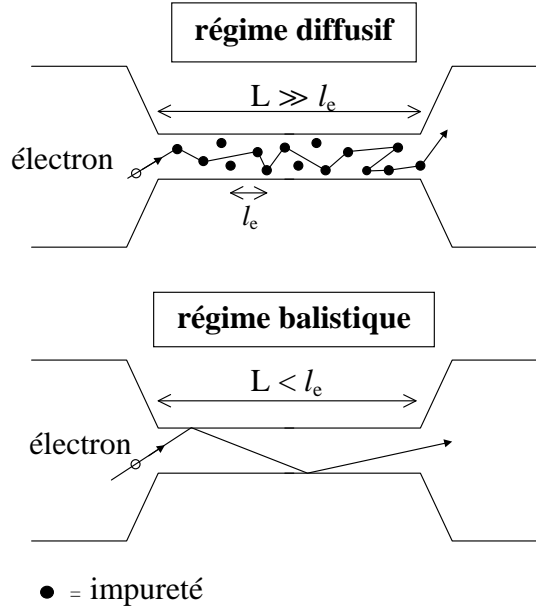


FIG. 1.2 — En haut : schéma d'un conducteur mésoscopique diffusif, l'électron subit beaucoup de collisions élastiques lorsqu'il traverse l'échantillon de longueur L . En bas : conducteur balistique, de longueur inférieure à la longueur de collision élastique. Dans les deux cas, L est inférieure à la longueur de cohérence de phase l_Φ .

alors de système balistique. Ce sont ces derniers types de systèmes que nous avons étudiés dans la partie II de cette thèse. Il s'agit d'un gaz bidimensionnel créé à l'interface d'une hétérostructure de $GaAs/AlGaAs$. A basse température, dans les systèmes balistiques, le temps de cohérence de phase est le temps de collision électron-électron, et est donné par la formule [43] :

$$\frac{1}{\tau_{e-e}} = \frac{E_F}{2h} \left(\frac{k_B T}{E_F} \right)^2 \ln \left(\frac{E_F}{k_B T} \right) \quad (1.1)$$

où E_F est l'énergie de Fermi des électrons. Nous verrons dans la partie II, que dans nos conditions expérimentales, on obtient une longueur de cohérence de phase $l_\Phi = l_{e-e} \simeq 90 \mu m$.

Ces deux régimes sont schématisés sur la figure (1.2).

1.1.3 Transport quantique : dualité onde-corpuscule

Nous avons vu jusqu'à présent que pour des conducteurs de taille $L < l_\Phi$, le modèle classique de Drude pour décrire la conductivité n'est plus valide. Il est nécessaire d'utiliser une description ondulatoire des porteurs de charge afin d'inclure les effets d'interférences entre les ondes électroniques. En utilisant cette description, on peut calculer la conductance d'un conducteur balistique unidimensionnel (voir le chapitre 2). Cependant, une particularité de la mécanique quantique est qu'une particule peut être décrite à la fois en termes d'onde et de corpuscule. La mesure de la conductance d'un système balistique met en évidence l'aspect ondulatoire des électrons. Mais ces mesures ne donnent pas accès à l'aspect corpusculaire des électrons, en particulier la distinction fermion/boson n'intervient pas explicitement. Pour mettre en évidence le caractère fermionique des électrons, il est nécessaire de faire intervenir non pas des grandeurs

moyennes ($\langle I \rangle$ pour la conductance), mais les fluctuations de certaines grandeurs autour de leur valeur moyenne ($\langle (I - \langle I \rangle)^2 \rangle$), autrement dit le bruit, dont il est question dans le paragraphe suivant.

1.2 Bruit dans un conducteur mésoscopique

Dans cette thèse, nous allons parler d'une branche de la physique mésoscopique, qui concerne uniquement le bruit électronique dans les conducteurs mésoscopiques. Dans un premier temps, nous donnerons quelques définitions précises concernant le bruit, puis nous donnerons une idée intuitive des différentes causes de bruit dans un conducteur.

1.2.1 Définitions du bruit

Moyenne et variance

Considérons une variable aléatoire X , caractérisée par la densité de probabilité $f(X)$. Alors la probabilité pour que la variable X prenne une valeur comprise entre x et $x + dx$ est donnée par :

$$dP = f(x)dx$$

On peut donc calculer la valeur moyenne d'une fonction $g(X)$:

$$\langle g(X) \rangle = \int g(x)f(x)dx$$

En particulier on définit la valeur moyenne des différentes puissances de X (on parle de moment d'ordre m) :

$$\langle X^m \rangle = \int x^m f(x)dx$$

Les premier et second moments permettent de calculer la variance de X définie par :

$$\text{var } X = \sigma^2 = \langle (X - \langle X \rangle)^2 \rangle = \langle X^2 \rangle - \langle X \rangle^2$$

Deux distributions seront particulièrement étudiées dans cette thèse, il s'agit de la distribution binômiale et de la distribution poissonnienne.

– La distribution binômiale

Un évènement a une probabilité p de donner le résultat A, et $1 - p$ de donner le résultat B. Supposons qu'on réalise m expériences. Alors la probabilité d'obtenir n fois le résultat A est :

$$P_m(n) = C_m^n p^n (1 - p)^{m-n}$$

Alors la moyenne et la variance de n valent :

$$\begin{aligned} \langle n \rangle &= mp \\ \sigma^2 &= mp(1 - p) = \langle n \rangle (1 - p) \end{aligned}$$

– La distribution poissonnienne

Cette distribution concerne des évènements non corrélés qui ont lieu de manière aléatoire avec une moyenne $\langle n \rangle$. Alors la probabilité que n évènements aient lieu par unité de temps s'écrit :

$$P(n) = \frac{\langle n \rangle^n}{n!} e^{-\langle n \rangle}$$

On peut alors calculer la variance :

$$\sigma^2 = \langle n \rangle$$

Autocorrélation et densité spectrale de bruit

La fonction d'autocorrélation² d'une variable aléatoire X est définie par :

$$g(\tau) = \langle X(t)X(t + \tau) \rangle$$

Supposons que la variable aléatoire X décrive un processus aléatoire stationnaire, c'est-à-dire indépendant du temps (les moyennes temporelles sont équivalentes à des moyennes d'ensemble). Alors on peut décomposer $X(t)$ en série de Fourier sur le temps T (que l'on fait en théorie tendre vers l'infini et qui en pratique représente le temps de mesure à l'analyseur de spectre), il vient :

$$X = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n e^{-2\pi n \frac{t}{T}}$$

On définit alors la densité spectrale de bruit $S_{XX}(\omega)$ de la variable X par :

$$S_{XX}(\omega) = \lim_{T \rightarrow +\infty} 2T \langle a_n a_n^* \rangle$$

Le théorème de Wiener-Khintchine relie la densité spectrale de bruit à la fonction d'autocorrélation :

$$S_{XX}(\omega) = 2 \int g(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau$$

Si $g(\tau)$ décroît très rapidement sur un temps τ_0 , alors on peut écrire, pour des fréquences telles que $\omega\tau_0 \ll 1$, que : $g(\tau) = 2C \delta(\tau)$, et on peut calculer la densité spectrale de bruit associée pour cette gamme de fréquence :

$$S_{XX}(\omega) = 2C$$

Il s'agit donc d'un bruit blanc, jusqu'à la fréquence de coupure $1/\tau_0$.

Dans la suite, nous allons évoquer différentes sources de bruit dans un conducteur.

1.2.2 Bruit thermique, ou bruit Johnson-Nyquist

Le bruit thermique est dû à l'agitation thermique des électrons du conducteur. Ce bruit a été étudié par Johnson et Nyquist dans les années 1930 [44, 45, 46]. Il s'agit d'un bruit d'équilibre : une résistance R à l'équilibre (dans laquelle le courant moyen est nul) produit un bruit en tension proportionnel à la température T de la résistance, ainsi qu'à sa valeur :

$$S_V(\omega) = 4k_B T R$$

Ce résultat peut être obtenu par l'application du théorème fluctuation-dissipation. Le bruit thermique est un bruit blanc, pour des fréquences inférieures à $k_B T/h$.

1.2.3 Bruit en 1/f

Ce bruit à basse fréquence apparaît lorsque l'on impose un courant traversant le conducteur, et il est causé par les fluctuations de conductance liées aux imperfections du conducteur. L'émission ou l'absorption d'une charge par un défaut provoque une variation de la résistance de l'échantillon. Si on note τ le temps caractéristique de cet événement, alors la densité spectrale de bruit associée à ce phénomène est proportionnelle à $\frac{\tau}{1+\omega^2\tau^2}$. On parle de bruit télégraphique, car

²On définit plus généralement la fonction de corrélation de deux variables X et Y par : $g_{XY}(\tau) = \langle X(t)Y(t+\tau) \rangle$. Et on a ensuite la densité spectrale de bruit : $S_{XY}(\omega) = 2 \int g_{XY}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau$.

la conductance peut prendre deux valeurs différentes, suivant que l'impureté piège ou non une charge. En présence de plusieurs impuretés, on suppose d'une part que les temps τ associés aux différentes impuretés suivent une loi d'activation thermique : $1/\tau \propto e^{-E/k_B T}$, et d'autre part que les énergies E sont distribuées uniformément entre E_{min} et E_{max} . Alors on trouve que la densité spectrale de bruit résultant des impuretés est proportionnelle à T/f . Comme il s'agit d'un bruit de résistance, le bruit en tension induit par ces fluctuations lorsqu'on impose un courant I est proportionnel à :

$$S_I \propto T \frac{I^2}{f}$$

Comme nous le verrons ultérieurement, le bruit de partition est proportionnel au courant imposé I , ce qui permet de le différencier du bruit en $1/f$.

1.2.4 Bruit de partition

Le bruit de partition dans un conducteur mésoscopique est une conséquence de la granularité de la charge et d'un phénomène de "partition" des particules du conducteur. Contrairement au bruit thermique, il est nécessaire que le conducteur soit hors d'équilibre pour qu'il soit observé.

1. Pour comprendre l'origine du bruit de partition, on considère dans un premier temps une expérience fictive, où une particule arrive sur une barrière de potentiel, et peut être réfléchi avec la probabilité R , et transmise avec la probabilité D . Notons que ce phénomène de "partition" est purement quantique. En effet, une particule classique arrivant sur une barrière de potentiel est transmise si son énergie est supérieure à celle de la barrière, et réfléchi sinon. Au contraire, en mécanique quantique, la particule incidente peut être transmise ou réfléchi quelle que soit son énergie. En particulier si son énergie est inférieure à celle de la barrière, alors cela donne lieu à une onde évanescence à l'intérieur de la barrière, et si cette dernière est suffisamment courte, alors l'amplitude au-delà de la barrière n'est pas nulle : la particule peut être transmise par effet tunnel. L'état de la particule est alors la superposition de l'état "transmis" et de l'état "réfléchi". Lorsque l'on réalise une mesure, le résultat est donc probabiliste, et la probabilité de trouver la particule transmise est notée D . Un processus de diffusion classique ne donne lieu à aucun bruit de partition, alors que le mécanisme quantique, puisqu'il n'est pas déterministe, produit du bruit de partition [47, 18, 19].

On introduit le nombre d'occupation N_i de l'état incident, N_t celui de l'état transmis, et N_r celui de l'état réfléchi. Si l'on répète l'expérience un grand nombre de fois, on peut avoir accès aux valeurs moyennes de ces trois grandeurs, ainsi qu'aux écarts à leurs valeurs moyennes. Dans l'expérience considérée, le faisceau incident est occupé avec une probabilité de 1, donc $\langle N_i \rangle = 1$. Cependant, l'état transmis n'est occupé qu'avec la probabilité D , donc $\langle N_t \rangle = D$, et $\langle N_r \rangle = R$. Les fluctuations de ces grandeurs autour de leurs valeurs moyennes peuvent être obtenues simplement : le faisceau incident est toujours occupé, donc $(N_i - \langle N_i \rangle)^2 = 0$. Par ailleurs, le porteur incident est soit réfléchi, soit transmis, donc $N_t N_r = 0$ à chaque expérience. On en déduit donc que $\langle N_t N_r \rangle = 0$. On obtient de cette manière :

$$\langle (\Delta N_t)^2 \rangle = \langle (\Delta N_r)^2 \rangle = -\langle \Delta N_t \Delta N_r \rangle = RD$$

où on a noté $\Delta N_t = N_t - \langle N_t \rangle$. Ces fluctuations sont appelées bruit de partition, car au niveau de la barrière diffusante (*scatterer* en anglais) a lieu un partitionnement du faisceau incident en deux faisceaux.

On constate que le bruit de partition tend vers 0 lorsque la transmission D de la barrière

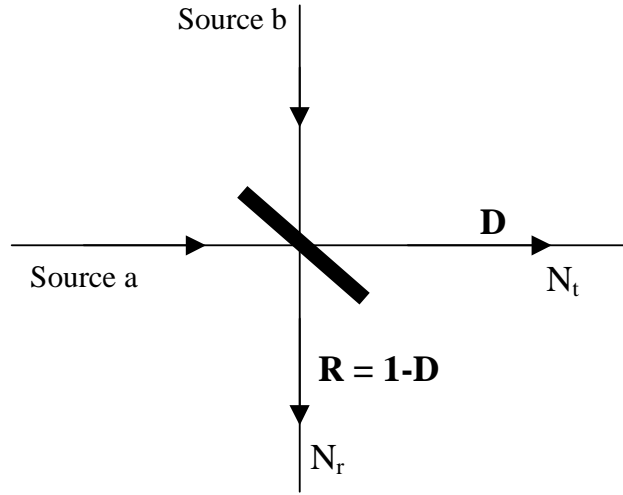


FIG. 1.3 – Schéma de l’expérience de Hanbury-Brown et Twiss (HB&T). Deux sources a et b envoient un faisceau sur une lame semi-réfléchissante de coefficient de transmission D . Puis on réalise des mesures sur les faisceaux transmis et réfléchis t et r . HB&T ont réalisé cette expérience avec des photons [37, 38], et elle a été plus récemment réalisée avec des électrons [48, 49, 50, 51].

tend vers 0 ou 1, c’est-à-dire lorsque cette dernière est parfaitement réfléchissante ou parfaitement transparente, car dans ce cas, il n’y a plus de partitionnement. Et au contraire, ce bruit de partition est maximal pour une transmission $D = 1/2$.

Cette expérience de pensée montre donc que, dès qu’il y a “partition” d’un faisceau incident, il y a des fluctuations du nombre de particules dans les faisceaux réfléchis et transmis.

2. Dans l’expérience précédente, nous avons raisonné sur une unique particule, et sa nature (bosonique ou fermionique) n’intervenait pas. Nous allons voir maintenant en considérant une autre expérience de pensée que, lorsque l’on considère deux particules incidentes, le résultat des corrélations dépend de leur statistique. En effet, dès qu’il y a plusieurs particules indiscernables, il est indispensable de tenir compte de la symétrie des fonctions d’onde, et par conséquent on fait intervenir les propriétés statistiques des particules. On considère la situation de la figure (1.3) où deux particules identiques arrivent simultanément sur une lame semi-réfléchissante de transmission D . Les particules réfléchies et transmises sont ensuite détectées par deux détecteurs. Ce type d’expérience, où deux faisceaux de particules sont corrélés sont connues sous le nom d’expériences de Hanbury-Brown et Twiss (voir partie 3 de cette thèse).

Les sources a et b injectent simultanément une particule chacune. Notons $P(i, j)$ la probabilité d’avoir i particules transmises et j réfléchies. S’il s’agit de particules classiques, alors on peut écrire :

$$\begin{aligned} P(2, 0) &= DR \\ P(0, 2) &= DR \\ P(1, 1) &= D^2 + R^2 \end{aligned}$$

On en déduit donc les valeurs moyennes suivantes :

$$\langle N_t \rangle = 1$$

$$\begin{aligned}
 \langle N_r \rangle &= 1 \\
 \langle (\Delta N_t)^2 \rangle &= 2RD \\
 \langle (\Delta N_r)^2 \rangle &= 2RD \\
 \langle \Delta N_t \Delta N_r \rangle &= -2RD
 \end{aligned}$$

Maintenant, nous allons traiter les particules de manière quantique, en introduisant leurs propriétés statistiques. Notons \hat{a}_a (resp. \hat{a}_b) l'opérateur qui annihile une particule dans l'état incident a (resp. b), et \hat{a}_t (resp. \hat{a}_r) l'opérateur qui annihile une particule dans l'état t (resp. r). Alors on peut écrire la relation suivante entre les opérateurs introduits :

$$\begin{aligned}
 \hat{a}_t &= t\hat{a}_a + r\hat{a}_b \\
 \hat{a}_r &= r\hat{a}_a + t\hat{a}_b
 \end{aligned} \tag{1.2}$$

avec $|r|^2 = R$, $|t|^2 = D$, $rt^* + r^*t = 0$ et $R + D = 1$ afin d'assurer la conservation du courant de particules. Les sources envoient de manière certaine et indépendante une particule, donc on peut écrire l'état incident comme : $|\Psi\rangle = \hat{a}_a^\dagger \hat{a}_b^\dagger |0\rangle$. Nous avons noté $|0\rangle$ l'état correspondant au vide. Alors $\langle \Psi | \hat{a}_a^\dagger \hat{a}_a | \Psi \rangle = 1$, $\langle \Psi | \hat{a}_b^\dagger \hat{a}_b | \Psi \rangle = 1$, et les opérateurs \hat{a}_a et \hat{a}_b commutent. Ces opérateurs ne vérifient pas les mêmes relations de commutation suivant qu'il s'agit de bosons ou de fermions. En effet, pour des fermions,

$$[\hat{a}_a, \hat{a}_a^\dagger]_+ = 1$$

où on a noté $[]_+$ l'anticommutateur, et si ce sont des bosons, alors :

$$[\hat{a}_a, \hat{a}_a^\dagger] = 1$$

Calculons les différentes probabilités associées aux différentes réalisations possibles en sortie :

$$\begin{aligned}
 P(2, 0) = P(0, 2) &= \langle \Psi | \hat{a}_t^\dagger \hat{a}_t \hat{a}_t^\dagger \hat{a}_t | \Psi \rangle \\
 &= \begin{cases} 0 & \text{pour des fermions} \\ 2RD & \text{pour des bosons} \end{cases} \\
 P(1, 1) &= \langle \Psi | \hat{a}_t^\dagger \hat{a}_t \hat{a}_r^\dagger \hat{a}_r | \Psi \rangle \\
 &= (R + D)^2 - RD \langle \Psi | \hat{a}_b \hat{a}_b^\dagger | \Psi \rangle - RD \langle \Psi | \hat{a}_a \hat{a}_a^\dagger | \Psi \rangle \\
 &= \begin{cases} (R + D)^2 & \text{pour des fermions} \\ (R - D)^2 & \text{pour des bosons} \end{cases}
 \end{aligned}$$

Pour obtenir ces expressions, on a utilisé les relations (1.2) et les relations de commutation des opérateurs \hat{a}_a et \hat{a}_b . Si l'on compare ces résultats avec ceux obtenus pour une particule classique, on constate que la probabilité pour que les particules se trouvent chacune dans une branche de sortie est augmentée (resp. diminuée) pour des fermions (resp. bosons) par rapport au cas classique. En particulier, pour des bosons, et un miroir parfait, tel que $R = D = 1/2$, $P(1, 1) = 0$, les bosons préfèrent passer "par paquets". On peut maintenant calculer les moyennes suivantes :

$$\begin{aligned}
 \langle N_t \rangle &= 1 \\
 \langle N_r \rangle &= 1 \\
 \langle (\Delta N_t)^2 \rangle = \langle (\Delta N_r)^2 \rangle &= \begin{cases} 0 & \text{pour des fermions} \\ 4RD & \text{pour des bosons} \end{cases} \\
 \langle \Delta N_t \Delta N_r \rangle &= \begin{cases} 0 & \text{pour des fermions} \\ -4RD & \text{pour des bosons} \end{cases}
 \end{aligned}$$

Nous voyons donc ici, que les valeurs moyennes des nombres de particules sont indépendantes de la nature de la particule, alors que les fluctuations le sont. Dans le cas des fermions, les faisceaux transmis et réfléchis contiennent toujours une particule puisqu'il ne peut y en avoir plus d'une à cause du principe de Pauli : ces faisceaux sont non bruyants, toutes les corrélations sont nulles. Au contraire, pour des bosons, on voit que $\langle \Delta N_t \Delta N_r \rangle$ est négatif, car ils préfèrent passer par paquets. Ces propriétés ont été vérifiées expérimentalement pour des photons [37, 38] et pour des électrons [48, 49, 50, 51].

Cette expérience permet de mettre en évidence le fait que, pour tester la statistique des particules, il est nécessaire de considérer des états incidents à plusieurs particules, et d'étudier les fluctuations et non les courants moyens de particules.

3. Considérons maintenant une autre expérience de pensée, plus sophistiquée, mais toujours fictive, qui met en évidence le rôle de la température. Considérons à nouveau un seul état incident (comme dans l'expérience 1), occupé cette fois avec une probabilité f au lieu de 1, et vide avec une probabilité $1 - f$. Alors $\langle N_i \rangle = f$, et comme une particule incidente n'est transmise qu'avec la probabilité D , alors $\langle N_t \rangle = Df$, et $\langle N_r \rangle = Rf$. On a considéré comme dans l'expérience de pensée 1, au plus **une seule particule incidente** à la fois. Cette particule est soit transmise, soit réfléchi. On peut donc calculer les fluctuations des différents faisceaux.

Faisceau incident

Calculons les fluctuations du nombre de particules incidentes, en utilisant le fait que, puisqu'il y a au plus une particule incidente, on a toujours $N_i^2 = N_i$.

$$\begin{aligned}
 \langle (\Delta N_i)^2 \rangle &= \langle N_i^2 \rangle - \langle N_i \rangle^2 \\
 &= \langle N_i \rangle - \langle N_i \rangle^2 \\
 &= \langle N_i \rangle (1 - \langle N_i \rangle) \\
 &= f(1 - f)
 \end{aligned} \tag{1.3}$$

On obtient le résultat attendu pour une loi binômiale, puisque l'on a effectivement un état incident qui est soit occupé soit vide. Si $f \ll 1$, c'est-à-dire que l'état incident est peuplé avec une très faible probabilité, alors on retrouve le résultat d'une distribution poissonnienne : $\langle (\Delta N_i)^2 \rangle = \langle N_i \rangle$. Si l'on suppose que les particules incidentes sont des fermions, l'état incident est bien peuplé par 0 ou 1 particule (contrairement à des bosons), et f est la distribution de Fermi-Dirac.

Le cas général de particules fermioniques, bosoniques ou classiques arrivant sur une barrière de transmission D est traité dans l'annexe A. Les effets de la statistique des particules sont alors mis en évidence.

Faisceaux réfléchis et transmis

Dans le cas où au plus une particule est émise, nous avons toujours $N_t N_r = 0$. D'où :

$$\begin{aligned}
 \langle \Delta N_t \Delta N_r \rangle &= -\langle N_t \rangle \langle N_r \rangle \\
 &= -RD f^2
 \end{aligned} \tag{1.4}$$

et toujours $N_t^2 = N_t$ et $N_r^2 = N_r$. On en déduit que :

$$\begin{aligned}
 \langle (\Delta N_t)^2 \rangle &= \langle N_t \rangle (1 - \langle N_t \rangle) \\
 &= Df(1 - Df)
 \end{aligned} \tag{1.5}$$

$$\langle (\Delta N_r)^2 \rangle = Rf(1 - Rf) \tag{1.6}$$

Dans l'annexe A, nous étudions cette expérience de pensée lorsque les particules incidentes sont soit des bosons, soit des fermions, soit des particules classiques. Dans la suite, nous ne parlerons que d'électrons, et f sera la distribution de Fermi-Dirac. Lorsque la température T tend vers 0, f tend vers 1, et on retrouve le cas de l'expérience de pensée 1 où le faisceau incident est non bruyant, $\langle (\Delta N_i)^2 \rangle = 0$. Les faisceaux réfléchis et transmis, eux, restent bruyants à cause du partitionnement au niveau de la barrière. Par contre, lorsque la température est non nulle, même si la transmission vaut 1, les fluctuations du faisceau transmis tendent vers $f(1-f)$, restent non nulles, et sont égales à celles du faisceau incident. Autrement dit, dans le cas d'un faisceau incident bruyant, les fluctuations du faisceau transmis (ou réfléchi, bien sûr) contiennent à la fois les fluctuations dues à celles du faisceau incident, et les fluctuations dues au partitionnement.

4. On peut maintenant relier les résultats précédents aux fluctuations de courant dans un conducteur. Il faut maintenant tenir compte du fait qu'on n'a plus des événements qui concernent des porteurs seuls, mais des états à plusieurs particules indiscernables. Imaginons un conducteur qui amène les porteurs sur la barrière, un autre qui guide les électrons transmis, et un troisième qui guide les électrons réfléchis. On peut séparer les trois faisceaux d'électrons comme précédemment. Considérons les porteurs se déplaçant dans une seule direction. Leur vitesse ne dépend que de E : $v(E)$. Dans l'intervalle d'énergie dE , le courant incident s'écrit :

$$dI_i(E) = ev(E)\nu(E)N_i(E)dE$$

où on a noté $\nu(E)$ la densité d'états à l'énergie E , et $N_i(E)$ le nombre moyen d'occupation d'un état incident d'énergie E . Dans un conducteur parfaitement unidimensionnel, la densité d'états vaut $\nu(E) = 2/hv(E)$ (compte tenu de la dégénérescence de spin), donc :

$$dI_i(E) = \frac{2e}{h} N_i(E) dE \quad (1.7)$$

Ce résultat montre qu'il existe un lien entre le courant et le nombre d'occupation des états. Le courant incident total vaut : $I_i = \frac{2e}{h} \int N_i(E) dE$, et en moyenne,

$$\langle I_i \rangle = \frac{2e}{h} \int f(E) dE$$

et on déduit les courants transmis et réfléchi :

$$\langle I_t \rangle = \frac{2e}{h} \int Df(E) dE$$

$$\langle I_r \rangle = \frac{2e}{h} \int Rf(E) dE$$

Les fluctuations du courant sont un phénomène dynamique, et l'avantage de l'approche précédente est qu'elle peut être généralisée à des phénomènes dépendant du temps. En effet, l'équation (1.7) reste valable pour des nombres d'occupation dépendant lentement du temps :

$$dI_i(E, t) = \frac{2e}{h} N_i(E, t) dE$$

La description plus précise du lien entre courant et nombre d'occupation est faite dans le chapitre 2 de cette première partie. On s'intéresse au bruit en courant dans la limite des basses fréquences, de sorte qu'on peut écrire la transformée de Fourier de l'équation (1.7) :

$$I_i(\omega) = \frac{2e}{h} \int N_i(E, \omega) dE$$

Nous avons noté $N_i(E, \omega)$ la transformée de Fourier temporelle de $N_i(E, t)$. Les fluctuations du courant et du nombre d'occupation des états sont donc directement reliées. Dans la limite où la fréquence ω tend vers zéro, la densité spectrale de bruit en courant est : $S_{II} = e^2 \int S_{NN}(E) dE$. Dans chaque petit intervalle d'énergie dE , les particules arrivent à un taux dE/h , et contribuent à la densité spectrale de bruit suivant les équations (1.3) à (1.6). On a $S_{NN}(E) = 2/h \langle \Delta N \Delta N \rangle$. Ainsi, les densités spectrales de bruit des différents faisceaux sont :

$$S_{I_i I_i} = 2 \frac{2e^2}{h} \int f(1-f) dE \quad (1.8)$$

$$S_{I_t I_t} = 2 \frac{2e^2}{h} \int Df(1-Df) dE \quad (1.9)$$

$$S_{I_r I_r} = 2 \frac{2e^2}{h} \int Rf(1-Rf) dE \quad (1.10)$$

$$S_{I_t I_r} = -2 \frac{2e^2}{h} \int Df Rf dE \quad (1.11)$$

Ces résultats sont soigneusement démontrés dans le chapitre suivant, dans le cas d'un conducteur réel. En effet, il faut souligner ici le fait que nous avons considéré un seul réservoir, en équilibre thermique à la température T , qui émet des électrons dont la distribution est alors la distribution d'équilibre thermique. Ce réservoir émet des électrons dans le vide. En pratique, le conducteur mésoscopique est relié à deux contacts, c'est-à-dire à deux réservoirs. Il faut donc tenir compte des états libres et occupés du deuxième réservoir, ainsi que du bruit qu'il injecte. Cependant, les résultats qualitatifs sont exacts, et nous ferons quelques commentaires sur les formules (1.8) à (1.11).

Dans la limite où la transmission D est très petite, ou bien lorsque f est très petit devant 1, alors le facteur $1 - Df$ dans l'équation (1.9) peut être remplacé par 1, et on retrouve la densité spectrale de bruit poissonnien :

$$S_{I_t I_t} = 2e \langle I_t \rangle$$

Cette densité spectrale de bruit correspond à des arrivées non corrélées de particules sur la barrière, avec une fonction de distribution des intervalles de temps entre les arrivées qui est poissonnienne : $P(\Delta t) = \tau^{-1} \exp(-\Delta t/\tau)$, τ étant l'intervalle de temps moyen entre deux particules incidentes. On constate sur la formule (1.9), que, par rapport au bruit poissonnien, les fluctuations du courant transmis contiennent le facteur supplémentaire $1 - Df$. Par conséquent, le bruit de partition est toujours inférieur à la valeur poissonnienne du bruit.

Pour des conducteurs parfaitement "transparents" ($D = 1$), le bruit de partition disparaît à température nulle. Et lorsque la température augmente, il apparaît un bruit dû uniquement aux fluctuations thermiques de population dans le faisceau incident. Enfin, lorsque la température devient très grande, le facteur $1 - f$ devient proche de 1 et on retrouve la valeur poissonnienne du bruit. Cette valeur est également atteinte pour des transmissions $D \ll 1$, pour lesquelles le facteur $1 - Df$ est aussi très proche de 1.

En conclusion, on voit clairement que la formule (1.9) contient à la fois l'effet des fluctuations du faisceau incident, et de la partition des électrons au niveau de la barrière. En présence de transport, le bruit dans un conducteur mésoscopique a deux causes qui se manifestent par des fluctuations du nombre d'occupation des états : les fluctuations thermiques, et le bruit de partition dû à la nature discrète des porteurs de charge.

Il est important de souligner que le bruit à basse fréquence, et en présence de faibles différences de potentiel aux bornes du conducteur, reflète le transport de quasi-particules indépendantes. Au contraire, à haute fréquence et/ou en situation fortement hors d'équilibre, il est nécessaire de tenir compte de l'interaction coulombienne à longue portée, et on ne peut plus décrire le système en termes de quasi-particules indépendantes, il faut tenir compte des propriétés collectives du système.

1.3 Quelques observations expérimentales des dix dernières années

Dans le paragraphe précédent, nous avons pu voir que le bruit d'un conducteur mésoscopique donne des informations sur la charge des porteurs (dans la limite poissonnienne, le bruit est proportionnel à la charge des quasi-particules, et au courant moyen qui traverse l'échantillon), et il est sensible à la statistique des porteurs. De plus, on voit qu'interviennent les probabilités de transmission des électrons d'un contact à un autre. Par conséquent, on peut étudier ce qui se passe en présence de désordre, où il faut introduire des distributions de probabilité des transmissions. Dans la suite, nous allons citer brièvement quelques expériences qui ont vérifié et utilisé ces propriétés.

1.3.1 Réduction du bruit de grenaille

Reprenons la formule (1.9) :

$$S_{I_t I_t} = 2 \frac{2e^2}{h} \int Df(1 - Df) dE$$

On peut réécrire cette équation de la manière suivante :

$$S_{I_t I_t} = 2 \frac{2e^2}{h} \int \{D(1 - D)f + D^2 f(1 - f)\} dE$$

On suppose la transmission indépendante de l'énergie. L'expression du courant transmis : $\langle I_t \rangle = \frac{2e}{h} \int Df dE$ permet d'écrire :

$$S_{I_t I_t} = 2e \langle I_t \rangle (1 - D) + 2 \frac{2e^2}{h} \int D^2 f(1 - f) dE \quad (1.12)$$

Supposons par ailleurs que la température soit très petite par rapport à la tension appliquée aux bornes de l'échantillon : $eV \gg k_B T$. Alors le premier terme est dominant, et on peut écrire, pour des grandes valeurs de la tension V aux bornes du conducteur :

$$S_{I_t I_t} \sim 2e \langle I_t \rangle (1 - D)$$

On obtient un bruit poissonnien, avec un facteur de réduction $(1 - D)$. La réduction quantique du bruit dans un contact ponctuel quantique a été observée par Reznikov *et al.* [5] et par Kumar *et al.* [6]. Nous présentons sur la figure (1.4) les résultats de Kumar *et al.*. Les différentes courbes correspondent à la densité spectrale de bruit du courant transmis à travers le contact ponctuel quantique, pour différentes valeurs de transmission. Le bruit est exprimé en termes de température : $T^* = S_I / 4k_B G$, où G est la conductance de l'échantillon, mesurée simultanément. Et l'abscisse du graphique est la tension V aux bornes de l'échantillon, traduite également en

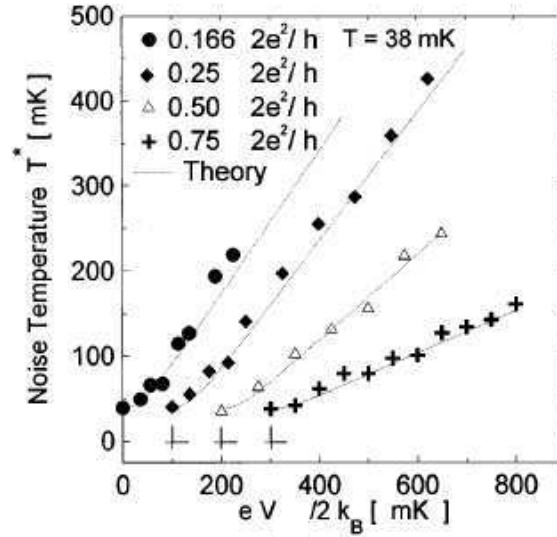


FIG. 1.4 – Résultats expérimentaux de Kumar *et al.* [6], concernant la réduction quantique du bruit de partition dans un contact ponctuel quantique. Les courbes présentent la densité spectrale de bruit du courant transmis, exprimée en unités de température $T^* = S_I/4k_B G$, où G est la conductance du contact ponctuel quantique, pour différentes valeurs de G . En abscisse se trouve la tension aux bornes de l'échantillon exprimée en termes de température. (Les courbes ont été décalées horizontalement de 100 mK pour une meilleure lisibilité). On constate que le comportement asymptotique du bruit pour les grandes tensions est bien linéaire, et que la pente observée est en accord avec la pente de $1 - D$ prévue par la théorie. Les courbes en pointillés correspondent à la formule théorique (1.12), pour les différentes valeurs de transmission D et pour une température de 38 mK.

unités de température : eV/k_B . Dans la limite des hautes tensions $eV \gg k_B T$, le bruit est bien proportionnel au courant traversant l'échantillon, ou encore à la tension aux bornes de l'échantillon. La pente obtenue diminue lorsque la transmission D augmente, et est en parfait accord avec la pente $1 - D$ prévue par la théorie.

1.3.2 Charge des excitations élémentaires, ou quasi-particules e^*

Charges fractionnaires

Saminadayar *et al.* [8], et simultanément de Picciotto *et al.* [7], ont réalisé des mesures de bruit sur un gaz bidimensionnel d'électrons en régime d'effet Hall quantique fractionnaire (EHQF). Le facteur de remplissage pour ces expériences est de $1/3$, c'est-à-dire que le rapport entre la densité électronique et la densité de quanta de flux magnétique est égale à $1/3$. Un point contact quantique est inséré sur ce gaz bidimensionnel, et on peut changer sa transmission grâce à une tension de grille (le principe d'un point contact quantique est exposé plus en détail dans la partie II). Dans un régime de faible rétrodiffusion (ou fort *tunneling*), le gaz bidimensionnel est peu pincé, si bien que le transport d'un côté à l'autre du point contact se fait par les quasi-particules de charge $e/3$, alors que dans un régime de forte rétrodiffusion (ou faible *tunneling*), seuls les électrons peuvent passer d'un côté à l'autre, si bien que la charge des porteurs est e . Les résultats expérimentaux de Saminadayar *et al.* [8] sont présentés sur la figure (1.6) : le bruit observé correspond bien à une charge e en régime de forte rétrodiffusion, alors qu'au contraire, en régime de faible rétrodiffusion, le bruit de partition correspond à une charge fractionnaire $e/3$. La figure (1.5) schématise les deux cas étudiés.

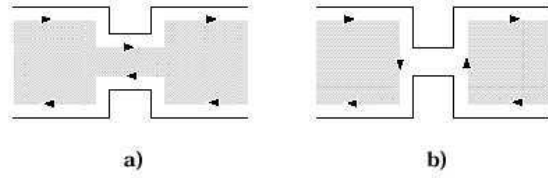


FIG. 1.5 – Schéma des différents cas étudiés par Saminadayar *et al.*[8]. Le gaz bidimensionnel d'électrons est placé en régime d'Effet Hall Quantique Fractionnaire. Les parties ombrées correspondent à l'endroit du gaz bidimensionnel ayant un facteur de remplissage $1/3$. a) régime de faible rétrodiffusion (ou fort *tunneling*). b) régime de forte rétrodiffusion (ou faible *tunneling*).

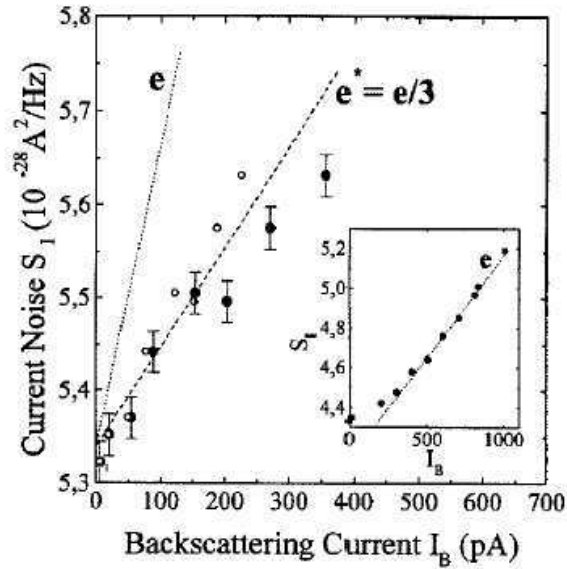


FIG. 1.6 – Résultats expérimentaux de Saminadayar *et al.*[8] pour un facteur de remplissage $1/3$. Les auteurs ont tracé la densité spectrale de bruit en courant en fonction du courant rétrodiffusé. La pente de la droite obtenue est donnée par $2e^*$, où e^* est la charge de la quasi-particule participant au transport. En régime de faible rétrodiffusion (forte *tunneling*), on observe une charge $e/3$, et en régime de forte rétrodiffusion (faible *tunneling*) (en insert) une charge de e , conformément à ce que prévoit la théorie.

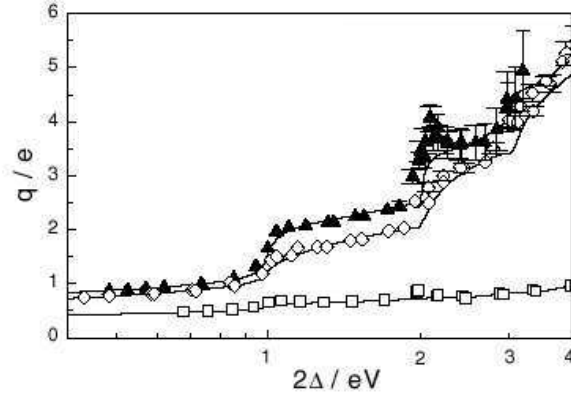


FIG. 1.7 – Résultats expérimentaux de Cron *et al.*[12] concernant le bruit de partition dans un contact atomique supraconducteur en aluminium. Le bruit de partition s'écrit $S_I = 2qI$, où q est la charge des quasi-particules. L'ordonnée du graphique correspond au rapport q/e , et en abscisse se trouve l'inverse de la tension V aux bornes de l'échantillon, en unités de gap supraconducteur Δ . On observe, pour des tensions inférieures au gap supraconducteur, des paliers correspondant à des multiples de la charge e , mettant en évidence la présence de réflexions d'Andreev multiples.

Jonctions Normal-Supra et Supra-Normal-Supra : réflexions d'Andreev

Lorsqu'un conducteur mésoscopique est relié à un ou deux contacts supraconducteurs, on s'attend à ce qu'aient lieu des réflexions d'Andreev, si bien que la charge intervenant dans le transport du courant n'est plus e , mais $2e$ dans le cas d'une réflexion d'Andreev, et un multiple de $2e$ lorsqu'il y a des réflexions d'Andreev multiples.

Jehl *et al.*[10] ont fait des mesures de bruit sur un échantillon SNS (supraconducteur-métal normal-supraconducteur), mais à une température suffisamment élevée pour que les réflexions d'Andreev multiples soient négligeables. Dans ce cas, la charge intervenant dans le transport du courant est la même que dans une simple jonction NS, où se produit une seule réflexion d'Andreev : $2e$. Ils ont effectivement montré que le bruit de partition, et le passage du bruit thermique au bruit de partition en fonction de la tension appliquée correspondait bien à la charge $2e$. Cron *et al.*[12] ont étudié un contact atomique entre deux électrodes d'aluminium, et ont mis en évidence, par des mesures de bruit, des réflexions d'Andreev multiples pour des tensions appliquées à l'échantillon inférieures au gap supraconducteur de l'aluminium. Sur la figure (1.7)[12], le rapport q/e est tracé en fonction de l'inverse de la tension appliquée au contact atomique en unités de gap supraconducteur Δ ; q est la charge intervenant dans le bruit de partition : $S_I = 2qI$. On constate que, pour des tension inférieures au gap supraconducteur, la charge q présente des plateaux à des multiples de e .

Enfin, la charge $2e$ a été mise en évidence par des mesures de bruit de partition en présence d'une modulation à haute fréquence par Kozhevnikov *et al.*[11]. Les mesures ont été faites sur une jonction entre un supraconducteur (Nb) et un métal diffusif (fil d'or). En présence d'une modulation à la fréquence ν (de l'ordre de 1.5 GHz), le bruit de partition présente une rupture de pente pour des tensions aux bornes de l'échantillon telles que $qV = n h\nu$, n étant un entier, et q la charge des porteurs. Les singularités observées montrent que la charge q intervenant dans le bruit de partition vaut $2e$.

1.3.3 Conducteurs désordonnés

Dans ce paragraphe, nous reportons quelques expériences réalisées sur des conducteurs désordonnés, mais où le transport se fait toujours de manière cohérente, les porteurs conservent leur phase, et ne subissent pas de collisions inélastiques.

Fil métallique diffusif

On considère un fil métallique diffusif, de longueur L , et on note l_e la longueur de collision élastique. En géométrie quasi uni-dimensionnelle, les états électroniques sont localisés sur une distance $L_\xi = N_\perp l_e$, N_\perp étant le nombre de canaux transverses de conduction dans le fil. Le fil étant métallique, cela impose que $L \ll L_\xi$, et puisqu'il est diffusif, $L \gg l_e$. Nécessairement, $N_\perp \gg 1$. La comparaison entre la formule de Landauer et celle de Drüde pour la conductance conduit à l'expression de la transmission moyenne d'un canal : $\langle D \rangle = \frac{l_e}{L} \ll 1$. Une approche naïve consisterait à supposer que tous les canaux de transmission ont une transmission très petite devant 1, mais cela supposerait qu'un fil métallique diffusif présente un bruit de partition poissonnien. Or on sait qu'un conducteur métallique macroscopique ne présente pas de bruit de partition, donc on pourrait également s'attendre à ce qu'un conducteur diffusif ne présente pas de bruit de partition. En réalité, ces deux approches sont fausses : dans le régime métallique, des canaux de transmission proche de 1 coexistent avec des canaux de transmission très petite, la fonction de distribution des coefficients de transmission a une forme bimodale. Ceci conduit à l'existence d'un bruit de partition sous-poissonnien. D'un point de vue quantitatif, cette situation est décrite par la théorie des matrices aléatoires pour le transport à une dimension, qui implique que la distribution des coefficients de transmission a la forme suivante³ :

$$P(D) = \frac{l_e}{2L} \frac{1}{D\sqrt{1-D}}, \quad D_{min} < D < 1$$

$$D_{min} = 4 \exp(-2L/l_e)$$

En utilisant cette fonction de distribution, on obtient que $\langle D(1-D) \rangle = \frac{l_e}{3L}$. On en déduit donc que le bruit de partition à température nulle est :

$$S_I = \frac{1}{3} 2e \langle I \rangle = \frac{1}{3} S_P$$

S_P étant le bruit poissonnien de charge e . Ce résultat est universel : il ne dépend pas du degré de désordre, ni du nombre de canaux transverses, ni des caractéristiques individuelles du conducteur. Expérimentalement, un facteur de réduction compris entre 0.2 et 0.4 a été obtenu par Liefrink *et al.*[15]. Puis des expériences plus précises ont été faites par Steinbach, Martinis et Devoret[16], avec des fils d'argent de longueurs différentes. Ils ont trouvé, pour les fils les plus courts, un facteur de réduction supérieur à 1/3, qu'ils ont expliqué par la présence des interactions électron-électron (régime dit d'électrons chauds, pour lequel le facteur de réduction vaut $\sqrt{3}/4 \simeq 0.43$). Enfin Henny *et al.*[17] ont mesuré précisément le facteur 1/3, en évitant le chauffage des électrons.

³La théorie des matrices aléatoires suppose que l'inverse de la longueur de localisation ζ_n est uniformément distribuée entre 0 et l_e^{-1} , l_e étant le libre parcours moyen élastique. La longueur de localisation ζ_n dépend du canal n considéré, et la transmission D_n de ce canal est reliée à ζ_n par : $D_n = \cosh^{-2}(L/\zeta_n)$.

Cavité chaotique

Une cavité chaotique est un système quantique où la limite classique du mouvement des électrons serait chaotique. Elles sont reliées à deux réservoirs. Ici, on suppose qu'il n'y a pas de désordre dans la cavité, et que la nature chaotique vient de la forme de la cavité. La théorie concernant les cavités chaotiques ouvertes en termes de matrices aléatoires a été proposée par Baranger et Mello [13], et Jalabert, Pichard et Beenakker [14]. Les propriétés de ces cavités dépendent de plusieurs paramètres :

- Le temps τ_D , qui est le temps de séjour de la particule à l'intérieur de la cavité.
- Le temps τ_Q , qui est le temps de diffusion quantique, c'est-à-dire au bout duquel la mémoire de la trajectoire classique est perdue par "diffraction". Autrement dit, après le temps τ_Q , on ne sait plus de quel réservoir est venu l'électron.

Le régime classique correspond au cas où $\tau_D \ll \tau_Q$. En effet, lorsque la particule sort de la cavité, après le temps τ_D , on est encore capable de savoir de quel réservoir elle vient, sa trajectoire est déterministe. Dans ce régime, on n'observe pas de bruit de partition.

Le régime quantique correspond au cas où $\tau_D \gg \tau_Q$: lorsque la particule sort de la cavité, on ne peut pas déterminer de manière sûre sa provenance. Il y a diffusion quantique. Les auteurs de [13, 14] ont établi que, dans ce cas, la distribution des transmissions est donnée par $P(D) = \frac{1}{\pi\sqrt{D(1-D)}}$, et on s'attend à un bruit de partition

$$S_I = \frac{1}{4} S_P$$

Le facteur de réduction attendu par rapport au bruit poissonnien est 1/4.

Schönenberger *et al.* dans [18, 19] ont mis en évidence expérimentalement le passage du régime classique, sans bruit de partition, au régime quantique, avec un facteur de réduction 1/4. La cavité chaotique est fabriquée dans un gaz bidimensionnel d'électrons, et elle est limitée de chaque côté par un contact ponctuel quantique dont on peut faire varier la transmission. Le régime classique est obtenu lorsque les contacts ponctuels quantiques délimitant la cavité sont très ouverts (jusqu'à 40 modes transmis dans leur expérience), et le régime quantique est obtenu lorsque la transmission est plus petite (5 modes). Les auteurs observent, dans le cas quantique un facteur de réduction 1/4, et une diminution de ce facteur lorsque l'on passe progressivement à des transmissions plus élevées.

1.4 Perspectives d'expériences à développer

1.4.1 Mesure du bruit à fréquence finie

Les expériences présentées jusqu'ici concernent uniquement le bruit électronique dans la limite où la fréquence tend vers zéro. La dépendance du bruit avec la fréquence dans la limite des basses fréquences (inférieures à h/t_f , t_f étant le temps de traversée du conducteur) a été établie dans [52, 53, 54, 55], et a été mesurée par Schoelkopf *et al.* [20]. Les résultats expérimentaux sont en bon accord avec les formules théoriques établies, et montrent une singularité du bruit pour des tensions V aux bornes du conducteur telles que $eV = h\nu$, où ν est la fréquence de mesure du bruit. Cependant, cette expérience soulève la question de la mesurabilité des fluctuations quantiques du vide [21, 34], qui interviennent via la dépendance linéaire du bruit à l'équilibre avec la fréquence. En effet, la densité spectrale de bruit à l'équilibre à température nulle vaut :

$$S_I(\omega) = 2\hbar\omega G$$

où G est la conductance du conducteur mésoscopique. Est-on capable de mesurer ce terme, et avec quel type de détecteur ? Or l'expérience de Schoelkopf *et al.* ne permet d'avoir accès qu'à la dérivée du bruit par rapport à la tension appliquée à l'échantillon, si bien que le bruit à l'équilibre ne peut pas être mesuré. Dans [21], les auteurs montrent que l'utilisation d'un détecteur passif (c'est-à-dire dans son état fondamental), ne permet pas la mesure des fluctuations de point zéro. En effet, le principe de détection d'un tel détecteur est de recueillir l'énergie fournie par le système. Or si ce dernier est dans son état fondamental, il ne peut céder de l'énergie au détecteur, et par conséquent les fluctuations de point zéro ne sont pas mesurables. Au contraire, un détecteur actif (par exemple un circuit résonnant à température non nulle) fournit de l'énergie au système étudié, initialement dans son état fondamental. Il peut ainsi interagir avec les fluctuations quantique du vide. Il serait intéressant de réaliser une expérience où le détecteur pourrait passer d'un état "passif" (donc à température nulle) à un état "actif" (à température finie) et observer la dépendance du bruit à l'équilibre d'un conducteur avec la fréquence.

1.4.2 Statistique des particules transmises, et moments d'ordres supérieurs des fluctuations du courant

Pour introduire le bruit de partition, nous avons considéré le nombre de particules transmises par une barrière de potentiel de transmission D . Reprenons la première expérience de pensée du paragraphe 1.2.4 : une particule arrive (de manière certaine, c'est-à-dire que l'on suppose la température du réservoir émetteur nulle, $N_i = 1$) sur une barrière de potentiel de transmission D . Elle est soit transmise avec la probabilité D ($N_t = 1$), soit réfléchie avec la probabilité $(1 - D)$ ($N_t = 0$). Nous avons vu que les fluctuations de N_t autour de sa valeur moyenne donnaient des informations supplémentaires par rapport à une mesure de courant moyen. C'est pourquoi nous avons introduit $\Delta N_t = N_t - \langle N_t \rangle$, et les fluctuations :

$$\begin{aligned} \langle (\Delta N_t)^2 \rangle &= \langle (N_t - \langle N_t \rangle)^2 \rangle \\ &= \langle N_t^2 \rangle - \langle N_t \rangle^2 \end{aligned}$$

De la même manière, nous pouvons introduire $\Delta [(\Delta N_t)^2] = (\Delta N_t)^2 - \langle (\Delta N_t)^2 \rangle$ et étudier "les fluctuations des fluctuations" :

$$\begin{aligned} \langle \Delta [(\Delta N_t)^2]^2 \rangle &= \langle [(\Delta N_t)^2 - \langle (\Delta N_t)^2 \rangle]^2 \rangle \\ &= \langle (\Delta N_t)^4 \rangle - \langle (\Delta N_t)^2 \rangle^2 \end{aligned}$$

... et ainsi de suite. En particulier cette dernière quantité permet de calculer la limite fondamentale associée à une mesure de $\langle (\Delta N_t)^2 \rangle$. Les moments d'ordre supérieurs (voir définition au paragraphe 1.2.1) sont des quantités intéressantes à calculer et mesurer, afin de caractériser plus précisément la statistique des particules transmises [56, 26, 57, 25, 24, 58].

Dans ces articles, ce n'est pas le moment d'ordre k qui est étudié, mais le cumulants d'ordre k , noté $\langle \langle N_t^k \rangle \rangle$.⁴ La donnée de l'ensemble des cumulants d'ordre k permet de déterminer entièrement

⁴Soit une variable aléatoire x . On définit la fonction caractéristique $\chi(\lambda) = \langle e^{i\lambda x} \rangle$. Alors le cumulants d'ordre k de la variable x , noté $\langle \langle x^k \rangle \rangle$, est défini par :

$$\ln \chi(\lambda) = \sum_k \frac{(i\lambda)^k}{k!} \langle \langle x^k \rangle \rangle$$

Il est proportionnel à la k -ième dérivée en 0 de $\ln \chi(\lambda)$. En particulier, le cumulants d'ordre 2 vaut $\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2$, c'est aussi la variance de x . Le cumulants d'ordre 4 vaut $\langle (x - \langle x \rangle)^4 \rangle - 3(\langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle)^2$.

une loi de probabilité, de même que l'ensemble des moments. Par exemple une distribution gaussienne a tous ses cumulants d'ordre $k > 2$ nuls, et pour une distribution poissonnienne, tous les cumulants sont égaux (et donc égaux à la valeur moyenne de la variable considérée). Dans le tableau (1.2), nous avons écrit l'expression des quatre premiers cumulants d'une variable quelconque X en fonction de ses moments. On constate que le cumulants d'ordre 1 est simplement la valeur moyenne de X , et que le cumulants d'ordre 2 est la variance de X .

Cumulant	en fonction des moments
$\langle\langle X^1 \rangle\rangle$	$= \langle X \rangle$
$\langle\langle X^2 \rangle\rangle$	$= \langle X^2 \rangle - \langle X \rangle^2$ $= \langle (\Delta X)^2 \rangle$
$\langle\langle X^3 \rangle\rangle$	$= \langle X^3 \rangle - 3\langle X \rangle \langle X^2 \rangle + 2\langle X \rangle^3$ $= \langle (\Delta X)^3 \rangle$
$\langle\langle X^4 \rangle\rangle$	$= \langle X^4 \rangle - 3\langle X^2 \rangle^2 - 4\langle X \rangle \langle X^3 \rangle + 12\langle X \rangle^2 \langle X^2 \rangle - 6\langle X \rangle^4$ $= \langle (\Delta X)^4 \rangle - 3\langle (\Delta X)^2 \rangle^2$

TAB. 1.2 – Expressions des cumulants d'ordre k , notés $\langle\langle X^k \rangle\rangle$, d'une variable aléatoire quelconque X en fonction de ses moments $\langle X^k \rangle$.

L'expression générale du cumulants d'ordre k du nombre de particules transmises par une barrière de transmission D est établie dans [56, 23]. Il vaut :

$$\langle\langle N_t^k \rangle\rangle = \left[D(1-D) \frac{d}{dD} \right]^{k-1} D$$

On obtient ainsi :

$$\begin{aligned} \langle\langle N_t^1 \rangle\rangle &= D \\ \langle\langle N_t^2 \rangle\rangle &= D(1-D) \\ \langle\langle N_t^3 \rangle\rangle &= D(1-D)(1-2D) \\ \langle\langle N_t^4 \rangle\rangle &= D(1-D)(1-6D(1-D)) \end{aligned} \quad (1.13)$$

Il faut maintenant se demander si ces expressions restent valables compte tenu des conditions expérimentales, à savoir que nous ne sommes pas capables de “compter” les électrons un par un, mais que la mesure est réalisée pendant un temps τ . Autrement dit, nous allons nous intéresser au nombre de particules transmises pendant le temps de mesure : N_τ . Pendant ce temps τ , l'expérience à une particule est répétée N_0 fois. N_0 est le nombre d’“essais”⁵ pendant le temps τ . On se place dans la limite des temps longs : $N_0 \gg 1$. Le nombre de particules transmises s'écrit : $N_\tau = \sum_{i=1}^{N_0} N_{t,i}$, avec $N_{t,i} = 0$ ou 1, et la probabilité pour qu'il y ait N_τ particules transmises pendant la mesure est donnée par une loi de probabilité binômiale :

$$P_{N_0}(N_\tau) = C_{N_0}^{N_\tau} D^{N_\tau} (1-D)^{N_0-N_\tau} \quad (1.14)$$

Réalisons cette expérience un grand nombre de fois, et notons $\langle \rangle$ les moyennes statistiques des grandeurs mesurées. En utilisant les formules du tableau (1.2) et les expressions (1.13), nous obtenons les résultats du tableau (1.3).

⁵Par exemple si l'on applique une différence de potentiel V entre les deux bornes d'un contact ponctuel quantique placé à température nulle, $N_0 = \tau eV/h$.

Cumulant	en fonction de D
$\langle\langle N_\tau^1 \rangle\rangle$	$= N_0 D$
$\langle\langle N_\tau^2 \rangle\rangle$	$= N_0 D(1 - D)$
$\langle\langle N_\tau^3 \rangle\rangle$	$= N_0 D(1 - D)(1 - 2D)$
$\langle\langle N_\tau^4 \rangle\rangle$	$= N_0 D(1 - D)(1 - 6D(1 - D)) + N_0(N_0 - 1)D^2(1 - D)^2$

TAB. 1.3 – Expressions des cumulants d’ordre k de la variable N_τ en fonction de la transmission D de la barrière. N_τ est le nombre de particules transmises pendant le temps τ , sachant qu’il y a N_0 particules incidentes sur la barrière pendant le temps τ .

On constate que, pour le cumulante d’ordre 4, le résultat de l’expérience sur un temps τ n’est pas simplement N_0 fois le résultat de l’expérience à une particule, contrairement aux trois premiers cumulants. La statistique des particules transmises est différente lorsque l’on fait une moyenne sur un temps long. Les résultats obtenus ici concernent une loi de distribution binômiale correspondant au dénombrement des électrons transmis pendant le temps τ . Cependant, on peut voir sur les cumulants du tableau (1.3), que lorsque la transmission D tend vers 0, tous les cumulants sont équivalents à $N_0 D$, et on retrouve une loi de probabilité poissonnienne.

L’expression du cumulante d’ordre 4 nous permet d’écrire que les “fluctuations des fluctuations” concernant la variable N_τ s’écrivent :

$$\begin{aligned} \langle(\Delta N_\tau)^4\rangle - \langle(\Delta N_\tau)^2\rangle^2 &= N_0 D(1 - D)(1 - 4D(1 - D)) \\ &= \langle(\Delta N_\tau)^2\rangle (1 - 4D(1 - D)) \end{aligned}$$

En particulier ces fluctuations s’annulent pour les transmissions 0 et 1, ce qui paraît normal puisque toutes les particules sont transmises ou réfléchies de manière sûre. Par contre, elles s’annulent également pour une transmission 1/2, ce qu’il serait intéressant de vérifier expérimentalement.

Rappelons que nous avons étudié ici une expérience “de pensée”, qui correspond à un contact ponctuel quantique avec un canal de transmission D , à température nulle. Alors la statistique des électrons transmis pendant le temps τ suit une loi binômiale. Les cumulants d’ordres quelconques ont été calculés dans différents systèmes. Par exemple dans le cas d’une barrière tunnel, où la transmission des différents canaux de conduction est très petite devant 1, on trouve que tous les moments sont égaux, la distribution des charges transmises est donc poissonnienne. Le cas d’un fil métallique diffusif a été étudié dans [23]. Les auteurs obtiennent que les cumulants d’ordre k divergent, ce qui montre que le désordre affecte beaucoup la queue de la distribution de charge. D’autres cas ont été traités théoriquement : la double barrière [57], la jonction Normal-Supra [59]... Il serait maintenant intéressant de pouvoir confirmer ces résultats théoriques en mesurant les moments d’ordres supérieurs. La possibilité d’une telle expérience a été envisagée dans [24, 60]. Les auteurs évaluent le rapport signal sur bruit du cumulante d’ordre k (en tenant compte de la variance de ce cumulante). Ce rapport décroît rapidement avec k , si bien que les ordres élevés seront certainement difficiles à mesurer. C’est la raison pour laquelle la théorie actuelle du dénombrement de particules transmises s’est focalisée essentiellement sur le troisième moment [25, 24, 61, 62]. Des mesures ont récemment été faites [28]. $\langle\langle N_\tau^3 \rangle\rangle$ est proportionnel au courant moyen dans la limite des petites transmissions, et cela à haute ou basse température, contrairement au cumulante d’ordre 2 (le bruit habituel) $\langle\langle N_\tau^2 \rangle\rangle$, qui n’est proportionnel à $\langle I \rangle$ que si $eV \gg k_B T$, lorsque le bruit de partition est largement dominant par rapport au bruit Johnson-Nyquist⁶. Cette propriété permettrait donc de faire des mesures sur des systèmes qu’il est difficile

⁶Le facteur de proportionnalité (ou facteur de Fano), lui, dépend de la température. Pour des températures

de refroidir, ou bien dont la température doit être supérieure à une certaine température critique.

1.4.3 Contexte de cette thèse

Cette thèse contribue à l'avancée de la physique mésoscopique expérimentale dans les directions proposées ci-dessus. Elle est constituée de deux parties différentes. La partie II concerne le bruit à basse fréquence d'un conducteur mésoscopique (un contact ponctuel quantique) en présence d'une modulation micro-onde à la fréquence ν (de l'ordre de 20 GHz). Les résultats attendus sont à rapprocher de la dépendance du bruit avec la fréquence. En effet, une discontinuité du bruit est attendue pour des tensions aux bornes de l'échantillon telles que $eV = h\nu$, où cette fois, ν est la fréquence de l'onde irradiant le conducteur. Dans la partie III, nous présentons la première étape de la réalisation d'une nouvelle expérience, qui permettra la mesure de bruit à haute fréquence, ainsi que la mesure des "fluctuations des fluctuations" du courant dans un échantillon mésoscopique. La première étape consiste, comme nous le verrons dans la partie III, à utiliser comme source de bruit électronique non pas un échantillon mésoscopique, mais une résistance macroscopique de $50\ \Omega$, qui émet un bruit d'équilibre Johnson-Nyquist. Les expériences décrites dans la partie III ont été réalisées à l'Ecole Normale Supérieure (Laboratoire de Physique de la Matière Condensée), avec Bernard Plaçais et Jean-Marc Berroir.

Avant de décrire les expériences réalisées au cours de cette thèse, nous allons présenter la théorie de la diffusion (*scattering*), en suivant la démarche adoptée dans [4].

$k_B T \gg eV$, le coefficient de proportionnalité tend vers $1/3$, et vers $1/15$ lorsque $k_B T \ll eV$.

Chapitre 2

Théorie de la diffusion en seconde quantification

2.1 Cadre général, hypothèses et notations

Dans cette partie, nous allons décrire la conductance et le bruit d'un conducteur mésoscopique en utilisant le formalisme de la seconde quantification. Cette description du transport électronique a été développée par M. Büttiker [3, 4]. Dans un premier temps, nous allons considérer un conducteur mésoscopique entre deux réservoirs à l'équilibre thermique, appelés droit (R) et gauche (L). Les deux réservoirs sont à la température T , et aux potentiels chimiques μ_R et μ_L . Ils injectent dans le conducteur des électrons dont la fonction de distribution est donnée par la fonction de Fermi-Dirac :

$$f_\alpha(E) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E - \mu_\alpha}{k_B T}\right) + 1}$$

$\alpha = R, L$. Les électrons provenant du conducteur sont parfaitement absorbés par les réservoirs, sans réflexion : ils subissent alors des collisions inélastiques qui les thermalisent à la température du réservoir.

Par ailleurs, on néglige les interactions entre électrons, dans le conducteur mésoscopique comme dans les réservoirs. Dans toute la suite, on va s'intéresser uniquement au réservoir de gauche, mais tout est transposable à droite.

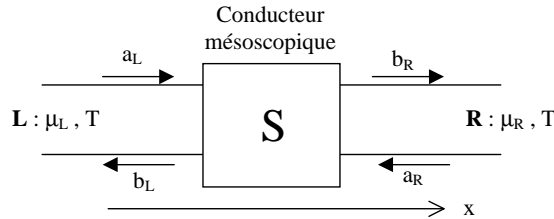


FIG. 2.1 – Schéma d'un conducteur mésoscopique, relié à deux réservoirs L et R, qu'on décrit comme des fils quasi-unidimensionnels infinis dans la direction x . On note a les amplitudes des ondes entrant, et b celles des ondes sortant du conducteur. L'action du conducteur mésoscopique est modélisée par une matrice S dite matrice de diffusion, qui relie les amplitudes sortantes et entrantes.

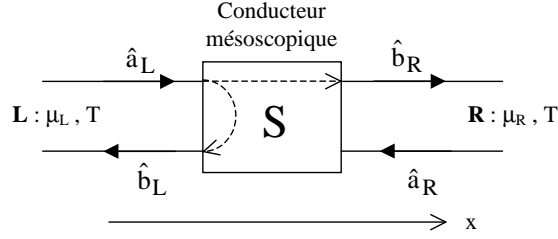


FIG. 2.2 – Schéma d'un conducteur mésoscopique, relié à deux réservoirs L et R. En seconde quantification, les amplitudes entrantes et sortantes deviennent des opérateurs : on introduit $\hat{a}_{L,R}(E)$, l'opérateur annihilation d'un électron entrant dans le fil de gauche (resp. de droite) à l'énergie E . On définit de la même manière les opérateurs sortants. Ces derniers sont reliés aux opérateurs entrants par la matrice de diffusion S .

On suppose que l'on peut décrire un réservoir par un fil quasi-unidimensionnel infini dans la direction x , et de coordonnée transverse \vec{r}_\perp . Les électrons sont supposés avoir un mouvement libre dans la direction x , et sont confinés dans la direction transverse. La fonction d'onde peut se décomposer en un produit d'une fonction de la variable \vec{r}_\perp , que l'on notera $\Phi_{L,n}(\vec{r}_\perp)$, et d'une fonction de la variable longitudinale x . Cette dernière est une somme d'exponentielles $\exp(ik_x x)$ et $\exp(-ik_x x)$. On peut donc écrire l'énergie de l'électron dans le fil de gauche sous la forme :

$$E = E_n + \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m^*}$$

où E_n est l'énergie dans la direction transverse, le confinement donnant lieu à plusieurs niveaux d'énergie discrets. k_x est le vecteur d'onde dans la direction longitudinale et peut varier de manière continue.

Un état, dit de diffusion (de *scattering* en anglais) d'énergie E dans le fil de gauche, s'écrit de manière générale :

$$\Psi_{L,n}(E, \vec{r}, t) = \Phi_{L,n}(\vec{r}_\perp) [a_L(k_x) \exp(ik_x x) + b_L(k_x) \exp(-ik_x x)] e^{-i\omega t}$$

où on a posé $\omega = E/\hbar$.

Cet état de diffusion s'écrit comme la superposition d'une onde incidente vers le conducteur, et d'une onde réfléchiée vers le contact de même énergie, car on ne considère ici que de la diffusion élastique.

2.2 Conductance d'un système mésoscopique

2.2.1 Cas unidimensionnel : 1 canal, 2 contacts

Dans un premier temps, nous allons étudier le cas le plus simple, où seul un canal transverse est occupé. On peut alors s'affranchir de l'indice n . L'état le plus général dans le fil de gauche est une superposition d'états de diffusion :

$$\Psi_L(\vec{r}, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int dk_x \Phi_L(\vec{r}_\perp) [a_L(k_x) \exp(ik_x x) + b_L(k_x) \exp(-ik_x x)] e^{-i\omega(k_x)t}$$

$a_L(k_x)$ représente l'amplitude des ondes incidentes, ou entrant dans le conducteur, alors que $b_L(k_x)$ est l'amplitude des ondes sortantes (ou réfléchiées).

Le passage à la seconde quantification se fait en remplaçant les amplitudes a et b par des opérateurs, qui agissent dans un espace de Fock. L'opérateur $\hat{a}_L(k_x)$ annihile un électron incident de vecteur d'onde k_x , et l'opérateur $\hat{b}_L(k_x)$ annihile un électron sortant de vecteur d'onde k_x .

On peut également utiliser comme variable d'intégration non plus le vecteur d'onde, mais l'énergie. On tient alors compte de la densité d'états et donc du lien entre E et k_x , à savoir : $E = E_1 + \hbar^2 k_x^2 / 2m$. Par ailleurs, les opérateurs $\hat{a}_L(E)$ sont reliés aux opérateurs $\hat{a}_L(k_x)$ par la relation :

$$\hat{a}_L(E) = \frac{\hat{a}_L(k_x)}{(\hbar v(E))^{1/2}}$$

Cette normalisation assure que les opérateurs $\hat{a}_L(E)$ vérifient les bonnes relations de commutations :

$$[\hat{a}_L(E), \hat{a}_L(E')]_+ = \delta(E - E')$$

Calculons maintenant le courant traversant le fil de gauche. En seconde quantification, l'opérateur courant s'écrit :

$$\hat{\mathbf{J}}_L(\vec{r}, t) = \frac{e\hbar}{2im} \left[\hat{\Psi}_L^\dagger(\vec{r}, t) \cdot \nabla \hat{\Psi}_L(\vec{r}, t) - \hat{\Psi}_L(\vec{r}, t) \cdot \nabla \hat{\Psi}_L^\dagger(\vec{r}, t) \right]$$

Le courant traversant le fil de gauche s'obtient alors en intégrant sur la section transverse du fil la composante sur l'axe x de l'opérateur densité de courant :

$$\hat{I}_L(x, t) = \frac{e\hbar}{2im} \int d\vec{r}_\perp \left[\hat{\Psi}_L^\dagger(\vec{r}, t) \frac{\partial \hat{\Psi}_L(\vec{r}, t)}{\partial x} - \hat{\Psi}_L(\vec{r}, t) \frac{\partial \hat{\Psi}_L^\dagger(\vec{r}, t)}{\partial x} \right]$$

Si on remplace $\hat{\Psi}_L(\vec{r}, t)$ par son expression en fonction de $\hat{a}_L(E)$ et $\hat{b}_L(E)$, on trouve que le courant s'écrit comme une intégrale double de l'énergie. D'une part, pour toutes les observables auxquelles nous allons nous intéresser, les énergies E et E' intervenant dans cette intégrale double sont proches. D'autre part, les termes à l'intérieur de l'intégrale varient lentement en énergie, typiquement sur des échelles de l'ordre de l'énergie de Fermi, si bien que l'on peut négliger leur dépendance en énergie. L'expression du courant prend alors une forme bien plus simple, et surtout ne dépend plus de x ¹ :

$$\hat{I}_L(t) = \frac{2e}{h} \int dE dE' e^{i(E'-E)t/\hbar} \left[\hat{a}_L^\dagger(E) \hat{a}_L^\dagger(E') - \hat{b}_L^\dagger(E) \hat{b}_L^\dagger(E') \right]$$

Comme nous avons introduit les opérateurs $\hat{a}_L(E)$ et $\hat{b}_L(E)$, nous introduisons les opérateurs annihilation de particules dans le fil de droite à l'énergie E : $\hat{a}_R(E)$ et $\hat{b}_R(E)$. Les opérateurs ainsi définis sont reliés par la matrice de diffusion S :

$$\begin{pmatrix} \hat{b}_L(E) \\ \hat{b}_R(E) \end{pmatrix} = S \begin{pmatrix} \hat{a}_L(E) \\ \hat{a}_R(E) \end{pmatrix}$$

$$S = \begin{pmatrix} r(E) & t(E) \\ t'(E) & r'(E) \end{pmatrix}$$

Ici, on a supposé que la diffusion était entièrement élastique, c'est-à-dire qu'un électron incident sur le conducteur mésoscopique peut être réfléchi ou transmis, mais à la même énergie que celle qu'il avait au départ. La matrice de diffusion relie les états sortants du conducteur aux

¹Le facteur 2 intervient car on considère ici qu'il n'y a pas de champ magnétique. Par conséquent, ce facteur 2 de dégénérescence en spin est présent, ce qui n'est plus le cas en présence d'un champ.

états entrants : autrement dit, les électrons se propageant vers la gauche dans le fil de gauche proviennent soit des électrons incidents du fil de gauche qui ont été réfléchis, soit des électrons du fil de droite ayant été transmis par le conducteur mésoscopique. La conservation du courant implique que la matrice S est unitaire : $SS^\dagger = S^\dagger S = 1$. D'où $t'(E)t'^*(E) = t(E)t^*(E)$, et $r'(E)r'^*(E) = r(E)r^*(E)$. Cela revient à dire que la probabilité qu'un électron de gauche soit transmis à droite est égale à la probabilité qu'un électron de droite soit transmis à gauche. Et la probabilité qu'un électron du fil de gauche soit réfléchi dans le fil de gauche est égale à la probabilité qu'un électron du fil de droite soit réfléchi dans le fil de droite.

On peut donc exprimer l'opérateur courant uniquement en fonction des opérateurs $\hat{a}(E)$:

$$\hat{I}_L(t) = \frac{2e}{h} \int dE dE' e^{i(E-E')t/\hbar} \sum_{\alpha,\beta} \hat{a}_\alpha^\dagger(E) A_{\alpha,\beta}(L; E, E') \hat{a}_\beta^\dagger(E') \quad (2.1)$$

où α et β désignent les fils ($\alpha, \beta = R, L$) et L désigne le fil de gauche. La matrice $A(L; E, E')$ est donnée par :

$$\begin{aligned} A_{\alpha,\beta}(L; E, E') &= \delta_{\alpha,L} \delta_{\beta,L} - s_{L,\alpha}^*(E) s_{L,\beta}(E') \\ &= \begin{pmatrix} 1 - r^*(E)r(E') & -r^*(E)t(E') \\ -t^*(E)r(E') & -t^*(E')t(E) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.2)$$

Faisons une moyenne statistique de l'opérateur courant. Celle-ci fait intervenir des moyennes à deux opérateurs \hat{a} et \hat{a}^\dagger :

$$\langle \hat{a}_\alpha^\dagger(E) \hat{a}_\beta(E') \rangle = \delta_{\alpha,\beta} \delta(E - E') f_\alpha(E)$$

Cette égalité indique que le nombre moyen de particules d'énergie E dans le fil α est donné par la fonction de Fermi-Dirac du réservoir α à l'énergie E . Lorsque les opérateurs correspondent à des énergies différentes ou bien à des fils différents, cette moyenne est nulle. Faisons de plus une moyenne temporelle pour obtenir le courant moyen traversant le fil de gauche. L'unitarité de la matrice S implique également que :

$1 - r^*(E)r(E) = t^*(E)t(E)$. Il vient donc :

$$\langle I_L \rangle = \frac{2e}{h} \int dE t^*(E)t(E) (f_L(E) - f_R(E))$$

A température nulle, la fonction de Fermi-Dirac est une fonction de Heaviside : $f_\alpha(E) = 1$ si $E < \mu_\alpha$, et 0 sinon. On obtient :

$$\langle I_L \rangle = \frac{2e}{h} \int_{\mu_R}^{\mu_L} dE t^*(E)t(E)$$

Lorsque la transmission ne varie pas pour des énergies comprises entre μ_R et μ_L , on peut écrire :

$$\langle I_L \rangle = \frac{2e^2}{h} D V$$

où on a noté $eV = \mu_L - \mu_R$, et $D = t^*t$ est la transmission de l'échantillon à l'énergie de Fermi. On retrouve alors la formule de la conductance :

$$G = \frac{2e^2}{h} D$$

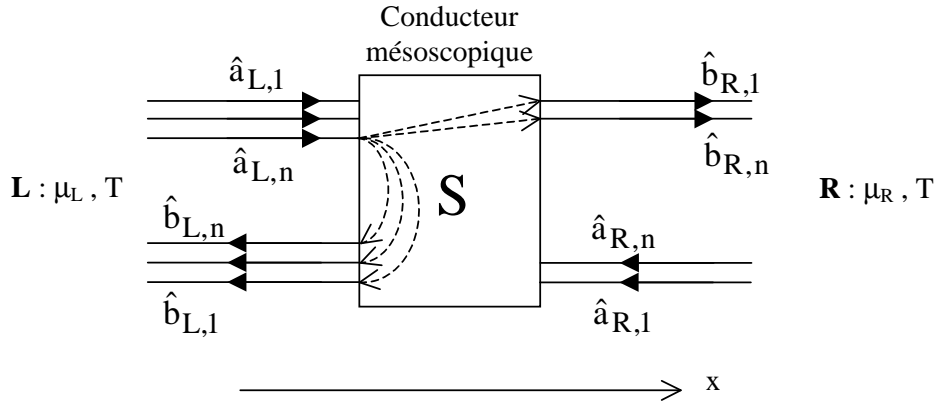


FIG. 2.3 — Schéma d'un conducteur mésoscopique multicanaux : chaque canal est indicé par n . Un électron incident dans le canal n du contact L peut être transmis dans un canal du contact R ou réfléchi dans un canal de L . Si on note M_L et M_R le nombre de canaux dans le fil de gauche et dans le fil de droite, alors la matrice de diffusion S est une matrice $(M_L + M_R) \times (M_L + M_R)$.

2.2.2 Cas quasi-unidimensionnel : plusieurs canaux, 2 contacts

On considère maintenant le cas d'un conducteur quasi-unidimensionnel. On introduit pour chaque canal transverse n et chaque fil α un opérateur d'annihilation d'un électron entrant à l'énergie E : $\hat{a}_{\alpha,n}(E)$, et d'un électron sortant à l'énergie E : $\hat{b}_{\alpha,n}(E)$. Alors la matrice de diffusion n'est plus une matrice 2×2 , mais une matrice $(M_L + M_R) \times (M_L + M_R)$, M_α étant le nombre de canaux transverses dans le fil α .

On tient maintenant compte du fait qu'un électron incident dans le canal n du fil de gauche peut être soit transmis dans un des M_R canaux du fil de droite, soit réfléchi dans un canal m du fil de gauche (voir figure 2.3). Le courant moyen dans le fil de gauche s'écrit alors :

$$\langle I_L \rangle = \frac{2e}{h} \int \text{Tr}(t^\dagger(E)t(E)) (f_L(E) - f_R(E))$$

On peut réécrire cette expression en fonction des valeurs propres de la matrice $t^\dagger(E)t(E)$, que l'on note $D_n(E)$. Elles représentent les transmissions associées aux canaux propres, et sont comprises entre 0 et 1 : $D_n(E)$ est la probabilité pour qu'un électron incident dans le canal propre n soit transmis. Il vient :

$$\langle I_L \rangle = \frac{2e}{h} \int \sum_n D_n(E) (f_L(E) - f_R(E))$$

$\sum_n D_n(E)$ représente la transmission totale du fil de gauche vers le fil de droite. A température nulle et pour des transmissions indépendantes de l'énergie, on retrouve la formule de Landauer :

$$G = \frac{2e^2}{h} \sum_n D_n$$

Rappelons qu'en présence d'un champ magnétique, le facteur 2 dû à la dégénérescence de spin disparaît.

Le cas d'un conducteur avec un nombre quelconque de contacts et de canaux est traité dans l'annexe C.

2.3 Bruit d'un conducteur mésoscopique

Le but de ce paragraphe est de calculer le spectre des fluctuations de courant par rapport à sa valeur moyenne. Dans un premier temps, nous allons traiter le cas le plus simple d'un conducteur à deux contacts, avec chacun un canal, puis on généralisera au cas multicanaux. Le cas d'un conducteur à quatre contacts est présenté dans l'annexe C. Ce cas particulier sera utile dans la partie III de cette thèse.

On introduit l'opérateur $\Delta\hat{I}_L(t) = \hat{I}_L(t) - \langle\hat{I}_L\rangle$. Comme ces opérateurs, pris à deux temps différents ne commutent pas nécessairement, on définit la fonction d'autocorrélation par :

$$S_{L,L}(t-t') = \frac{1}{2} \langle \Delta\hat{I}_L(t) \Delta\hat{I}_L(t') + \Delta\hat{I}_L(t') \Delta\hat{I}_L(t) \rangle$$

Cette fonction ne dépend que de la différence $t - t'$. La densité spectrale des fluctuations de courant est la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation :

$$2\pi\delta(\omega + \omega') S_{L,L}(\omega) = \langle \Delta\hat{I}_L(\omega) \Delta\hat{I}_L(\omega') + \Delta\hat{I}_L(\omega') \Delta\hat{I}_L(\omega) \rangle$$

Dans cette expression, $\hat{I}_L(\omega) = \int dt e^{i\omega t} \hat{I}_L(t)$, et $\Delta\hat{I}_L(\omega) = \hat{I}_L(\omega) - \langle\hat{I}_L(\omega)\rangle$.

2.3.1 Cas unidimensionnel : 1 canal, 2 contacts

On a vu que dans le cas simple d'un conducteur à un canal et deux contacts, le courant s'écrit :

$$\hat{I}_L(t) = \frac{2e}{h} \int dE dE' e^{i(E-E')t/\hbar} \sum_{\alpha,\beta} \hat{a}_\alpha^\dagger(E) A_{\alpha,\beta}(L; E, E') \hat{a}_\beta(E')$$

Compte tenu du fait que $\int dt e^{i\omega t} e^{i(E-E')t/\hbar} = 2\pi \delta(E - E' + \hbar\omega)$, on obtient :

$$\hat{I}_L(\omega) = 2e \sum_{\alpha,\beta} \int dE \hat{a}_\alpha^\dagger(E) A_{\alpha,\beta}(L; E, E + \hbar\omega) \hat{a}_\beta(E + \hbar\omega)$$

On en déduit alors la moyenne du produit de deux de ces opérateurs :

$$\langle \hat{I}_L(\omega) \hat{I}_L(\omega') \rangle = 2e^2 \int dE dE' \sum_{\alpha,\beta,\gamma,\delta} A_{\alpha,\beta}(L; E, E + \hbar\omega) A_{\gamma,\delta}(L; E', E' + \hbar\omega')$$

$$\langle \hat{a}_\alpha^\dagger(E) \hat{a}_\beta(E + \hbar\omega) \hat{a}_\gamma^\dagger(E') \hat{a}_\delta(E' + \hbar\omega') \rangle$$

On voit apparaître dans cette expression des moyennes statistiques de produit de quatre opérateurs création ou annihilation de particules : en effet, les corrélations que l'on calcule sont des grandeurs à deux particules. Ces moyennes valent :

$$\begin{aligned} & \langle \hat{a}_\alpha^\dagger(E) \hat{a}_\beta(E') \hat{a}_\gamma^\dagger(E'') \hat{a}_\delta(E''') \rangle - \langle \hat{a}_\alpha^\dagger(E) \hat{a}_\beta(E') \rangle \langle \hat{a}_\gamma^\dagger(E'') \hat{a}_\delta(E''') \rangle \\ &= \delta_{\alpha,\beta} \delta_{\gamma,\delta} \delta(E - E''') \delta(E' - E'') f_\alpha(E) (1 - f_\beta(E')) \end{aligned}$$

La densité spectrale des corrélations de courant s'écrit donc :

$$\begin{aligned} S_{L,L}(\omega) &= \frac{2e^2}{h} \int dE \sum_{\gamma,\delta} A_{\delta,\gamma}(L; E, E + \hbar\omega) A_{\gamma,\delta}(L; E + \hbar\omega, E) \\ &\quad \{ f_\delta(E) (1 - f_\gamma(E + \hbar\omega)) + f_\gamma(E + \hbar\omega) (1 - f_\delta(E)) \} \end{aligned} \quad (2.3)$$

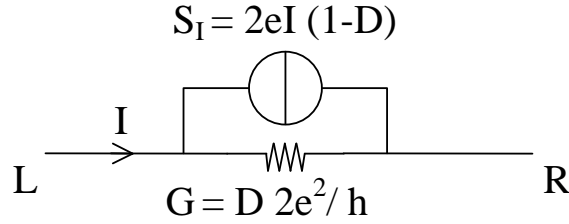


FIG. 2.4 – Schéma d'un conducteur à un seul canal de conduction. A température nulle et lorsqu'il est parcouru par un courant I , ce conducteur génère le bruit de partition $S_I = 2eI(1-D)$, d'où le schéma de Norton équivalent, avec en parallèle une résistance supposée parfaite (ne générant pas de bruit, donc à température nulle), et un générateur de bruit en courant.

Dans un premier temps, on va s'intéresser à la densité spectrale de bruit en courant dans la limite $\omega \rightarrow 0$, ou plus exactement dans la limite où les fréquences de mesures sont telles que $\hbar\omega \ll k_B T$, T étant la température électronique.

Alors on peut réécrire :

$$S_{L,L}(0) = 2 \frac{2e^2}{h} \int dE \sum_{\gamma,\delta} A_{\delta,\gamma}(L; E, E) A_{\gamma,\delta}(L; E, E) f_{\delta}(E) (1 - f_{\gamma}(E))$$

Dans le cas particulier qui nous intéresse ici, il n'y a que deux contacts, donc les indices δ et γ ne peuvent prendre que les valeurs L et R . Par ailleurs, on peut utiliser la définition de la matrice $A(L; E, E)$ vue dans l'équation (2.2), et on trouve :

$$S_{L,L}(0) = 2 \frac{2e^2}{h} \int dE \left\{ D^2 f_L(1 - f_L) + D^2 f_R(1 - f_R) + D(1 - D)[f_L(1 - f_R) + f_R(1 - f_L)] \right\} \quad (2.4)$$

Le calcul de $S_{R,R}(0)$ donne le même résultat.

Par ailleurs, la conservation du courant impose $I_L + I_R = 0$, et on a les relations suivantes : $\langle \Delta I_L \Delta I_R \rangle = -\langle (\Delta I_L)^2 \rangle = -\langle (\Delta I_R)^2 \rangle$. De la même manière que l'on a défini $S_{L,L}$, on peut définir la corrélation croisée $S_{L,R}$ par :

$$S_{L,R}(t - t') = \frac{1}{2} \langle \Delta \hat{I}_L(t) \Delta \hat{I}_R(t') + \Delta \hat{I}_R(t') \Delta \hat{I}_L(t) \rangle$$

Les densités spectrales vérifient alors :

$$S_{L,R} = -S_{L,L} = -S_{R,R}$$

En corrélations croisées, on obtient un bruit négatif (car $S_{L,L} > 0$), et opposé à celui obtenu en autocorrélation.

On peut schématiser un conducteur avec un seul canal par le modèle de Norton équivalent en ce qui concerne le bruit : un conducteur est équivalent à une résistance "parfaite" (à température nulle où elle ne génère aucun bruit), en parallèle avec une source de bruit en courant S_I , comme l'indique le schéma de la figure (2.4), réalisé, pour simplifier à température nulle.

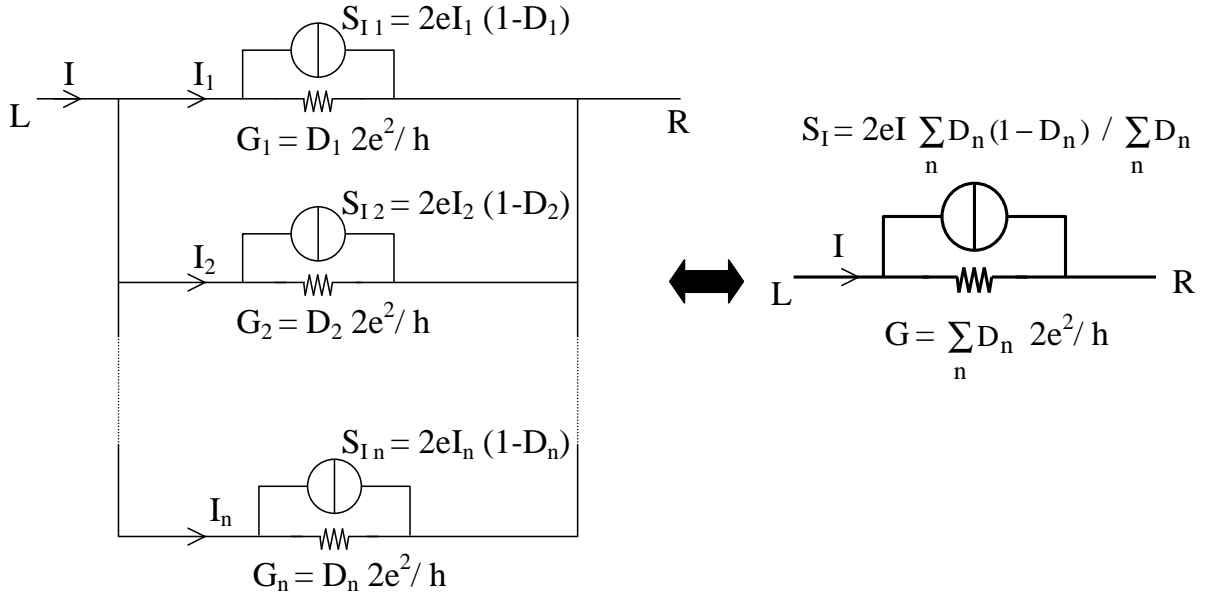


FIG. 2.5 – Schéma d'un conducteur multicanal. Chaque canal est schématisé par son modèle de Norton avec un générateur de bruit en courant en parallèle avec une résistance parfaite (non bruyante, à température nulle) (voir figure (2.4)). Les bruits de chaque canal s'ajoutent de manière incohérente, donc on peut calculer le bruit à partir de ce modèle : $S_I = 2eI \frac{\sum_n D_n(1-D_n)}{\sum_n D_n}$.

2.3.2 Cas quasi-unidimensionnel : plusieurs canaux, 2 contacts

Dans le cas où chaque fil contient plusieurs canaux, on peut généraliser la formule précédente en remplaçant la transmission de l'unique canal considéré D par $\sum_n D_n$, et D^2 par $\sum_n D_n^2$. Il vient donc :

$$S_{L,L}(0) = 2 \frac{2e^2}{h} \int dE \left\{ \sum_n D_n^2 f_L(1-f_L) + \sum_n D_n^2 f_R(1-f_R) + \sum_n D_n(1-D_n)[f_L(1-f_R) + f_R(1-f_L)] \right\} \quad (2.5)$$

En effet, le bruit total est la somme des bruits de chacun des canaux qui s'ajoutent de manière incohérente. Chaque canal peut être schématisé comme sur la figure (2.4), et on aboutit au schéma de la figure (2.5). Le courant traversant chaque canal vaut $I_i = I \frac{D_i}{\sum_n D_n}$. On trouve donc que le bruit total à température nulle est bien $S_I = 2eI \frac{\sum_n D_n(1-D_n)}{\sum_n D_n}$. Il a suffi de remplacer D par $\sum_n D_n$ et $D(1-D)$ par $\sum_n D_n(1-D_n)$.

La formule (2.5) peut se réécrire de la manière suivante :

$$S_{L,L}(0) = 2 \frac{2e^2}{h} \int dE \left\{ \sum_n D_n f_L(1-f_L) + \sum_n D_n f_R(1-f_R) + \sum_n D_n(1-D_n)(f_L - f_R)^2 \right\} \quad (2.6)$$

Dans la suite, nous allons étudier différents cas particuliers pour mettre en évidence le rôle de chaque terme.

Fluctuations du courant à l'équilibre

On suppose qu'aucune différence de potentiel n'est appliquée à l'échantillon, et que les deux fils sont à la même température T . Le potentiel chimique des contacts étant noté μ , on a :

$$f_L(E) = f_R(E) = f(E) = 1/e^{(E-\mu)/k_B T} + 1$$

Puisque les distributions des deux réservoirs sont égales, le dernier terme de la formule (2.6) s'annule. Il reste donc les deux premiers termes, qui représentent le bruit à l'équilibre, c'est-à-dire le bruit Johnson-Nyquist. L'expression (2.6) donne alors :

$$S_{L,L}(0) = 2 \frac{4e^2}{h} \int dE \sum_n D_n f(1-f)$$

Or une propriété de la fonction de Fermi-Dirac est que $f(1-f) = k_B T df/dE$. On en déduit donc que :

$$S_{L,L}(0) = 4 k_B T \frac{2e^2}{h} \sum_n D_n$$

On reconnaît l'expression de la conductance de l'échantillon : $G = \frac{2e^2}{h} \sum_n D_n$, et on retrouve donc l'expression du bruit Johnson-Nyquist d'un conducteur mésoscopique à l'équilibre :

$$S_{L,L}(0) = 4 k_B T G$$

Fluctuations de courant à $T = 0$, en présence d'une différence de potentiel

Nous allons mettre en évidence ici le rôle du second terme de l'équation (2.6). Ce dernier n'est non nul que si les distributions des réservoirs de gauche et de droite sont différentes. Il n'existe qu'en situation hors d'équilibre, il s'agit du bruit de partition, ou *shot noise*. Plaçons nous dans un premier temps à température nulle : les deux premiers termes de l'équation (2.6) correspondant au bruit thermique à l'équilibre sont nuls, et il ne reste que le terme correspondant au bruit de partition. En effet, les fonctions de Fermi-Dirac de chacun des contacts sont des fonctions de Heaviside : $f_L(1-f_L)$ est identiquement nulle, de même que $f_R(1-f_R)$. On applique une différence de potentiel entre les deux contacts de l'échantillon : $\mu_L - \mu_R = eV$. La fonction $f_L - f_R$ vaut 1 pour $\mu_R < E < \mu_L$ et 0 sinon. On en déduit donc les fluctuations de courant dans le fil de gauche du conducteur :

$$S_{L,L}(0) = 2 \frac{2e^2}{h} \sum_n D_n (1 - D_n) eV$$

On peut écrire différemment cette égalité, puisque le courant traversant le conducteur vaut $I = G V = \frac{2e^2}{h} \sum_n D_n V$,

$$S_{L,L}(0) = \mathcal{F} 2eI$$

avec :

$$\mathcal{F} = \frac{\sum_n D_n (1 - D_n)}{\sum_n D_n}$$

\mathcal{F} est appelé facteur de Fano, c'est le facteur de proportionnalité entre la densité spectrale de bruit du conducteur, et celle que l'on obtiendrait si toutes les transmissions D_n étaient très inférieures à 1, auquel cas on retrouve l'expression du bruit poissonnien. Cette expression du bruit de partition montre que lorsque les transmissions des différents canaux valent 1 ou 0, il n'y a pas de bruit. De plus, nous avons ici mis en évidence le terme correspondant au bruit de partition, en considérant le cas où la situation hors d'équilibre est imposée par une différence de potentiel entre les contacts de droite et de gauche. Nous pouvons imaginer une autre situation hors d'équilibre où cette fois les températures des contacts de droite et de gauche sont différentes. Alors il apparaît en plus du bruit thermique un bruit de partition proportionnel à $(f_L - f_R)^2$. Dans ce cas, si la transmission du conducteur est indépendante de l'énergie, alors le courant moyen traversant l'échantillon est nul, bien qu'il y ait du bruit de partition proportionnel à \mathcal{F} .

Fluctuations de courant à température non nulle, en présence d'une différence de potentiel

On applique aux bornes du conducteur une tension V , telle que $eV \ll E_F$, E_F étant l'énergie de Fermi dans un contact. Cela est toujours le cas dans notre expérience (eV est au maximum de $150 \mu eV$, alors que l'énergie de Fermi du gaz bidimensionnel d'électrons utilisé est de $17 meV$). On suppose également que $k_B T \ll E_F$, ce qui est également le cas. Les températures électroniques lors des expériences réalisées sont au plus de $250 mK$, ce qui correspond à une énergie de $25 \mu eV$. Une fois ces deux approximations faites, le calcul de $S_{L,L}(0)$ peut se faire. On obtient :

$$S_{L,L}(0) = 4k_B T \frac{2e^2}{h} \left(\sum_n D_n^2 + \sum_n D_n(1 - D_n) \frac{eV}{2k_B T} \coth \left(\frac{eV}{2k_B T} \right) \right) \quad (2.7)$$

On peut vérifier que l'on retrouve bien les expressions précédentes en prenant différentes limites :

- Si $k_B T \gg eV$, alors $\frac{eV}{2k_B T} \coth \left(\frac{eV}{2k_B T} \right) \simeq 1$, donc

$$S_{L,L}(0) = 4k_B T \frac{2e^2}{h} \left(\sum_n D_n^2 + \sum_n D_n(1 - D_n) \right) = 4k_B T \frac{2e^2}{h} \sum_n D_n$$

On retrouve donc bien le bruit Johnson-Nyquist dans la limite des hautes températures.

- Si $k_B T \ll eV$, alors $\coth \left(\frac{eV}{2k_B T} \right) \simeq 1$, donc

$$S_{L,L}(0) = 4k_B T \frac{2e^2}{h} \sum_n D_n^2 + \frac{2e^2}{h} 2eV \sum_n D_n(1 - D_n)$$

Le premier terme est négligable devant le second, qui redonne bien l'expression du bruit de partition à température nulle.

Dans la troisième partie de cette thèse, nous étudierons le bruit d'un système avec 4 contacts, et un seul canal. Ce cas est traité dans l'annexe C.

2.4 Dépendance du bruit d'un conducteur mésoscopique avec la fréquence

2.4.1 Introduction, conservation du courant

L'étude de la dépendance en fréquence du transport peut donner des informations sur les échelles d'énergies internes du conducteur, et nécessite la prise en compte des interactions entre électrons. En effet, les équations dynamiques vérifiées par la densité de charge et le potentiel font intervenir d'une part le courant de particules, et d'autre part le courant dit "de déplacement" $\epsilon_0 \frac{\partial \bar{E}}{\partial t}$. On obtient la conservation du courant total uniquement lorsque les interactions électron-électron sont prises en compte (via l'équation de Poisson $\Delta V = \rho/\epsilon_0$). Dans le cas statique, puisque le courant de déplacement est nul, le courant de particules seul est conservé, et les équations établies jusqu'à présent sont exactes. Par contre, lorsque l'on s'intéresse au cas dynamique, c'est le courant total qui est conservé, le courant de particules seul ne l'est pas [4]. Or les expressions déjà établies concernent le courant de particules et supposent que ce dernier est conservé. Par conséquent, le raisonnement précédent ne suffit plus. Cependant, si l'on étudie le transport sur une échelle d'énergie telle que la matrice de diffusion S ne dépende pas de l'énergie ($\omega < \omega_C$), alors la conservation du courant de particules reste vérifiée, et la formule (2.3) est valable.

2.4.2 Bruit à "basse" fréquence en présence de transport continu

On se place donc dans un régime de fréquences suffisamment basses, pour que les matrices de diffusion soient indépendantes de l'énergie. On suppose la fréquence, la température, et la différence de potentiel appliquée aux bornes du conducteur inférieures, en unité d'énergie, à ω_C (qui est l'échelle de variation en énergie de la matrice de diffusion S d'un conducteur mésoscopique), et à toute fréquence caractéristique de réponse collective du système [4, 63]. Autrement dit, on se place dans une situation où on ne peut pas avoir accès à des échelles d'énergies internes, et où la dépendance en fréquence du bruit vient entièrement des fonctions de Fermi-Dirac, via le quantum d'énergie $\hbar\omega$. Par ailleurs, on va considérer le cas simple d'un conducteur à deux contacts uniquement : $\mu_L = eV$, et $\mu_R = 0$.

On utilise l'équation (2.3), que l'on généralise au cas où il y a plusieurs canaux, et où l'on suppose de plus la matrice de diffusion indépendante de l'énergie (les valeurs des transmissions des canaux propres D_n sont donc indépendantes de E). On obtient :

$$S_{L,L}(\omega) = \frac{2e^2}{h} \left\{ \sum_n D_n^2 \int dE [f_{L,L}(E, \omega) + f_{R,R}(E, \omega)] + \sum_n D_n(1 - D_n) \int dE [f_{L,R}(E, \omega) + f_{R,L}(E, \omega)] \right\}$$

On a noté dans cette équation :

$$f_{\alpha,\beta}(E, \omega) = f_\alpha(E) [1 - f_\beta(E + \hbar\omega)] + [1 - f_\alpha(E)] f_\beta(E + \hbar\omega)$$

Une fois faite l'intégration sur les énergies, on obtient :

$$S_{L,L}(\omega) = \frac{2e^2}{h} \left\{ 2\hbar\omega \coth\left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T}\right) \sum_n D_n^2 \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \left[(\hbar\omega + eV) \coth \left(\frac{\hbar\omega + eV}{2k_B T} \right) \right. \\
& + \left. (\hbar\omega - eV) \coth \left(\frac{\hbar\omega - eV}{2k_B T} \right) \right] \sum_n D_n (1 - D_n) \Big\} \quad (2.8)
\end{aligned}$$

D'abord, en examinant cette équation lorsque $\omega = 0$, on retrouve bien l'expression du bruit de partition à fréquence nulle (2.7).

Ensuite, à l'équilibre, c'est-à-dire pour $V = 0$, on trouve, comme prévu par le théorème fluctuation-dissipation :

$$\begin{aligned}
S_{L,Leq}(\omega) &= \frac{2e^2\omega}{\pi} \coth \left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T} \right) \sum_n D_n \\
S_{L,Leq}(\omega) &= 2\hbar\omega G \coth \left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T} \right)
\end{aligned}$$

A température nulle, l'équation (2.8) donne :

$$\begin{aligned}
S_{L,L}(\omega) &= 2 \frac{2e^2}{h} \hbar\omega \sum_n D_n \\
&+ \begin{cases} 2 \frac{2e^2}{h} (eV - \hbar|\omega|) \sum_n D_n (1 - D_n), & \text{si } \hbar|\omega| < eV \\ 0, & \text{si } \hbar|\omega| > eV \end{cases} \quad (2.9)
\end{aligned}$$

La dépendance en fréquence du bruit est donc représentée, à température nulle, par deux droites, comme indiqué à gauche de la figure (2.6). Pour des fréquences telles que $\hbar\omega = \pm eV$, la densité spectrale de bruit présente une discontinuité de sa dérivée, et pour $\hbar|\omega| > eV$, le spectre du bruit est celui d'équilibre, déterminé par les fluctuations quantiques du vide, indépendantes de la tension. On peut représenter différemment la densité spectrale de bruit en définissant le bruit en excès $S_{ex}(\omega)$, à température nulle, comme la différence entre la densité spectrale de bruit totale, et celle d'équilibre $2 \frac{2e^2}{h} \hbar\omega \sum_n D_n$. Le bruit en excès a la densité spectrale tracée à droite de la figure (2.6).

$$S_{ex}(\omega) = \begin{cases} \frac{2e^2}{h} (eV - \hbar|\omega|) \sum_n D_n (1 - D_n), & \text{si } \hbar|\omega| < eV \\ 0, & \text{si } \hbar|\omega| > eV \end{cases} \quad (2.10)$$

A température finie, les singularités de pente disparaissent et sont arrondies, puisque les fonctions de Fermi-Dirac considérées deviennent continues.

On a déjà vu dans le paragraphe 1.4.1 que Schoelkopf *et al.* [20] ont réalisé des mesures de bruit en fonction de la fréquence. Ces mesures ont été faites sur un fil d'or diffusif (d'où un facteur de réduction 1/3), pour des fréquences allant jusqu'à 20 GHz. Les auteurs ont obtenu un bon accord avec la théorie présentée ci-dessus : ils mesurent la dérivée du bruit par rapport à V , et observent bien une discontinuité pour $eV = \hbar\omega$. La fréquence maximale de 20 GHz correspond environ à l'énergie de Thouless, ce qui justifie l'utilisation de cette théorie. Dans ce régime, on ne sonde pas la dynamique interne du système, et l'accord entre la théorie et l'expérience est une conséquence du bon écrantage des charges dans le métal. Une distance d'écrantage finie permettrait des fluctuations de charges dans le système, et modifierait le comportement du bruit, même à des fréquences relativement basses.

Une discussion sur le fait que le terme de bruit à l'équilibre $2\hbar\omega G$ n'est pas mesurable si l'on utilise un détecteur passif est présentée dans l'annexe B.

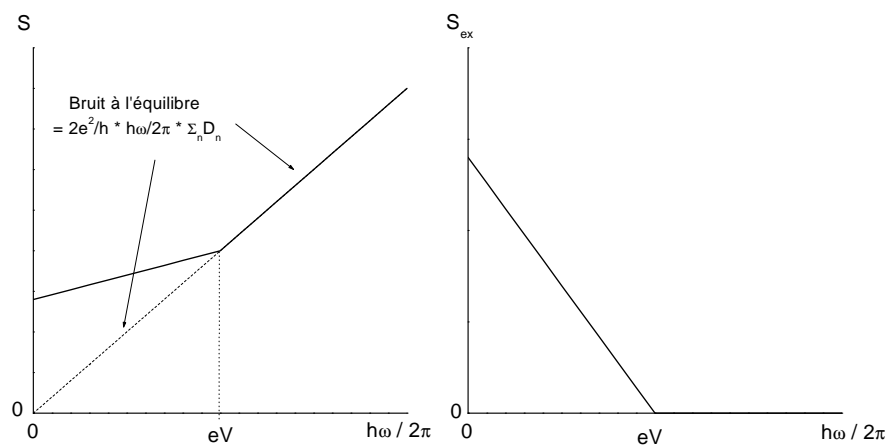


FIG. 2.6 — Figure de gauche : dépendance en fréquence du bruit à température nulle, pour des fréquences ω telles que la matrice de diffusion du conducteur reste indépendante de l'énergie. Pour $\hbar\omega > eV$, on retrouve le bruit à l'équilibre, dû aux fluctuations de point zéro. Figure de droite : bruit en excès, c'est-à-dire différence entre le bruit total, et le bruit à l'équilibre. Le bruit en excès n'est non nul que pour $\hbar\omega < eV$.

Deuxième partie

Bruit photo-assisté dans un contact ponctuel quantique

Dans cette partie, nous allons décrire les expériences réalisées au CEA-Saclay, concernant les mesures de bruit à basse fréquence d'un contact ponctuel quantique, lorsque ce dernier est irradié par des photons micro-ondes. Dans un premier chapitre (chapitre 3), nous allons décrire le montage expérimental permettant de mesurer simultanément le bruit et la conductance de l'échantillon. Puis, dans le chapitre 4, nous reviendrons sur la théorie de la diffusion, que nous appliquerons au cas où les électrons émis par un réservoir peuvent absorber un ou plusieurs photons micro-ondes. Enfin, dans le chapitre 5, nous présenterons les résultats expérimentaux : nous commençons par étalonner notre système de mesure, puis nous comparons les résultats expérimentaux avec les prévisions théoriques sans paramètre ajustable. Les notations utilisées dans cette partie sont rassemblées dans le tableau suivant.

Notations de la partie 2

D	=	transmission du contact ponctuel quantique
R	=	$1 - D$, probabilité de réflexion sur le contact ponctuel quantique
V	=	tension continue appliquée aux bornes de l'échantillon
S_X	=	densité spectrale de bruit de X
S_{XY}	=	densité spectrale en corrélations croisées de X et Y .
f	=	fonction de distribution d'équilibre thermique, fonction de Fermi-Dirac pour les électrons.
L, R	=	"left" et "right"
ν	=	fréquence d'irradiation micro-ondes
V_{ac}	=	amplitude de la modulation au niveau du contact ponctuel quantique
α	=	paramètre intervenant dans la théorie du bruit photo-assisté, $\alpha = eV_{ac}/h\nu$.
T_N	=	température de bruit des chaînes de mesure

Chapitre 3

Montage expérimental

3.1 Obtention d'un conducteur quantique balistique

Les échantillons que nous avons utilisés sont fabriqués à partir d'hétérostructures de $GaAs$ et $AlGaAs$. Ces hétérostructures ont été fabriquées à Bagnex (ancien L2M), par épitaxie par jet moléculaire (MBE pour Molecular Beam Epitaxy). Cette technique consiste à envoyer du $GaAs$ sur un substrat cristallin (également de $GaAs$) chauffé. Puis dans un second temps, on envoie également de l'aluminium Al , remplaçant partiellement le gallium Ga . Les échantillons que nous avons utilisés étaient formés de $Al_xGa_{1-x}As$ avec $x \simeq 0.33$. La faible différence du paramètre de maille entre ces deux semi-conducteurs permet la formation d'une interface avec peu de défauts. Lors de cette étape, on intercale un plan de Si , dont les atomes fourniront les électrons permettant de former le gaz bidimensionnel. Enfin, on termine la fabrication de l'hétérostructure par une couche additionnelle de $GaAs$ (voir figure (3.1)).

3.1.1 Formation du gaz bidimensionnel d'électrons

Certains des électrons donnés par le silicium servent à peupler les états de surface de $GaAs$, et d'autres sont piégés à l'interface entre les deux semi-conducteurs. Ces derniers forment le gaz bidimensionnel, qui est dans notre cas à une centaine de nanomètres sous la surface de l'échantillon. La position du plan de dopants (ici le silicium) est un paramètre important de la fabrication. En effet, si ce dernier est trop éloigné de l'interface, alors le gaz 2D n'existera pas car il n'y aura pas assez de donneurs, mais si le plan de Si est trop près, alors la densité du gaz sera importante, mais sa mobilité sera réduite.

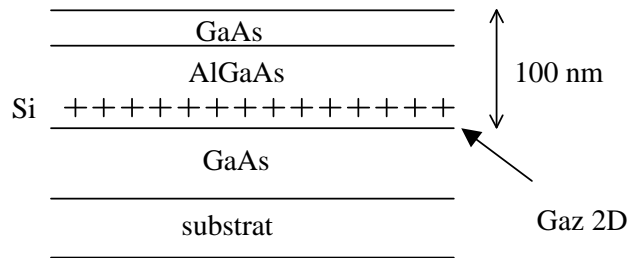


FIG. 3.1 – Schéma de l'hétérostructure à partir de laquelle est fabriqué l'échantillon.

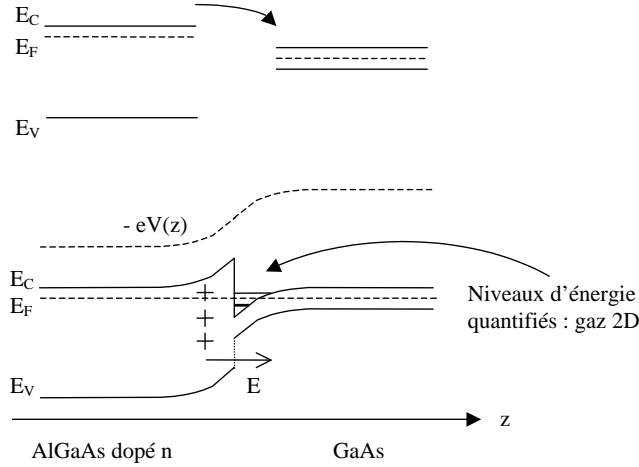


FIG. 3.2 – Formation du gaz bidimensionnel d'électrons à l'interface de deux semi-conducteurs *AlGaAs* et *GaAs*.

Lors de la mise en contact du *GaAs*, matériau au gap le plus petit et du *AlGaAs*, les niveaux de Fermi vont s'homogénéiser : des électrons vont passer du *AlGaAs* vers le *GaAs*, laissant une charge positive à gauche, et négative à droite. Cette inhomogénéité de charges crée un champ électrique qui va avoir tendance à stopper cet effet. Lorsque le champ électrique est suffisant pour compenser le courant de diffusion des charges, l'état d'équilibre est atteint, le potentiel électrostatique dans le matériau a alors l'allure présentée sur le schéma (3.2), et courbe les bandes de conduction et de valence de sorte qu'un puits approximativement triangulaire est formé à l'interface. C'est dans ce puits, d'une largeur de l'ordre de quelques dizaines de *nm*, que les électrons viennent se piéger. Les niveaux d'énergie sont discrets, et on parle de gaz parfaitement bidimensionnel lorsque seul le niveau le plus bas en énergie est peuplé. L'écart entre les niveaux est de quelques dizaines de *meV*. Aux températures de travail (de quelques dizaines de *mK*), et vu les densités électroniques utilisées (de l'ordre de 10^{11} cm^{-2}), on peut affirmer qu'un seul niveau est occupé. L'échantillon que nous avons principalement étudié a une mobilité de $0.8 \cdot 10^6 \text{ cm}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$. A deux dimensions, l'énergie de Fermi est reliée à la densité par :

$$n_S = \frac{m^*}{\pi \hbar^2} E_F$$

où m^* est la masse effective d'un électron dans le *GaAs* : $m^* = 0.067 m_0$, m_0 étant la masse d'un électron. Ceci n'est valable que si la température T est assez basse : $k_B T \ll E_F$. Pour un échantillon de densité 10^{11} cm^{-2} , on obtient une énergie de Fermi de $E_F = 3.55 \text{ meV}$, soit $E_F/k_B = 41 \text{ K}$. Lors de nos mesures, la condition $T \ll 41 \text{ K}$ est parfaitement vérifiée, puisque T ne dépasse pas 250 mK .

3.1.2 Réalisation du contact ponctuel quantique

Une fois le gaz bidimensionnel fabriqué, il reste à réaliser l'échantillon lui-même. Cette étape est également réalisée à Bagneux, au L2M, par lithographie électronique, qui donne pour l'instant les meilleures résolutions. Ceci se fait en trois étapes : d'abord la gravure du méso, qui détermine la forme du gaz *2D*, puis le dépôt des contacts permettant de faire le lien entre le gaz bidimensionnel et la surface de l'échantillon, et enfin le dépôt des grilles à la surface de l'échantillon.

Gravure du mésa

La gravure se fait à l'endroit où on ne souhaite pas avoir le gaz $2D$. En effet, aux endroits gravés, les électrons fournis par les donneurs remplissent uniquement les états de surface du GaAs, et ne sont pas piégés à l'interface entre les deux semi-conducteurs. Cette gravure est une gravure chimique en solution.

Dépôt des contacts

Les contacts permettent de faire le lien entre la surface de l'échantillon, et le gaz bidimensionnel, situé à 100 nm sous la surface. Pour les réaliser, on effectue un dépôt d'un alliage d'or, de nickel et de germanium, puis, en chauffant pendant 1 mn à 450°C , cet alliage diffuse à l'intérieur du matériau jusqu'à atteindre le gaz bidimensionnel. On peut ensuite réaliser des microsoudures aux ultrasons avec des fils d'or ou d'aluminium sur ces contacts, afin de les relier au système de mesure.

Les contacts ont une forme de crêpeaux, afin d'augmenter la longueur d'échange entre le contact et le gaz $2D$, et de réduire la résistance entre le gaz bidimensionnel et le contact.

Dépôt des grilles

Les grilles, en or, sont ensuite déposées à la surface de l'échantillon, par lithographie électronique, ce qui permet d'atteindre une distance entre les deux grilles de 280 nm . Lorsque ces grilles sont polarisées négativement, les électrons du gaz situés juste en dessous sont chassés, et on réalise de cette manière une constriction dans le gaz d'électrons, dont la taille est ajustable grâce à la tension de polarisation appliquée sur la grille. On obtient donc un conducteur unidimensionnel, dont la largeur peut être ajustée par la tension appliquée à la grille.

Notre échantillon a la particularité d'avoir été légèrement gravé avant le dépôt des grilles, ce qui permet la déplétion partielle du gaz d'électrons sous les grilles même pour une tension de grille nulle. Pour compenser cet effet, il faut appliquer une tension de grille positive (typiquement, la plage de tension appliquée à la grille est de -50 mV à $+50\text{ mV}$).

Confinement 1D

Supposons qu'un électron du gaz au niveau de la constriction est libre suivant la direction x , et confiné dans les directions z (par le puits dû au changement de nature du semi-conducteur), et y (par la présence de la grille polarisée négativement). Alors son énergie s'écrit :

$$E_{n,m,k} = \epsilon_{n,z} + \epsilon_{m,y} + \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*}$$

Dans cette formule, l'indice n reflète la quantification des niveaux suivant z , et m celle suivant y . On suppose qu'un seul niveau du puits est occupé : on peut donc supprimer l'indice n , et le remplacer par $n = 0$. Et k est le vecteur d'onde dans la direction x , et s'identifie à k_x . La densité d'états s'écrit alors :

$$n(E) = \frac{1}{\pi\hbar} \sum_m \frac{1}{v_m(E)} \theta(E - \epsilon_{m,y})$$

où la somme sur m porte uniquement sur les niveaux tels que $\epsilon_{m,y} < E_F$, et où θ est la fonction de Heaviside. Dans cette formule, on a tenu compte de la dégénérescence de spin qui introduit

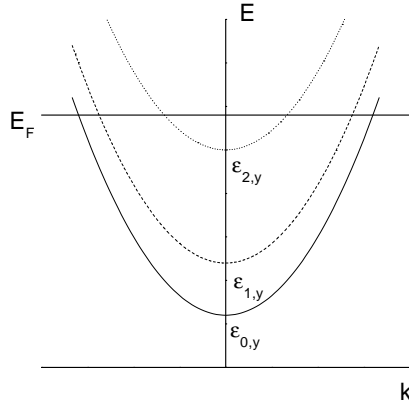


FIG. 3.3 – Niveaux d'énergie des électrons, confinés dans la direction z , et ayant des niveaux discrets dans la direction y . Ici, $k = k_x$.

un facteur 2 dans la densité d'états.

Pour comprendre qualitativement l'effet de la grille sur le gaz bidimensionnel, on peut supposer que le potentiel vu par les électrons est un puits rectangulaire infini, de largeur W . Lorsque l'on change la valeur de la tension grille, on agit sur la largeur W de la constriction suivant y , tout en maintenant E_F constante. Par conséquent, on change les valeurs des $\epsilon_{y,m}$: lorsque la constriction est rétrécie, l'écart entre les paraboles de la figure (3.3) augmente, et le niveau de base de la parabole correspondant à $m = 0$ augmente. Pour une largeur suffisamment faible, E_F est supérieure à tous les $\epsilon_{m,y}$, et aucun niveau n'est peuplé : le gaz d'électrons est séparé en deux parties disjointes.

On peut également comprendre ce phénomène en termes de guide d'onde. La constriction est un guide d'onde pour les ondes électroniques, de largeur W . Lorsque $W < \lambda_F/2$, aucun mode n'est transmis : le premier mode donne simplement lieu à une onde évanescence à l'intérieur de la constriction. Lorsque $W = \lambda_F/2$, le premier mode est transmis, et lorsque W augmente légèrement, le second mode est évanescent. Ce dernier devient entièrement transmis lorsque $W = \lambda_F$, et ainsi de suite. Le nombre de modes transmis est donc :

$$N = E \left(\frac{2W}{\lambda_F} \right)$$

E étant la fonction partie entière. Comme on a vu au chapitre 2, à chaque mode unidimensionnel transmis correspond une conductance $2e^2/h$, si bien que la conductance G en fonction de W présente des plateaux aux valeurs $n 2e^2/h$, n étant un entier. On comprend alors que plus la constriction est courte suivant la direction z , plus l'onde évanescence a une amplitude importante à la sortie de la constriction. Lorsque la constriction est longue, les ondes évanescences sont très peu transmises, et les plateaux sont bien marqués.

Des plateaux à des valeurs non entières de n ont été récemment observés : à $G = 0.7 2e^2/h$, et $G = 1.7 2e^2/h$ [64]. Ces plateaux ne peuvent être expliqués par la théorie vue au chapitre 2, qui considère des électrons indépendants. Des mesures ont été faites en fonction d'un champ magnétique parallèle au gaz d'électrons, en fonction de la densité électronique, de la tension aux bornes du point contact, de la température [65, 66]. Il semblerait que ces plateaux soient liés à

la polarisation des spins des électrons. Des mesures de bruit sur ces plateaux permettraient de mieux comprendre la nature des excitations qui conduisent le courant (charge, statistique).

3.1.3 Caractéristiques de l'échantillon utilisé

A 4.2 K , la densité électronique du gaz bidimensionnel est de $n_S = 4.8 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, et la mobilité vaut : $\mu = 0.8 \cdot 10^6 \text{ cm}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$. On en déduit que l'énergie de Fermi vaut dans ce cas :

$$E_F = 17 \text{ meV}$$

Connaissant la valeur de l'énergie de Fermi, on peut calculer la longueur et le temps de collision élastique l_e et t_e évoqués en première partie :

$$l_e = \frac{m^* v_F}{e} \mu = 9 \mu\text{m}$$

$$t_e = 31.5 \text{ ps}$$

A des températures inférieures à 1 K , le temps de collision inélastique est le temps de collision électron-électron, donné par la formule (1.1). Pour une énergie $k_B T$ correspondant à une température de 1 K (soit une fréquence de 20 GHz), on trouve un temps et une longueur de collision électron-électron de :

$$t_{in} = 3.7 \text{ ns}$$

$$l_{in} = \sqrt{D t_{in}} = l_e \sqrt{t_{in}/t_e} = 90 \mu\text{m}$$

Cependant, la distance entre les contacts est d'environ $40 \mu\text{m}$: c'est cette distance qui représente la longueur de perte de cohérence de phase d'un électron.

Les caractéristiques de l'échantillon utilisé sont rassemblées dans le tableau (3.1).

distance inter grilles	d_{grille}	=	$0.28 \mu\text{m}$
distance inter contact	$d_{contact}$	=	$40 \mu\text{m}$
mobilité	μ	=	$0.8 \cdot 10^6 \text{ cm}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$
densité	n	=	$4.8 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$
énergie de Fermi	E_F	=	17 meV
vitesse de Fermi	v_F	=	$3.0 \cdot 10^5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
longueur d'onde de Fermi	λ_F	=	36 nm
longueur inélastique	l_{in}	=	$90 \mu\text{m}$
longueur élastique	l_e	=	$9.4 \mu\text{m}$

TAB. 3.1 – Récapitulatif des caractéristiques de l'échantillon utilisé.

Nous avons donc vu dans cette partie comment il est possible d'obtenir un conducteur quantique balistique unidimensionnel. Nous allons maintenant étudier les contraintes (expérimentales et théoriques) imposant certaines conditions expérimentales.

3.2 Choix des paramètres expérimentaux

3.2.1 Obtention de basses températures

On a déjà vu en première partie qu'il est nécessaire d'atteindre de très basses températures afin d'obtenir des longueurs de cohérence suffisantes. Pour cela, on utilise un réfrigérateur à

dilution $^3\text{He}/^4\text{He}$, qui nous permet d'atteindre une température de base de 28 mK . Les mesures de température du réfrigérateur sont réalisées par des thermomètres qui sont des résistances de RuO_2 calibrées, entre 10 mK et 1 K .

Température du réfrigérateur et température électronique

Lorsque l'échantillon est à haute température, la thermalisation des électrons avec le reste de l'échantillon se fait grâce aux phonons. Or la densité volumique de phonons varie proportionnellement à T^3 , et diminue rapidement lorsque la température diminue. A basse température, la thermalisation des électrons se fait par les contacts, maintenus à basse température.

Par ailleurs, les photons se propageant dans les câbles coaxiaux (d'injection du courant ou de mesure) vont induire des fluctuations de tension aux bornes de l'échantillon, ce qui a pour effet de moyennner le phénomène que l'on souhaite observer. Par exemple pour une température $T_{\text{ext}} = 300\text{ K}$, la puissance des photons injectés est de $P_{\text{ext}} = k_B T_{\text{ext}} \Delta F$, où ΔF est la bande passante des câbles coaxiaux. Prenons $\Delta F \simeq 10\text{ GHz}$, les fluctuations de tension résultantes, sachant que l'impédance caractéristique des câbles est de $50\ \Omega$, ont une amplitude de $45\ \mu\text{V}$. Cela correspond à une température de 500 mK environ. Donc pour avoir les fluctuations de tension les plus faibles possibles (et si possible d'amplitude inférieure à la température du réfrigérateur), il faut que les câbles coaxiaux soient thermalisés à la température la plus basse possible. C'est la raison pour laquelle nous utilisons des câbles très résistifs, dont une longueur de 50 cm produit une atténuation de $11\text{ dB}/\sqrt{\text{GHz}}$.

3.2.2 Fréquences de mesure

On mesure la densité spectrale de bruit en tension grâce à un analyseur de spectre. La première question venant à l'esprit est de savoir sur quelle bande de fréquences faire la mesure. Plusieurs contraintes sont à prendre en compte.

D'abord, on ne mesure un bruit blanc que dans la limite où $hf \ll k_B T$. Une température de 10 mK correspond à une fréquence de 200 MHz , il est donc impératif de faire des mesures à des fréquences inférieures à une dizaine de MHz .

Par ailleurs, les câbles coaxiaux de mesures introduisent une capacité de l'ordre de $100\text{ pF}/\text{m}$. Par conséquent, le système expérimental présente une fréquence de coupure f_c , de sorte que les mesures doivent être faites à des fréquences inférieures à f_c pour ne pas perdre trop de signal. Le montage expérimental peut être schématisé comme sur la figure (3.4).

Une mesure importante de calibration consiste à mesurer cette fréquence de coupure, pour pouvoir estimer la capacité introduite par les câbles coaxiaux. On effectue cette mesure par une technique de détection synchrone : le signal aux bornes de la capacité est mesuré, ainsi que son déphasage par rapport au signal injecté en fonction de la fréquence de ce dernier. La figure (3.5) présente le rapport entre la partie hors phase et la partie en phase avec le signal injecté en fonction de la fréquence d'excitation. La pente donne accès à la fréquence de coupure. Pour une résistance de l'échantillon de $12.97\text{ k}\Omega$, on obtient $f_c = 24.24\text{ kHz}$. On en déduit la capacité de court-circuit vers la masse :

$$C = 506\text{ pF}$$

On va faire varier la résistance du point contact de 6 à $100\text{ k}\Omega$, ce qui nous impose de travailler à des fréquences de l'ordre de quelques kHz .

Il est également nécessaire de ne pas choisir de trop basses fréquences. En effet, nous avons déjà vu qu'on peut observer du bruit en $1/f$. Il faut donc choisir une fréquence minimale telle

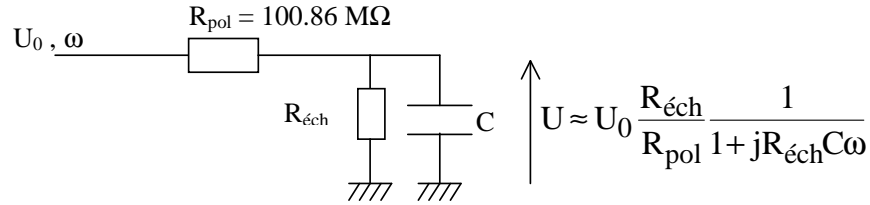


FIG. 3.4 – Schéma du montage expérimental permettant la mesure de la fréquence de coupure. Les câbles coaxiaux servant aux mesures de tension sont modélisés par une capacité C . La résistance de l'échantillon $R_{éch}$ est de l'ordre de $26\text{ k}\Omega$ à transmission 1/2, donc $R_{éch} \ll R_{pol}$. On peut alors écrire que le rapport entre la partie imaginaire et la partie réelle de U vaut f/f_C , f étant la fréquence du signal injecté, et $f_C = 1/2\pi R_{éch}C$.

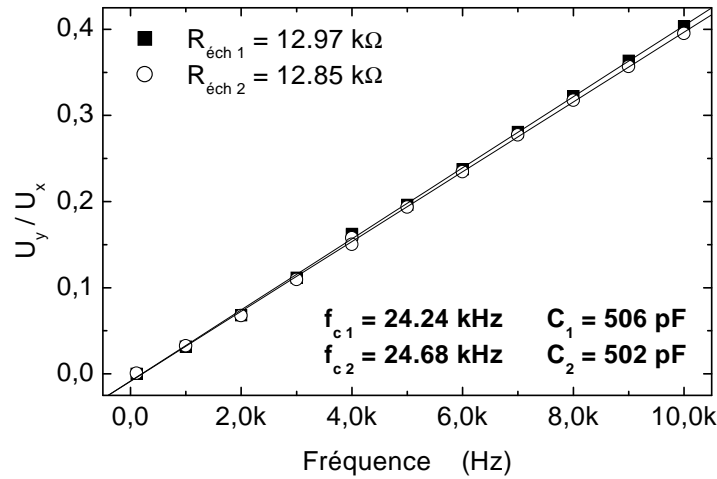


FIG. 3.5 – Rapport entre les parties hors phase et en phase de la tension aux bornes de l'échantillon en fonction de la fréquence de mesure. On observe bien une dépendance linéaire. La pente de la droite est l'inverse de la fréquence de coupure f_C . Sur la voie 1 (une des voies de mesure), on mesure $f_{c1} = 24.24\text{ kHz}$ pour une résistance de $12.97\text{ k}\Omega$, d'où une capacité de $C_1 = 506\text{ pF}$ de court-circuit vers la masse. Sur la voie 2, on mesure $C_2 = 502\text{ pF}$. Dans la suite, notamment lors de l'analyse des données, on prendra une valeur de capacité moyenne de 504 pF pour chacune des voies de mesures.

que ce bruit ne soit pas important. Par ailleurs, il est aussi judicieux d'éviter tout bruit électrique dû au réseau, et donc d'éviter 50 Hz et ses premières harmoniques. Finalement, il peut y avoir (et il y a souvent) des pics parasites qui peuvent être dus à l'environnement électromagnétique, au bruit microphonique, aux vibrations dues au pompage...

Par ailleurs, le temps d'acquisition de l'analyseur de spectres sera d'autant plus court que la bande de fréquence est large. Il faut, compte tenu de toutes ces contraintes, choisir la plage de fréquence la plus large possible. Dans la plupart des expériences, nous avons choisi 2.6 à 4.2 kHz .

Pour réduire les sources extérieures de bruit, l'expérience a été placée dans une cage de Faraday en cuivre, permettant de filtrer notamment le 50 Hz , et les basses fréquences. Cette cage est tapissée de mousse permettant d'atténuer les bruits microphoniques. Et enfin, les tuyaux de pompage sont découplés des pompes, et sont recouverts de mousse absorbant les vibrations, ce qui permet de réduire le bruit dû aux vibrations.

3.3 Description du montage expérimental

Le montage expérimental doit permettre de faire simultanément des mesures de bruit, et des mesures de conductance. En effet, nous mesurons des corrélations de tension, or la grandeur nous permettant d'avoir accès à la physique du système est le bruit en courant. Par conséquent, il est nécessaire de bien connaître la résistance de l'échantillon pour remonter au bruit en courant à partir des corrélations de tension mesurées, et il est donc impératif de faire ces deux types de mesures **simultanément**. Par ailleurs, le montage doit permettre l'application d'une modulation de la tension aux bornes de l'échantillon par une onde radiofréquence.

3.3.1 Mesures de conductance

Pour mesurer la conductance de l'échantillon, nous polarisons ce dernier en courant à une certaine fréquence, puis nous mesurons la tension aux bornes de l'échantillon par une mesure 4 points à la même fréquence et après amplification par un amplificateur bas bruit, grâce à une détection synchrone. Lorsque l'échantillon est à l'équilibre (on ne lui applique pas de différence de potentiel continue), on mesure de cette manière la conductance différentielle à l'équilibre : $G = \left(\frac{dI}{dV}\right)_{V=0}$. Si au contraire une tension continue est appliquée à l'échantillon, alors on mesure la conductance différentielle :

$$G = \frac{dI}{dV}$$

L'amplitude du signal alternatif servant à la mesure de conductance doit être suffisamment faible pour ne pas perturber la mesure de bruit. Si l'on veut être capable de voir les effets thermiques, il est nécessaire de choisir le courant alternatif I_{\sim} de sorte que la tension aux bornes de l'échantillon à cette fréquence, V_{\sim} soit telle que :

$$eV_{\sim} \ll k_B T$$

Lors de nos expériences, la température électronique T était de l'ordre de 90 mK . Cela impose donc $V_{\sim} \ll 7.8\text{ }\mu\text{V}$. Il est cependant important pour avoir un bon rapport signal sur bruit de choisir une valeur proche de cette limite. Nos expériences ont été réalisées avec un courant de polarisation I_{\sim} de 96.25 pA . Pour une transmission de 0.5 , c'est-à-dire une résistance de $25.812\text{ k}\Omega$, cela correspond à une tension aux bornes de l'échantillon de $2.5\text{ }\mu\text{V}$.

La fréquence ω_{ref} du signal alternatif permettant la mesure de conductance est choisie de sorte qu'elle ne soit pas incluse dans l'intervalle de mesure du bruit, et pour ne pas être gênée

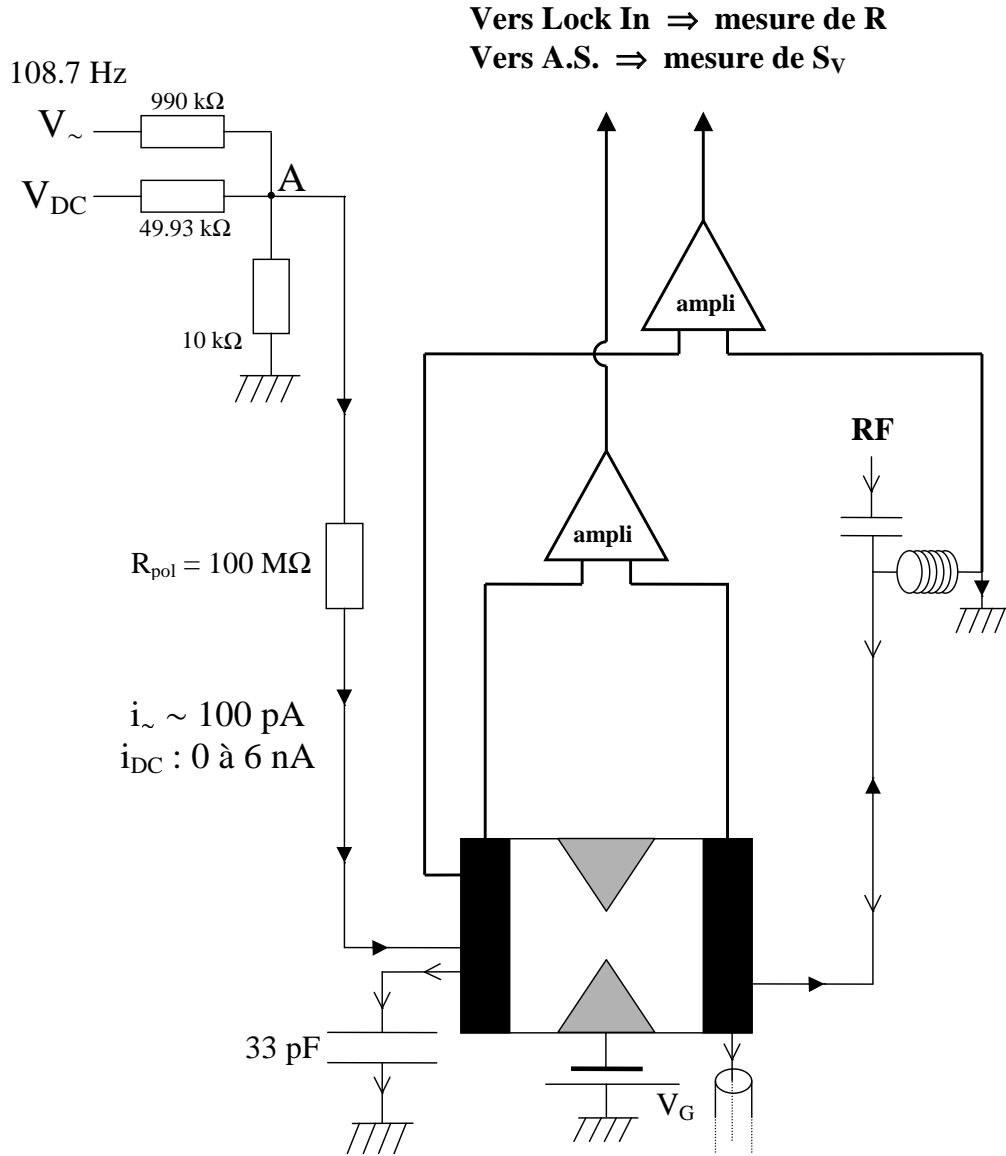


FIG. 3.6 — Schéma du montage expérimental : l'injection de courants continu et alternatif se fait par une résistance de polarisation de 100.86 M Ω à température ambiante. La tension aux bornes de l'échantillon est amplifiée par deux voies d'amplification bas bruit. La mesure de la résistance de l'échantillon est faite par des détections synchrones, et la mesure des corrélations de tension par un analyseur de spectre. Enfin, la modulation RF est injectée sur un contact de l'échantillon, l'autre étant maintenu à la masse par une capacité de 33 pF.

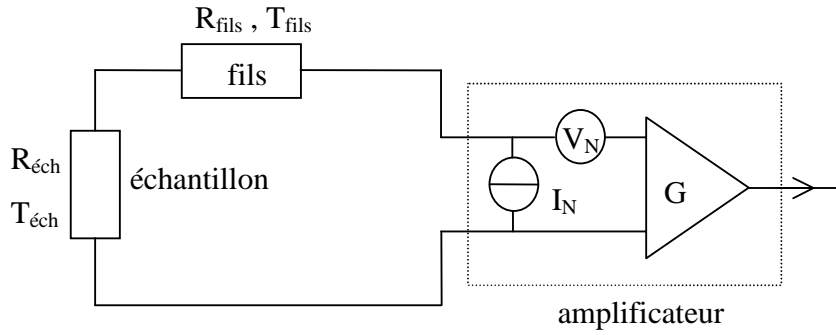


FIG. 3.7 – Schéma d'un montage de mesure de bruit avec une seule chaîne d'amplification, qu'on modélise par un amplificateur parfait de gain G et par des sources de courant et de tension en entrée, qui représentent le bruit de la chaîne d'amplification.

par d'éventuels bruits liés au réseau, nous évitons les multiples de 50 Hz . Dans toutes nos expériences, nous avons choisi 108.7 Hz .

Le principe de la détection synchrone est le suivant : elle multiplie le signal reçu, contenant la fréquence de référence, ainsi qu'un bruit au spectre large, par le signal de référence. Puis ce signal traverse un filtre passe-bas, de constante de temps τ . On extrait de cette manière du signal reçu par le détecteur synchrone les composantes à ω_{ref} , à $\delta\omega$ près, où $\delta\omega = 1/\tau$. La réduction de la bande passante grâce à ce filtre permet de réduire le bruit. Nous avons typiquement utilisé des constantes de temps τ allant de 300 ms à 3 s .

3.3.2 Mesures de bruit

La tension aux bornes de l'échantillon est amplifiée par un amplificateur bas bruit, dont on peut modéliser l'effet par, en entrée, une source de bruit en courant, et une source de bruit en tension. Cela signifie que lorsqu'on mesure l'autocorrélation du signal de sortie de l'amplificateur, une composante non négligeable est due au bruit en tension de l'amplificateur. Pour s'en affranchir, nous effectuons des mesures de corrélations croisées dont le principe est le suivant. La tension aux bornes de l'échantillon est prélevée par deux chaînes d'amplification, comme cela est schématisé sur la figure (3.6). Puis on mesure les corrélations croisées des tensions en sortie de chaînes d'amplification.

Nous allons comparer le cas où une seule chaîne est utilisée et le cas où deux chaînes le sont. Notons $\langle V_{N,1}^2 \rangle$ (resp. $\langle V_{N,2}^2 \rangle$) et $\langle I_{N,1}^2 \rangle$ (resp. $\langle I_{N,2}^2 \rangle$) les bruits en tension et en courant de l'amplificateur de la chaîne 1 (resp. 2). On appelle $R_{fils,1}$ (resp. $R_{fils,2}$) la résistance des fils de mesure de la voie 1 (resp. 2), et T_{fils} la température des fils, que nous supposons être la même sur les deux voies. Enfin, on note V_1 et V_2 les tensions de sortie de chacune des chaînes.

Dans le cas, où une seule chaîne est utilisée, on peut schématiser le principe de la mesure par la figure (3.7), en introduisant en entrée de l'amplificateur une source de courant représentant le bruit en courant de l'amplificateur, et une source de tension représentant son bruit en tension. L'autocorrélation en sortie de la chaîne unique s'écrit :

$$\langle V^2 \rangle = G^2 \left(\langle V_{éch}^2 \rangle + \langle V_{fils}^2 \rangle + \langle V_N^2 \rangle + (R_{fils} + R_{éch})^2 \langle I_N^2 \rangle \right)$$

Dans cette formule, le bruit en tension aux bornes des fils est simplement le bruit Johnson-

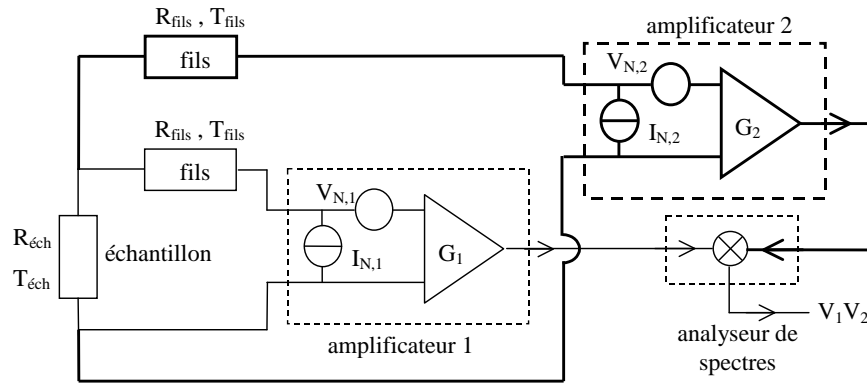


FIG. 3.8 – Schéma d'un montage de mesure de bruit avec deux chaînes d'amplification. Les signaux de sortie sont envoyés sur un analyseur de spectre permettant de faire la corrélation croisée des deux signaux. Alors la mesure n'est pas sensible au bruit en tension des amplificateurs, mais uniquement à leur bruit en courant.

Nyquist associé :

$$\langle V_{fils}^2 \rangle = 4k_B T_{fils} R_{fils} \Delta f$$

Δf étant la bande de fréquences sur laquelle les mesures sont effectuées. Et $\langle V_{éch}^2 \rangle$ est le bruit que l'on souhaite mesurer. On constate que la mesure est sensible à de nombreux autres bruits parasites, notamment le bruit en tension des amplificateurs, et le bruit thermique dû aux fils de mesure.

Examinons maintenant le cas où deux chaînes sont utilisées, modélisé sur la figure (3.8). Alors en autocorrélation, on obtient :

$$\langle V_1^2 \rangle = G_1^2 (\langle V_{éch}^2 \rangle + \langle V_{fils,1}^2 \rangle + \langle V_{N,1}^2 \rangle + (R_{fils} + R_{éch})^2 \langle I_{N,1}^2 \rangle + R_{éch}^2 \langle I_{N,2}^2 \rangle)$$

Cette mesure est encore sensible au bruit en tension des amplificateurs. Par contre, en corrélations croisées, le signal mesuré est :

$$\langle V_1 V_2 \rangle = G_1 G_2 (\langle V_{éch}^2 \rangle + R_{éch}(R_{éch} + R_{fils,1}) \langle I_{N,1}^2 \rangle + R_{éch}(R_{éch} + R_{fils,2}) \langle I_{N,2}^2 \rangle)$$

En effet, les bruits en tension des deux chaînes d'amplification sont décorrélés, ainsi que les bruits thermiques associés aux fils de mesure de chaque chaîne. On constate ici que le seul bruit auquel est sensible la mesure en corrélation croisée est le bruit en courant des amplificateurs. Vu les valeurs des résistances de l'échantillon utilisées, ce bruit est inférieur au bruit en tension des amplificateurs. L'autre avantage est que le bruit en courant des amplificateurs présente une dépendance en fréquence moins marquée que le bruit en tension, qui contient une composante importante de bruit en $1/f$ en dessous d'une certaine fréquence.

3.3.3 Description du montage expérimental

Injection du courant

Pour réaliser simultanément des mesures de conductance et de bruit hors d'équilibre, il est nécessaire de pouvoir appliquer à l'échantillon un courant alternatif (dont nous avons déjà parlé dans un paragraphe précédent), et un courant continu. Un pont diviseur de tension permet

d'avoir au point A indiqué sur le schéma de la figure (3.6) la somme d'une tension alternative et d'une tension continue. Puis on réalise une source de courant, en ajoutant une résistance de polarisation $R_{pol} = 100.86 M\Omega$ à 300 K. Cette résistance est bien plus grande que la résistance de l'échantillon (qui varie de quelques $k\Omega$ à $100 k\Omega$). Compte tenu des valeurs des résistances utilisées, l'application de $V_{DC} = 1 V$, correspond à l'injection d'un courant de $0.1 nA$. Nous appliquerons typiquement des tensions V_{DC} allant de -8 à $+8 V$, soit des courants de -0.8 à $+0.8 nA$. La tension alternative appliquée reste constante, et vaut $1 V$, ce qui correspond à un courant de $96.25 pA$, comme mentionné auparavant. Par ailleurs, on peut déjà noter que la résistance de polarisation va injecter sur l'échantillon un courant dont le densité spectrale de bruit vaut :

$$S_I = 4k_B T_{amb} / R_{pol} = 1.64 \cdot 10^{-28} A^2 / Hz$$

Le circuit est refermé à la masse en tête du réfrigérateur, à 300 K, via un T de polarisation (*bias tee* en anglais), dont nous expliquerons le fonctionnement dans le paragraphe intitulé "injection de la RF".

Enfin, pour polariser négativement les grilles, nous utilisons des piles, pour éviter d'utiliser le secteur, ce qui pourrait entraîner une légère modulation de la tension grille V_g à 50 Hz.

Amplification de tension

La tension aux bornes de l'échantillon est amplifiée par deux amplificateurs ultra bas bruit en série sur chacune des voies (modèle LI75A, NF-Electronics). Chaque amplificateur a un gain proche de 100. Chaque chaîne a été étalonnée avec une précision de 0.1%. Le gain en tension de la chaîne 1 est de $1.049 \cdot 10^4$, et celui de la chaîne 2 de $1.038 \cdot 10^4$.

Le bruit en tension ramené à l'entrée de ces amplificateurs, est de $1.4 nV / \sqrt{Hz}$. Leur bruit en courant est de $5.7 fA / \sqrt{Hz}$ et correspond au bruit thermique de leur résistance d'entrée. Cette dernière valait $100 M\Omega$, et a été changée en une résistance de $500 M\Omega$, afin de réduire le bruit en courant d'un facteur 5. Les amplificateurs sont alimentés par des batteries, afin de les découpler du réseau. Par ailleurs, la sortie des amplificateurs est filtrée par des filtres passe-bas d'une atténuation de 80 dB au-dessus de 1 MHz.

Enfin, les signaux de sortie des amplificateurs sont envoyés sur les détecteurs synchrones, ainsi que sur un analyseur de spectres qui permet de mesurer l'autocorrélation des tensions de chacune des voies, ainsi que les corrélations croisées. On détaillera le principe d'analyse des mesures faites à l'analyseur de spectre dans le paragraphe 3.4.

Injection de la RF

L'un des côtés de l'échantillon doit être maintenu à la masse pour la RF, ce qui est réalisé en court-circuitant l'un des contacts de l'échantillon à la masse avec une petite capacité de $33 pF$ placée à froid, juste à côté de l'échantillon. On constate que la masse RF et la masse DC sont découplées. Cela se fait à l'aide d'un T de polarisation (*bias tee* en anglais), constitué d'une inductance et d'une capacité, comme on peut le voir sur le schéma de la figure (3.6). La RF est injectée par la capacité, et de cette manière, ne perturbe pas le fonctionnement de l'amplificateur. Cependant, il a été constaté que les résultats expérimentaux étaient améliorés lorsqu'on plaçait en plus à l'entrée de l'amplificateur un filtre Murata qui diminue encore la puissance RF reçue.

La source RF utilisée est une source Hewlett Packard, dont la plage de fréquence est de 0.04 à 20 GHz, et la puissance délivrée peut varier de -10 à $+20 dBm$. On rappelle que la puissance

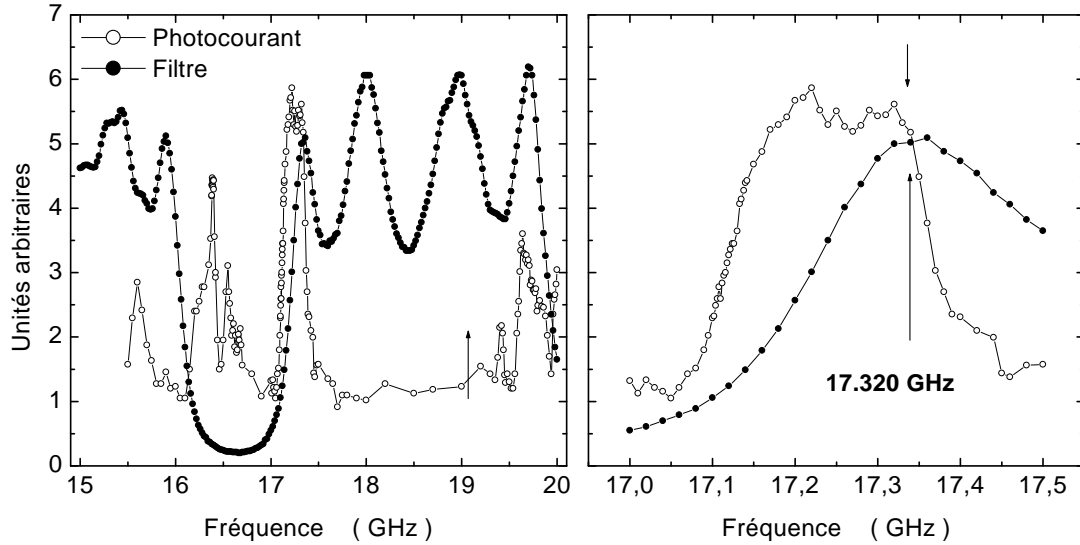


FIG. 3.9 – La figure de gauche montre, en unités arbitraires, le photocourant créé par la RF en fonction de la fréquence injectée (points creux), et la réponse du filtre seul (points pleins). La figure de droite est simplement un agrandissement de la figure de gauche, pour des fréquences autour de celle que l'on a choisie : 17.32 GHz . Cette fréquence est bien transmise par le filtre, et, puisqu'elle crée un photocourant non nul, est également transmise par la ligne de transmission.

en dBm vaut :

$$P_{dBm} = 20 \log(P/P_0)$$

où $P_0 = 1\text{ mW}$.

Un point délicat de l'analyse des données consiste à estimer la puissance RF au niveau de l'échantillon, en fonction de celle injectée par la source. En effet, il faut tenir compte d'une part de l'atténuation des câbles coaxiaux (nécessaire pour que le rayonnement thermique incident sur l'échantillon soit celui d'une température assez basse) qui est dans notre cas de l'ordre de $11\text{ dB}/\sqrt{\text{GHz}}$. D'autre part, à chaque connecteur, ou atténuateur, il y a une discontinuité d'impédance qui, même légère, donne lieu à des réflexions multiples le long de la ligne de descente de la RF. Pour limiter ce phénomène, on place des atténuateurs à différents endroits de la ligne : 10 dB en tête du réfrigérateur, et 3 dB à l'entrée de la cage de Faraday.

En outre, la source n'étant pas parfaitement monochromatique, elle injecte en plus du signal principal, un bruit dont le spectre est large. En particulier ce bruit va contribuer au chauffage des électrons de l'échantillon, et augmenter les fluctuations de tension aux bornes de l'échantillon. C'est pourquoi on ajoute en tête du réfrigérateur un filtre permettant de couper les basses fréquences. Ce filtre a une structure de cristal photonique, c'est-à-dire qu'il s'agit d'une structure périodique de discontinuités d'impédances, de sorte que seules certaines fréquences sont transmises, et les basses fréquences réfléchies. La réponse du filtre en fréquence a été mesurée, et est montrée en points pleins sur la figure (3.9).

Pour trouver les fréquences RF permettant le meilleur couplage entre la ligne de transmission RF et le gaz d'électrons, on effectue des mesures de photocourant. On irradie un contact du point contact quantique avec un signal RF modulé en amplitude (à une fréquence de 108.7 Hz), et on mesure la tension aux bornes de l'échantillon à la même fréquence, grâce à une détection

synchrone. Autrement dit, on mesure

$$V = R_{éch} I_{photocourant}$$

en fonction de la fréquence de la porteuse, pour une fréquence variant de 15 à 20 GHz . La courbe obtenue est montrée en ronds creux sur la figure (3.9). On observe l'existence de nombreuses résonances. On constate par ailleurs que le photocourant ne dépasse jamais 0.2 nA , ce qui correspond à des tensions eV inférieures à la température $k_B T$: le photocourant aura donc sur le bruit un effet négligeable. L'existence du photocourant est due à la dépendance de la transmission D avec l'énergie E de l'électron incident. En effet, si ce dernier a absorbé un photon, il se trouve à une énergie $E + h\nu$, et ne "voit" pas la même transmission qu'un électron du réservoir d'en face qui reste à l'énergie E . Par conséquent, les courants venant de chacun des réservoirs ne se compensent pas, et il existe un courant résultant non nul. Ici, le photocourant mesuré est faible. En effet, la transmission du point contact quantique varie sur une échelle d'énergie correspondant à l'écart entre les sous-bandes du conducteur unidimensionnel, c'est-à-dire sur une échelle de l'ordre de $E_F = 17 meV$ ¹. Or la fréquence micro-onde que l'on injecte est de l'ordre de 20 GHz , et correspond à une énergie d'environ 100 μeV , ce qui est effectivement très petit par rapport à E_F . La transmission dépend très peu de l'énergie sur cette échelle, et le photocourant observé est faible.

La fréquence RF utilisée pour les mesures de bruit photo-assisté doit être une fréquence transmise par le filtre, et une fréquence pour laquelle il y a un bon couplage entre la ligne de transmission et le gaz bidimensionnel. C'est pourquoi nous avons utilisé les fréquences 17.32 GHz , et 8.73 GHz (cette dernière fréquence a été déterminée de la même manière, sur une autre plage de fréquence).

3.4 Analyse des données

L'analyseur de spectres mesure la densité spectrale de bruit en tension sur une plage de fréquence de 2.6 à 4.2 kHz . Lorsqu'on utilise cette plage de fréquence, et pour réaliser une acquisition, on fait $N_{moy} = 2000$ moyennes, ce qui prend environ 12 minutes. Bien que le bruit physique qu'on souhaite mesurer soit blanc à basse fréquence, le spectre ne l'est pas forcément à cause du système de mesures. L'analyse des données consiste à extraire de ce spectre affiché à l'écran la partie indépendante de la fréquence.

Moyennage des spectres

Lorsqu'on réalise une expérience de *shot noise*, on effectue $N = 81$ points pour des valeurs de tension continue différentes, ce qui prend en tout environ 16 heures. A chaque point correspond un spectre en fréquence $S_{V,i}(f)$, qui a été moyenné 2000 fois. Par convention, on note $S_{V,i}(f)$ la densité spectrale de bruit mesurée, ramenée à l'entrée, c'est-à-dire divisée par le gain des amplificateurs (le produit $G_1 G_2$ vaut $1.09 \cdot 10^8$).

La première étape consiste à prendre la moyenne de tous ces spectres, et à la retrancher à chaque spectre. De cette manière là, on élimine les composantes du bruit qui dépendent du système de mesure, ainsi que d'éventuels pics parasites qui ne dépendraient pas de i . En effet,

¹Dans le modèle du puits rectangulaire infini, le premier niveau a une énergie de E_0 , et le second de $4E_0$, donc l'écart entre ces deux niveaux est de l'ordre de E_0 , indépendamment de la forme exacte du potentiel. Or tant que la transmission est inférieure à 1, le niveau de Fermi est approximativement égal à E_0 , donc $E_F \simeq E_0$, et l'échelle de variation de la transmission est donc E_F

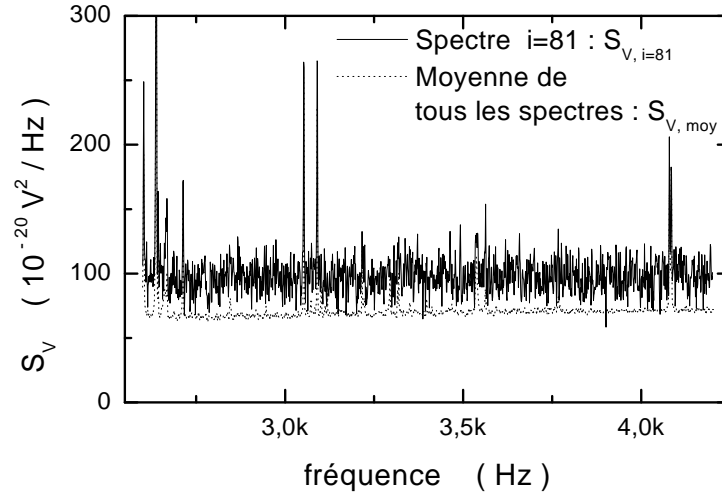


FIG. 3.10 – Densité spectrale de bruit en fonction de la fréquence : en trait plein, le spectre donné par l’analyseur de spectres, et en pointillés, la moyenne des 81 spectres réalisés lors de l’expérience complète. Les pics parasites se retrouvent dans ces deux spectres, et la différence des deux est un bruit blanc, voir figure (3.11).

sur la figure (3.10), on voit un spectre $S_{V,i}(f)$, ainsi que la moyenne des 81 spectres réalisés lors de cette expérience. On constate que tous les pics importants sont situés sur les deux spectres. La différence entre ces deux spectres est montrée sur la partie gauche de la figure (3.11) : elle ne comporte plus de pics parasites, et est plate en fréquence.

On va donc s’intéresser à :

$$\Delta S_{V,i}(f) = S_{V,i}(f) - S_{V,moy}(f)$$

$$S_{V,moy}(f) = 1/N \sum_{i=1}^N S_{V,i}(f)$$

Le spectre ainsi obtenu $\Delta S_{V,i}(f)$ est blanc. Pour extraire de ce spectre une valeur de la densité spectrale de bruit en tension, on effectue un ajustement gaussien de l’histogramme des points (ce qui a l’avantage d’accorder un très faible poids à des pics de bruits qui seraient encore présents). L’ajustement conduit à la valeur de $\Delta S_{V,i}$. La manière dont a été réalisée l’analyse jusque là nous donne un ensemble de valeurs $\Delta S_{V,i}$, dont la moyenne (sur i), donne 0.

Ensuite, un spectre particulier (par exemple celui correspondant à une tension continue appliquée nulle) est analysé individuellement : on fait un ajustement gaussien de ce spectre, de sorte qu’on obtient la valeur S_{V,i_0} , qui nous permet de traduire l’ensemble des valeurs $\Delta S_{V,i}$ et d’obtenir la “vraie” valeur du bruit : $S_{V,i}$ pour les différents i .

Fréquence de coupure

Jusqu’à présent, nous n’avons pas tenu compte de la fréquence de coupure introduite par le système de mesure. Or, même si elle vaut environ 10 kHz pour des résistances de l’ordre de $25\text{ k}\Omega$, son effet n’est pas négligeable sur le spectre.

$$S_V(f) = \frac{R_{éch}^2}{1 + \left(\frac{f}{f_c}\right)^2} S_I$$

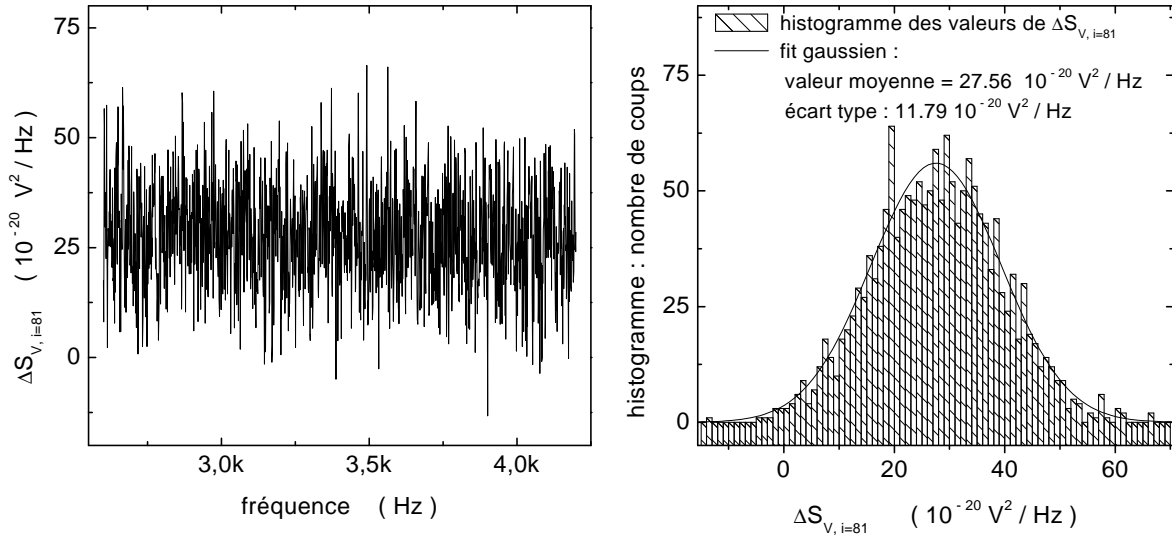


FIG. 3.11 – Graphique de gauche : différence entre le spectre $i = 81$, et la moyenne des 81 spectres : les pics parasites sont supprimés et le bruit obtenu est bien blanc. A droite : histogramme des valeurs de $\Delta S_{V,i=81}(f)$. Un ajustement par une gaussienne de cet histogramme conduit à la valeur de $\Delta S_{V,i=81} = 27.56 \cdot 10^{-20} \text{ V}^2/\text{Hz}$, et également à l'écart type : $\delta(\Delta S_{V,i=81}) = 11.79 \cdot 10^{-20} \text{ V}^2/\text{Hz}$.

Donc une fois la moyenne de S_V faite lors de l'analyse précédente, on en déduit S_I par :

$$S_{V,i} = \frac{f_C}{\Delta f} \left(\arctan \left(\frac{f_{max}}{f_C} \right) - \arctan \left(\frac{f_{min}}{f_C} \right) \right) R_{éch}^2 S_{I,i}$$

Dans ces formules, on a noté $f_C = 1/2\pi R_{éch}C$, la fréquence de coupure, qui dépend de la résistance de l'échantillon, et on a noté f_{min} et f_{max} les bornes de l'intervalle de fréquences sur lequel les mesures de corrélation de tensions sont effectuées. $\Delta f = f_{max} - f_{min} = 4.2 - 2.6 \text{ kHz}$.

A l'issue de l'analyse, on obtient donc un ensemble de valeurs de bruit en courant correspondant aux différentes tensions V_{DC} appliquées, c'est-à-dire aux différentes valeurs I_{DC} imposées.

Précision des mesures

Il est indispensable de connaître la précision de nos mesures afin de savoir si nous pourrions déterminer d'une part la température électronique, d'autre part évaluer les incertitudes sur les mesures. La précision de la mesure vaut :

$$\frac{\delta S_V}{S_V} = \frac{1}{\sqrt{N_{acq}}}$$

N_{acq} est le nombre total d'acquisitions faites pour mesurer S_V . Ici, le nombre total d'acquisitions vaut : $N_{acq} = N_{moy} \times N_{canaux}$. En effet, le signal de l'analyseur de spectres est discrétisé sur $N_{canaux} = 1600$ canaux. Par exemple pour une mesure de bruit sur une plage de 1.6 kHz , la bande passante est donc de 1 Hz , et comme le bruit est indépendant de la fréquence, cela revient à faire 1600 mesures de la même quantité en parallèle, ce qui améliore la précision.

Le nombre de moyennages N_{moy} est évidemment limité par la durée d'une expérience : on a vu que pour une largeur de 1.6 kHz , 2000 moyennes se font en 12 minutes, ce qui fait pour une

expérience de *shot noise* environ 16 heures. Ces expériences sont réalisées la nuit, pour réduire les bruits parasites. Mais ces expériences ne peuvent pas durer plus d'une journée, car au-delà, il y a des dérives qui rendent l'exploitation des données difficile.

Par exemple, lorsqu'on fait l'ajustement de l'histogramme de $\Delta S_{V,i=81}(f)$ par une gaussienne, on obtient un écart type de $11.79 \cdot 10^{-20} V^2/Hz$ pour une valeur moyenne de $27.56 \cdot 10^{-20} V^2/Hz$. Cet écart type a déjà tenu compte des 2000 moyennes effectuées pour obtenir le spectre, mais ne tient pas compte des 1600 canaux de l'analyseur de spectres. Par conséquent, l'incertitude sur la valeur trouvée de $\Delta S_{V,i=81}$ est :

$$\delta = \frac{\delta S_{V,i=81}}{\sqrt{1600}} = 0.29 \cdot 10^{-20} V^2/Hz$$

D'où une précision de l'ordre de 1% sur la valeur finale de $S_{V,i}$.

Comparaison avec la théorie

La théorie nous donne l'expression de la densité spectrale de bruit en courant au niveau de l'échantillon en fonction de différents paramètres, notamment la tension aux bornes de l'échantillon. Or l'analyse des données nous conduit à la valeur du bruit en tension après amplification pour un spectre i donné $S_{V,i}$. On obtient alors le bruit en courant associé à ce spectre en faisant intervenir la conductance différentielle G_i mesurée simultanément :

$$S_{I,i} = G_i^2 S_{V,i}$$

Par ailleurs, il faut déterminer la tension continue V_i aux bornes de l'échantillon. Or on mesure la conductance différentielle, et on connaît le courant injecté I_i dans l'échantillon lors de cette mesure. On peut donc calculer V_i :

$$V_i = \int_0^{I_i} \frac{dV}{dI} dI = \int_0^{I_i} \frac{1}{G} dI$$

Puisqu'on réalise un nombre fini de mesures :

$$V_i = \sum_{j=1}^i \frac{1}{G_{j-1}} (I_j - I_{j-1})$$

On peut ensuite comparer expériences et théorie, soit à partir de la densité spectrale de bruit, soit à partir de la température de bruit, définie par : $T_N = S_I/4k_B G$.

Chapitre 4

Théorie de la diffusion appliquée au bruit photo-assisté, et premières expériences

4.1 Retour sur la seconde quantification

Dans cette partie, nous allons généraliser les résultats théoriques présentés dans la première partie de cette thèse au cas où la tension appliquée à l'échantillon dépend du temps. La théorie des fluctuations en présence d'un potentiel oscillant dû à un flux magnétique variable ont été étudiées initialement par Lesovik et Levitov [31]. Ici, nous reprendrons simplement la démarche présentée en première partie [36, 4].

On considère un conducteur à deux contacts indicés par les lettres grecques α, β , et chaque contact contient plusieurs canaux, indicés par les lettres m, n . On suppose toujours que les matrices de diffusion S sont indépendantes de l'énergie. Le potentiel chimique de l'un des contacts, par exemple celui de droite, est supposé fixe, alors que celui de gauche est soumis à un potentiel constant V , et à un potentiel oscillant :

$$U(t) = V_{AC} \cos(\nu t/2\pi)$$

On ne peut plus utiliser la théorie de la diffusion stationnaire. Désormais, les états de diffusion dans le fil de gauche, soumis au potentiel oscillant, vérifient l'équation de Schrödinger :

$$i\hbar \frac{\partial \Psi_n(\vec{r}, E, t)}{\partial t} = (H_0 + U(t)) \Psi_n(\vec{r}, E, t)$$

On a noté H_0 le hamiltonien des électrons en l'absence de potentiel oscillant. On peut donc écrire les états de diffusion dans le fil de gauche sous la forme :

$$\Psi_n(\vec{r}, E, t) = \chi_{L,n}(\vec{r}_\perp) e^{ik_{L,n}z - iEt/\hbar} \times \sum_{l=-\infty}^{+\infty} J_l \left(\frac{eV_{AC}}{\hbar\nu} \right) e^{-il\nu t/2\pi}$$

Les fonctions J_l sont les fonctions de Bessel d'ordre l . Ainsi, en présence d'un potentiel oscillant, chaque niveau d'énergie E se décompose en une infinité d'états d'énergies $E + l\hbar\Omega$. On suppose maintenant que le potentiel est appliqué asymptotiquement loin du conducteur, et qu'il décroît lentement lorsqu'on s'approche de l'échantillon. Ainsi, il existe une portion du fil de gauche telle

qu'il n'y ait pas de potentiel oscillant, et pas encore de diffusion. Alors, dans cette région, on peut écrire les opérateurs d'annihilation sous la forme :

$$\hat{a}_{L,n} = \sum_l J_l \left(\frac{eV_{AC}}{h\nu} \right) \hat{a}'_{L,n}(E - lh\nu)$$

les opérateurs $\hat{a}'_{L,n}$ étant les opérateurs d'annihilation dans le fil de gauche (asymptotiquement loin). En suivant la même démarche que pour obtenir l'équation (2.1), on obtient l'expression de l'opérateur courant dans le fil de gauche :

$$\begin{aligned} \hat{I}_L(t) &= \frac{e}{h} \sum_{\alpha,\beta} \sum_{m,n} \int dE dE' e^{i(E-E')t/\hbar} \\ &\times \sum_{k,l} J_l \left(\frac{eV_\alpha}{h\nu} \right) J_k \left(\frac{eV_\beta}{h\nu} \right) \hat{a}'_{\alpha,m} A_{\alpha\beta}^{mn}(L; E, E') \hat{a}_{\beta,n} \end{aligned}$$

On a choisi $V_L = V_{AC}$, et $V_R = 0$. Enfin, on suppose que la fréquence du potentiel oscillant n'est pas trop grande pour pouvoir considérer que le réservoir de gauche est à l'équilibre : sa fonction de distribution est une fonction de Fermi-Dirac, dont le potentiel chimique vaut $E_F + eV$, et celle du fil de droite a pour potentiel chimique E_F .

En présence d'un potentiel oscillant, la fonction de corrélation $S_{L,L}$ dépend non seulement de la différence $t - t'$, mais aussi du temps "absolu" $\tilde{\tau} = (t + t')/2$. Or on s'intéresse au spectre de bruit sur des échelles de temps bien plus longues que la période $\tau = 2\pi/\Omega$ du potentiel oscillant. On peut donc moyenner le bruit sur ce temps :

$$S_{L,L}(t - t') = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau d\tilde{\tau} S(t - t', \tilde{\tau})$$

La densité spectrale de bruit à basse fréquence est alors donnée par l'expression :

$$\begin{aligned} S_{L,L}(\omega = 0, \nu) &= \frac{2e^2}{h} \sum_{\alpha,\beta} \int dE \sum_l J_l^2 \left(\frac{e(V_\alpha - V_\beta)}{h\nu} \right) \times Tr[A_{\alpha\beta}(L)A_{\beta\alpha}(L)] \\ &\times [f_\alpha(E + lh\nu)(1 - f_\beta(E)) + f_\beta(E)(1 - f_\alpha(E + lh\nu))] \end{aligned}$$

La matrice A a été supposée indépendante de l'énergie. Une fois l'intégration sur l'énergie faite, et en introduisant les transmissions D_n des canaux propres, il vient :

$$\begin{aligned} S_{L,L}(\nu) &= \frac{2e^2}{h} \left\{ 4k_B T \sum_n D_n^2 + \sum_{l=-\infty}^{+\infty} J_l^2 \left(\frac{eV_{AC}}{h\nu} \right) \sum_n D_n(1 - D_n) \right. \\ &\times \left[(eV + lh\nu) \coth \left(\frac{eV + lh\nu}{2k_B T} \right) + (eV - lh\nu) \coth \left(\frac{eV - lh\nu}{2k_B T} \right) \right] \Big\} \end{aligned}$$

Posons $\alpha = \frac{eV_{AC}}{h\nu}$. Alors on peut réécrire la formule précédente sous la forme :

$$\begin{aligned} S_{L,L}(\nu) &= \frac{2e^2}{h} 4k_B T \left\{ \sum_n D_n^2 + \sum_n D_n(1 - D_n) J_0^2(\alpha) \left(\frac{eV}{2k_B T} \right) \coth \left(\frac{eV}{2k_B T} \right) \right. \\ &+ \sum_n D_n(1 - D_n) \sum_{\pm} \sum_{l=1}^{+\infty} J_l^2(\alpha) \left(\frac{eV \pm lh\nu}{2k_B T} \right) \coth \left(\frac{eV \pm lh\nu}{2k_B T} \right) \Big\} \end{aligned}$$

Avant de faire quelques commentaires sur cette formule suivant les conditions expérimentales utilisées, il est important de préciser que Lesovik et Levitov, dans [31], ont considéré une géométrie différente : ils étudient une boucle à un canal, presque fermée, de longueur L , connectée à deux réservoirs. La boucle contient un centre diffuseur, et est traversée par un flux magnétique dépendant du temps $\Phi(t) = \Phi_a \sin(\nu t/2\pi)$. Ce flux dépendant du temps crée un champ électrique, donc une tension $U(t) = U_a \cos(\nu t/2\pi)$, avec $eU_a = 2\pi(\Phi_a/\Phi_0)(L/2\pi R)h\nu$, où L est la longueur de la boucle, et R son rayon. Φ_0 est le quantum de flux magnétique e/h . Le résultat obtenu est rigoureusement le même que précédemment, à condition de remplacer le paramètre $\alpha = eV/h\nu$ de la théorie précédente par $\alpha = 2\pi\Phi_a/\Phi_0$.

4.2 Densité spectale de bruit à tension nulle $V = 0$

Etudions le bruit en l'absence de courant ou de tension continue imposée au conducteur : $V = 0$. Lors des expériences réalisées, nous avons utilisé des radiofréquences (RF) de 10 à 20 GHz. Or la température électronique ne dépasse pas 250 mK. Par conséquent, nous sommes toujours dans le cas où $h\nu \gg k_B T$, ce que nous supposons ici.

Exprimons la densité spectrale de bruit en courant en termes de température de bruit T_N définie par :

$$T_N = \frac{S_I}{4k_B G} = \frac{S_I}{4k_B \sum_n D_n}$$

On obtient, pour des tensions continues nulles :

$$T_N = T \left\{ J_0^2(\alpha) + \frac{\sum_n D_n^2}{\sum_n D_n} (1 - J_0^2(\alpha)) \right\} + \frac{\sum_n D_n (1 - D_n)}{\sum_n D_n} \sum_{l=1}^{+\infty} J_l^2(\alpha) \frac{lh\nu}{k_B} \quad (4.1)$$

Cette formule se décompose en deux termes. Le premier est proportionnel à la température, et correspond au bruit thermique des électrons, ayant absorbé des photons ou non. En effet, la probabilité pour un électron d'absorber l photons vaut $J_l^2(\alpha)$. Donc la probabilité de n'en absorber aucun est $J_0^2(\alpha)$, et la probabilité d'en absorber au moins un est $1 - J_0^2(\alpha)$. On retrouve chacune de ces expressions dans le premier terme de l'équation (4.1). Les électrons pompés et non pompés par l'onde radiofréquence ne donnent pas la même dépendance en D_n en ce qui concerne le bruit thermique. En effet, les électrons non pompés "voient" des électrons de même énergie dans le contact en face (bruit thermique proportionnel à D_n), alors que les électrons pompés "voient" des états vacants des deux côtés (bruit thermique proportionnel à D_n^2).

Le second terme de cette formule ne dépend pas de la température, et existe même à température nulle. Il est proportionnel au facteur de Fano $\mathcal{F} = \sum_n D_n (1 - D_n) / \sum_n D_n$. Ce terme correspond à un bruit de partition, bien qu'il n'y ait pas de différence de potentiel appliquée. Puisqu'il ne dépend pas de la température, plaçons-nous pour simplifier le raisonnement à température nulle afin de comprendre l'origine de ce terme. Supposons qu'un électron émis par le réservoir de gauche (dont le potentiel est oscillant) absorbe un ou plusieurs photons, de sorte que son énergie finale soit supérieure à l'énergie de Fermi. Alors cet électron voit des états vacants à son énergie, dans le fil de droite comme dans le fil de gauche : cet électron pourra donc être soit transmis, soit réfléchi, et il va générer du bruit de partition. De même, le trou laissé à l'énergie initiale de l'électron pourra également être soit transmis, soit réfléchi, puisque les états de droite comme de gauche à cette énergie sont occupés.

Essayons de retrouver quantitativement l'expression du terme de partition, toujours à température nulle, par un raisonnement simple. Supposons qu'il n'y ait qu'un seul canal pour simplifier, et considérons uniquement les transitions à un photon. La situation est schématisée sur la figure

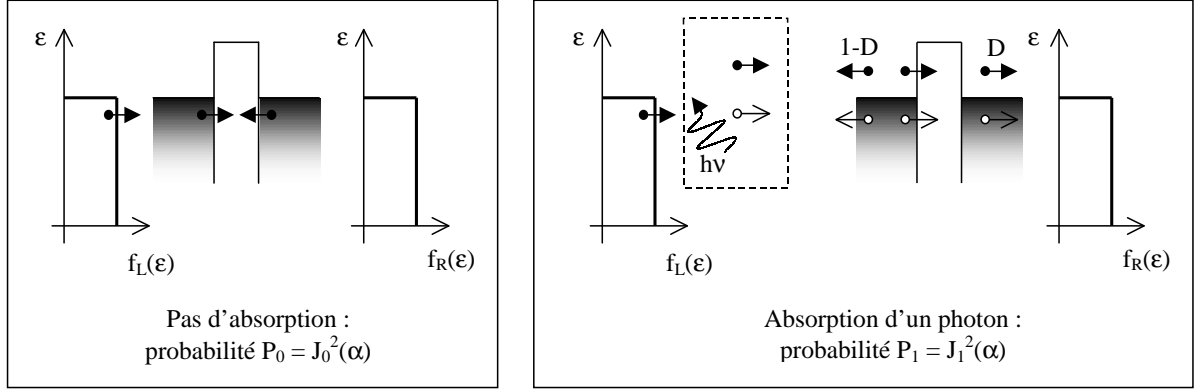


FIG. 4.1 – A gauche : un électron émis par le contact de gauche n'absorbe pas de photon, alors il ne génère pas de bruit. A droite, un électron émis à une énergie $\epsilon < h\nu$ en-dessous du niveau de Fermi absorbe un photon. Alors l'électron peut être transmis avec la probabilité D ou réfléchi. Indépendamment, le trou peut être transmis ou réfléchi : chacune de ces particules crée donc un bruit de partition, les deux réservoirs étant au même potentiel chimique.

(4.1).

Si un électron incident n'absorbe pas de photon, alors il ne génère ni courant, ni bruit puisqu'un électron à la même énergie est présent dans le réservoir d'en face. Supposons maintenant qu'un électron d'énergie $\epsilon < h\nu$ en dessous de l'énergie de Fermi, absorbe un photon. Cela arrive avec la probabilité \mathcal{P}_1 , et il y a donc un courant incident de tels électrons qui vaut :

$$I_e = \frac{2e}{h} D h\nu \mathcal{P}_1$$

En effet, les électrons se trouvant après absorption d'un photon au-dessus de l'énergie de Fermi sont ceux situés sur une bande d'énergie $h\nu$ en dessous de l'énergie de Fermi. On a vu que ces électrons génèrent du bruit de partition, qui va donc s'écrire :

$$S_{I,e} = 2eI_e (1 - D) = 2 \frac{2e^2}{h} D(1 - D) h\nu \mathcal{P}_1$$

Or ces électrons génèrent des trous à l'énergie ϵ en dessous de l'énergie de Fermi, dont le courant vaut : $I_h = -I_e$. Et ces trous génèrent le bruit : $S_{I,h} = S_{I,e}$. En effet, le bruit de partition généré par ce trou peut être vu comme le bruit de partition de l'électron à l'énergie ϵ venant du réservoir d'en face. Par conséquent, les électrons et les trous sont des sources de bruit indépendantes, et les bruits générés par chacun d'eux s'ajoutent de manière incohérente pour donner le bruit total :

$$S_I = 4 \frac{2e^2}{h} D(1 - D) h\nu \mathcal{P}_1$$

Ici, $\mathcal{P}_1 = J_1^2(\alpha)$. Il est important de noter que la présence de l'électron au-dessus du niveau de Fermi et la présence du trou en dessous sont corrélées, puisque l'absorption d'un photon crée simultanément l'électron et le trou. Cependant, l'électron et le trou sont diffusés de manière indépendante par la barrière, et le bruit du trou correspond au bruit de l'électron du réservoir d'en face. C'est pourquoi, bien que leurs présences soient corrélées, leurs bruits s'additionnent de manière incohérente.

Lorsqu'on tient compte des phénomènes à plusieurs photons, on obtient la formule (4.1) pour une température nulle, qui dans le cas d'un seul canal s'écrit :

$$T_N = \frac{S_I}{4k_B G} = \frac{1}{4k_B \left(\frac{2e^2}{h} D\right)} 4 \frac{2e^2}{h} D(1-D) \sum_{l=1}^{+\infty} l h \nu \mathcal{P}_l = \frac{D(1-D)}{D} \sum_{l=1}^{+\infty} \frac{l h \nu}{k_B} \mathcal{P}_l$$

avec $\mathcal{P}_l = J_l^2(\alpha)$. En effet, les électrons se retrouvant au dessus du niveau de Fermi après absorption de l photons se trouvent initialement dans une bande d'énergie de largeur $l h \nu$ au dessous du niveau de Fermi, et l'absorption de l photons a lieu avec la probabilité \mathcal{P}_l .

4.3 Densité spectrale de bruit en présence de transport

Supposons maintenant qu'on impose non seulement un potentiel oscillant, mais également une différence de potentiel continue entre les deux contacts de l'échantillon : le potentiel chimique du potentiel de gauche est $E_F + eV$, et celui de droite E_F . Alors, à température nulle, la théorie prévoit des ruptures de pente du bruit en courant pour des tensions aux bornes de l'échantillon telles que $eV = m h \nu$ (ν étant toujours la fréquence du potentiel oscillant, et m un entier).

Pour comprendre ceci, limitons nous à des transitions à un photon, et montrons qu'à température nulle, il y a une discontinuité de la dérivée du bruit à $eV = h \nu$.

Premier cas : $eV < h \nu$

Supposons qu'on impose une différence de potentiel $eV < h \nu$. Les différents cas sont schématisés sur la figure (4.2).

- Considérons d'abord les électrons du fil de gauche dont l'énergie est comprise entre E_F et $E_F + eV$. Leur situation est schématisée sur la partie gauche de la figure (4.2). Lorsqu'ils n'absorbent pas de photons, ils créent un bruit de partition classique $2eI_{0\text{photon}}(1-D)$, puisqu'ils peuvent être soit transmis soit réfléchis : en effet, les états de même énergie à droite sont vacants.

Lorsqu'ils absorbent un photon, ils peuvent également être soit réfléchis, soit transmis puisqu'ils voient encore des états vacants à droite comme à gauche, d'où un bruit : $2eI_{1\text{photon}}(1-D)$. Et le trou laissé à une énergie comprise entre E_F et $E_F + eV$, ne participe pas au bruit de partition : puisqu'il n'y a pas d'électron à la même énergie dans le contact de droite, le trou est nécessairement réfléchi.

Au total, le bruit de partition pour tous les électrons d'énergie comprise entre E_F et $E_F + eV$ est égal à celui qu'ils créeraient en l'absence de potentiel oscillant. On retrouve donc le bruit bien connu $2eI(1-D)$:

$$S_I = 2 \frac{2e^2}{h} eV D(1-D)$$

- Considérons maintenant les électrons dont l'énergie est comprise entre $E_F + eV - h \nu$ et E_F , et dont le comportement est décrit sur la partie droite de la figure (4.2). En l'absence de potentiel oscillant, ces électrons ne génèrent pas de bruit puisque les états de même énergie du contact de droite sont occupés. Par contre, lorsque ces électrons absorbent un photon, ils se retrouvent à une énergie supérieure à $E_F + eV$, et par conséquent peuvent aller à droite comme à gauche : ils génèrent un bruit de partition

$$S_{I,e} = 2e \left(\frac{2e}{h} (h \nu - eV) D \mathcal{P}_1 \right) (1-D)$$

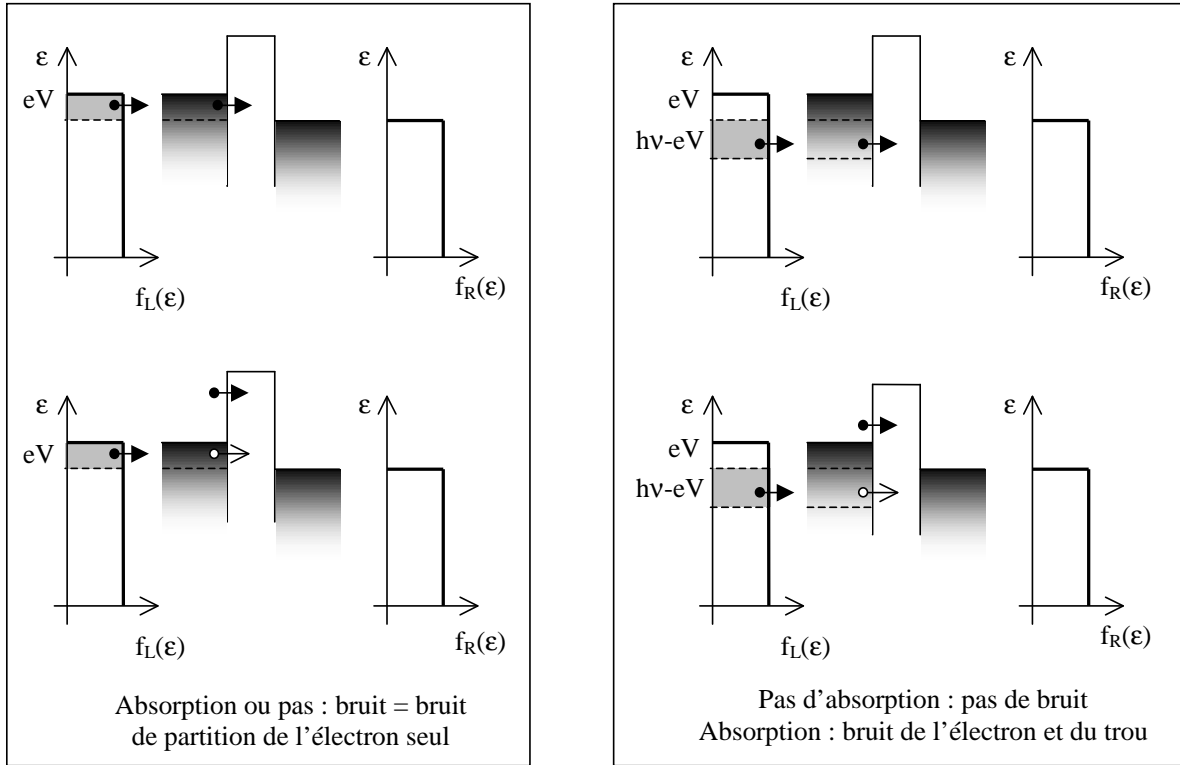


FIG. 4.2 – A gauche : les électrons dont l'énergie est comprise entre E_F et $E_F + eV$ génèrent un bruit de partition qui est le même qu'en l'absence de photons. A droite : les électrons d'énergie comprise entre $E_F + eV - h\nu$ et E_F ne génèrent pas de bruit en l'absence de photons. Par contre, lorsqu'ils en absorbent, l'électron, et le trou ainsi créé génèrent du bruit, d'où un bruit globalement plus grand que le bruit de partition "sans photon" pour $eV < h\nu$.

Et les trous ainsi créés, à des énergies inférieures à E_F peuvent également être réfléchis et transmis puisque les états à cette énergie sont occupés à droite comme à gauche. Le bruit qu'ils génèrent vaut

$$S_{I,h} = S_{I,e}$$

On en déduit le bruit total dû aux électrons initialement dans la bande d'énergie $E_F + eV - h\nu$ à E_F :

$$S_I = 2 \frac{4e^2}{h} (h\nu - eV) \mathcal{P}_1 D(1 - D)$$

Le bruit des électrons des diverses bandes d'énergie s'additionne de manière incohérente, et donne :

$$S_I = 2 \frac{2e^2}{h} eV D(1 - D) + 2 \frac{4e^2}{h} (h\nu - eV) \mathcal{P}_1 D(1 - D)$$

$$S_I = 2 \frac{2e^2}{h} D(1 - D) [2h\nu \mathcal{P}_1 + eV(1 - 2\mathcal{P}_1)]$$

La pente du bruit en courant en fonction de la tension est plus faible qu'en l'absence de photons (auquel cas on aurait 1 en facteur de eV au lieu de $1 - 2\mathcal{P}_1$, puisqu'en l'absence de photons, $\mathcal{P}_1 = 0$).

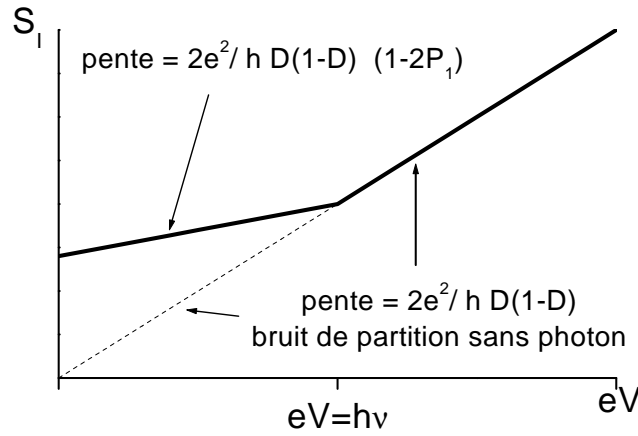


FIG. 4.3 – Allure du bruit en courant en fonction de eV à température nulle, lorsqu'on ne tient compte que des transitions à un photon. On constate une rupture de pente pour $eV = h\nu$.

Deuxième cas : $eV > h\nu$

Examinons maintenant le cas où $eV > h\nu$.

Les électrons d'énergie comprise entre E_F et $E_F + eV$ contribuent comme dans le cas discuté précédemment au bruit de partition, qu'ils absorbent ou non des photons : c'est le bruit habituel $S_I = 2\frac{2e^2}{h} eV D(1-D)$. Les autres électrons (d'énergie E en dessous de E_F) ne peuvent pas absorber de photons puisque les états d'énergie $E + h\nu$ sont occupés, et donc ils ne contribuent pas au bruit de partition. Dans ce cas ($eV > h\nu$), la présence de photons ne modifie pas le bruit, et donc pas sa pente, contrairement au cas précédent. On en déduit l'allure de la courbe $S_I(V)$, qui présente une rupture de pente pour $eV = h\nu$. L'allure de la courbe de bruit en courant en fonction de eV a donc l'allure de la figure (4.3), (lorsqu'on ne tient compte que des transitions à un photon).

Lorsqu'on tient compte des transitions à plusieurs photons, on obtient le faisceau de courbes théoriques de bruit de la figure (4.4), où S_I est tracé en fonction de $eV/h\nu$ pour différentes valeurs du paramètre α de la théorie.

Enfin, si on réécrit la formule générale du bruit photo-assisté à une température quelconque, en tenant compte des transitions à plusieurs photons, en termes de température de bruit, il vient :

$$T_N = T \frac{\sum_n D_n^2}{\sum_n D_n} + \frac{\sum_n D_n(1-D_n)}{\sum_n D_n} \sum_{\pm} \sum_{l=0}^{+\infty} J_l^2(\alpha) \frac{eV \pm lh\nu}{2k_B} \coth\left(\frac{eV \pm lh\nu}{2k_B T}\right) \quad (4.2)$$

4.4 Résultats obtenus par le groupe de Yale

Schoelkopf *et al.* ont mis en évidence expérimentalement la discontinuité de la dérivée du bruit par rapport à la tension continue V , prouvant ainsi l'existence de processus photo-assistés [32]. Ce groupe a réalisé des mesures sur un fil d'or diffusif, de longueur $0.2 \mu m$. Dans une telle situation, la transmission de l'échantillon ne peut pas varier, et le bruit de partition est réduit du facteur $1/3$.

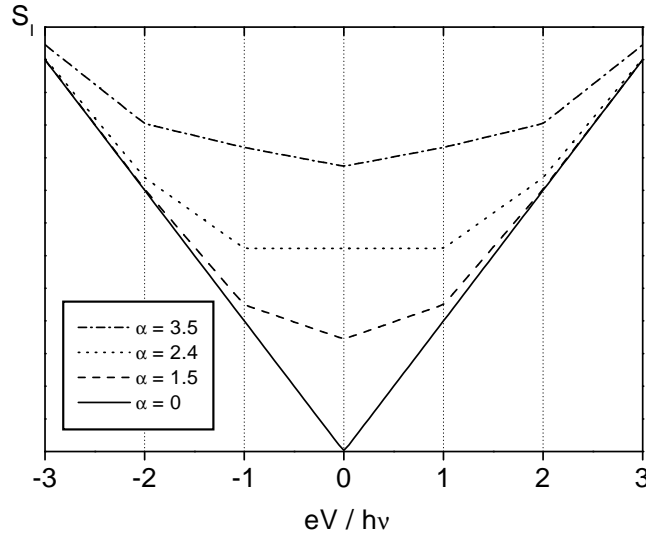


FIG. 4.4 – Courbes théoriques donnant la dépendance avec $eV/h\nu$ du bruit en courant, à température nulle, lorsqu'on tient compte des transitions à plusieurs photons. Les différentes courbes correspondent à $\alpha = 0, 1.5, 2.4, 3.5$. On note les ruptures de pentes aux valeurs entières du rapport $eV/h\nu$.

En effet, dans un fil métallique diffusif de longueur L , des canaux de transmission très proche de 1 coexistent avec des canaux de transmission très petite devant 1 (voir paragraphe 1.3.3). La fonction de distribution des coefficients de transmission a une forme bimodale, qui conduit à un bruit de partition sous poissonien. Cette distribution conduit à :

$$\langle D \rangle = \frac{l_e}{L}$$

$$\langle D(1 - D) \rangle = \frac{l_e}{3L}$$

On en déduit donc que le facteur de Fano dans le cas d'un fil métallique diffusif vaut $1/3$.

D'autre part, l'expérience réalisée par ce groupe permettait de mesurer uniquement la dérivée du bruit par rapport à la tension V aux bornes de l'échantillon. Les résultats qu'ils ont obtenus sont présentés sur la figure (4.5). On observe en effet des discontinuités de la dérivée pour des tensions telles que $eV = m h\nu$.

L'avantage de notre expérience [33] est d'une part d'avoir un échantillon balistique, nous permettant donc de faire varier la transmission D_n de chacun des canaux, et de pouvoir ainsi tester de manière précise la théorie de la diffusion en présence d'un potentiel oscillant. Par ailleurs, notre système expérimental nous permet de réaliser une mesure du bruit total, et non de sa dérivée, ce qui nous permet de faire une étude détaillée du bruit en courant en l'absence de différence de potentiel aux bornes de l'échantillon. On verra dans le chapitre suivant que cette possibilité permet de calibrer de manière parfaite le système de mesures (notamment le chauffage dû à la RF), et de pouvoir ensuite comparer les résultats expérimentaux et théoriques sans aucun paramètre ajustable.

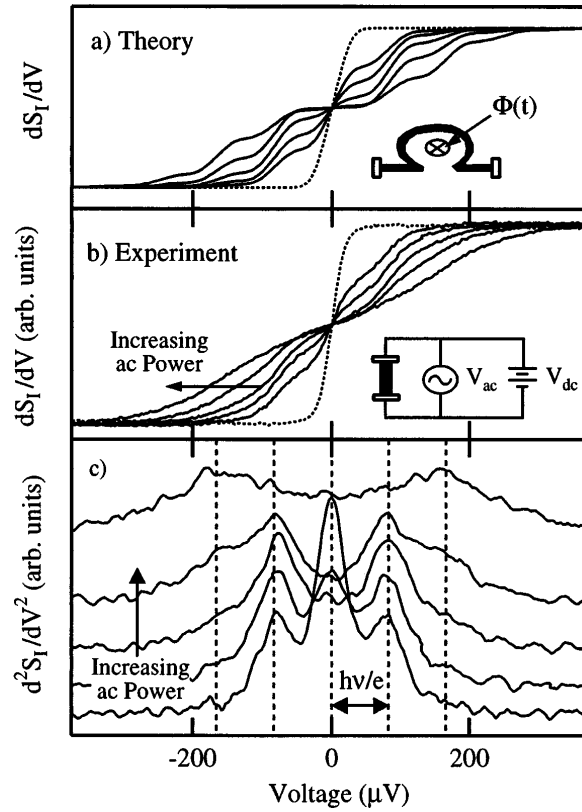


FIG. 4.5 – Données obtenues par Schoelkopf *et al.*[32]. Variation différentielle théorique et expérimentale du bruit en fonction de la tension aux bornes de l'échantillon, en présence d'une excitation RF à 20 GHz . (a) Dépendance théorique de dS_I/dV à $T = 50\text{ mK}$. La courbe en pointillés montre le comportement du bruit en l'absence de RF, pour $\alpha = 0$, et les courbes en trait plein correspondent à $\alpha = 1.1; 1.4; 4.7; 2.2; 2.8$. (b) Courbes expérimentales donnant dS_I/dV , pour un fil d'or diffusif, la température de base est de 50 mK , $\nu = 20\text{ GHz}$, avec des excitations RF qui varient de 2 dB en 2 dB , correspondant aux valeurs ci-dessus. (c) Mesure de la dérivée seconde du bruit par rapport à la tension V . Les traits en pointillés montrent la position attendue des pics à $V = \pm nh\nu/e$, pour $n = 1; 2$.

Chapitre 5

Résultats expérimentaux

5.1 Mesures de conductance

Nous avons déjà vu en partie 3.1.2 que l'échantillon est gravé avant le dépôt des grilles métalliques, ce qui permet d'avoir, pour une tension de grille nulle, une déplétion partielle du gaz d'électrons. La courbe de conductance en fonction de la tension de grille est obtenue en mesurant la tension aux bornes de l'échantillon avec la détection synchrone :

$$U_{\sim} = R_{éch} I_{\sim} * Gain$$

Or on a choisi $I_{\sim} = 96.25 \text{ pA}$, de sorte que le produit $I_{\sim} * Gain$ pour la chaîne 2 vaille exactement $1.00 \cdot 10^{-6}$: la tension lue en mV est égale à la résistance de l'échantillon en $k\Omega$. La conductance est ensuite calculée : $G = 1/R_{éch}$. On observe bien des plateaux de conductance, mais ils ne sont pas situés à des valeurs entières de $2e^2/h$. Cela vient de l'existence d'une résistance en série due au méso. On ajuste cette résistance pour que les plateaux se trouvent bien à des valeurs entières de $2e^2/h$. On trouve une résistance en série $R_{série}$ de 115Ω sur la voie 1, et de 90Ω sur la voie 2 : $G_{éch} = 1/(R_{éch} - R_{série})$. Alors la transmission D de l'échantillon s'écrit :

$$D = \frac{h}{2e^2} \frac{1}{R_{éch} - R_{série}}$$

Les courbes obtenues sont présentées sur la figure (5.1).

5.2 Mesures en l'absence de modulation RF : détermination de la température électronique initiale

5.2.1 Mesures de bruit de partition

Les premières mesures ont été réalisées en l'absence de RF, la source RF n'étant pas encore branchée sur le montage, afin de tester notre système de mesure :

- vérification que l'on obtient le bon facteur de réduction
- mesure de la température électronique grâce à l'arrondi de la courbe de bruit
- mesure du bruit résiduel dû au bruit en courant des amplificateurs, et à la résistance de polarisation de $100 \text{ M}\Omega$ placée à température ambiante

Ces mesures, présentées sur la figure (5.2) ont été faites à transmission $1/2$, pour des tensions continues aux bornes de l'échantillon allant de -150 à $+150 \mu V$.

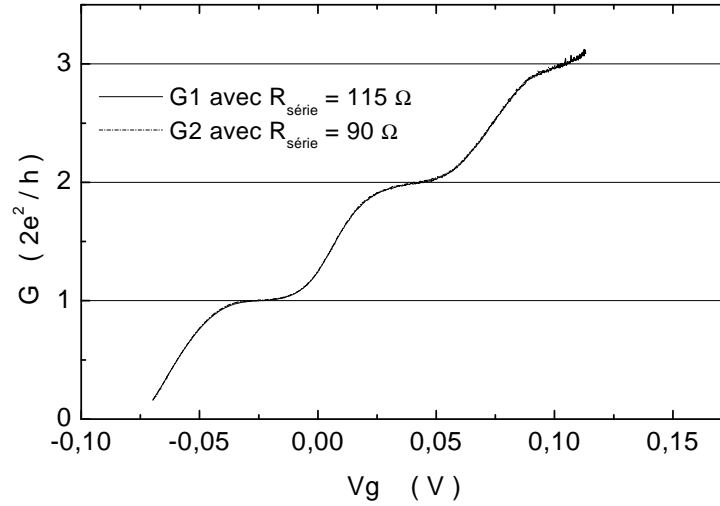


FIG. 5.1 – Conductance de l'échantillon en unités de $2e^2/h$, en fonction de la tension de grille. Les données des deux voies ont été modifiées par l'ajout d'une résistance de $115\,\Omega$ sur la voie 1 et $90\,\Omega$ sur la voie 2, afin que les plateaux soient bien à des valeurs entières de $2e^2/h$.

Essayons d'ajuster ces données par la formule théorique donnant le bruit en courant en fonction de la tension, en ajoutant une constante à l'origine, correspondant au bruit résiduel en courant dont on ne peut s'affranchir (bruit en courant des amplificateurs et de la résistance de polarisation) :

$$S_I = S_{I_0} + 4k_B T \left(D^2 + D(1-D) \frac{eV}{2k_B T} \coth \left(\frac{eV}{2k_B T} \right) \right)$$

Les paramètres laissés libres sont la température électronique T et le bruit S_{I_0} . On obtient comme meilleur ajustement :

$$S_{I_0} = 5.2 \cdot 10^{-28} \text{ A}^2/\text{Hz}$$

$$T = 90 \text{ mK}$$

La pente des asymptotes est en accord avec la formule théorique, ce qui nous permet d'affirmer que notre détermination de la transmission de l'échantillon, ainsi que notre mesure de la fréquence de coupure sont correctes.

La température des électrons est un paramètre essentiel, qu'il est important de connaître. Nous avons réalisé la même expérience, avec cette fois la source RF branchée, mais ne délivrant aucun signal. Nous avons obtenu un arrondi un peu plus large qu'en l'absence de la source, ce qui nous incite à dire que la source doit injecter un bruit en tension important sur l'échantillon. C'est ce qui nous a amené à insérer entre la source RF et le réfrigérateur à dilution un filtre (évoqué au paragraphe 3.3) permettant de couper les basses fréquences.

5.2.2 Mesures de bruit thermique à transmission 1

La température du réfrigérateur est de 28 mK , alors que la température électronique semble être de 90 mK . En fait, on peut se demander si l'arrondi thermique que l'on voit sur la courbe n'est pas simplement dû à un effet de moyennage du bruit, comme si l'échantillon était soumis à une tension alternative à basse fréquence. Pour vérifier ceci, nous avons effectué des mesures de bruit thermique pour une transmission $D = 1$: nous mesurons la température de bruit à

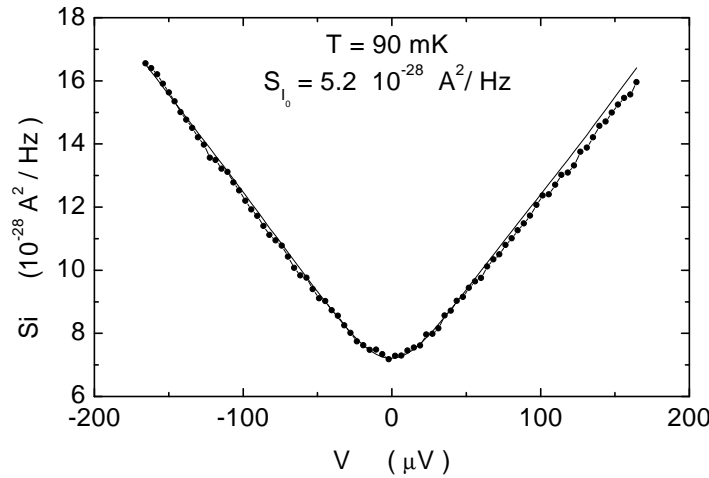


FIG. 5.2 – Bruit en courant mesuré en fonction de la tension V aux bornes de l'échantillon. En trait plein, nous avons tracé la courbe théorique avec les meilleurs paramètres : $T = 90 \text{ mK}$, et $S_{I_0} = 5.2 \cdot 10^{-28} \text{ A}^2/\text{Hz}$, qui correspondent respectivement à la température électronique en l'absence de modulation micro-ondes, et au bruit en courant des chaînes d'amplification.

l'équilibre en fonction de la température du réfrigérateur. En effet, à transmission 1, l'éventuel moyennage n'a pas d'effet : puisqu'il n'y a pas de bruit de partition, la tension alternative n'aurait pas d'effet sur le bruit, et on ne mesure que le bruit thermique. On doit ainsi pouvoir déterminer si la température électronique est de l'ordre de 90 mK ou bien plus basse. Pour augmenter la température du réfrigérateur, on utilise une résistance chauffante de 1206Ω , dans laquelle on fait passer un courant allant de 0 à 1 mA . De cette manière, la température du réfrigérateur T_f passe de 28 à 500 mK .

On obtient les points de la figure (5.3). On constate plusieurs choses. D'abord, pour des hautes températures, on trouve bien une pente de 1. En effet, alors les électrons du gaz bidimensionnel sont bien thermalisés avec le réseau cristallin qui est à la température du réfrigérateur, grâce aux phonons. On doit donc avoir $T = T_f$, T étant la température électronique. Par conséquent, on retrouve donc $T_N = T + \text{cste} = T_f + \text{cste}$, avec $\text{cste} = 240 \text{ mK}$.

Par contre, à basse température, on constate une légère "remontée" de la température de bruit, qui ne descend pas en dessous de 300 mK , ce qui correspond à une température électronique de 60 mK . En effet, la thermalisation des électrons se fait moins bien car la densité de phonons est bien plus petite (elle varie proportionnellement à T^3), et le flux d'énergie reçu par les électrons en provenance du circuit extérieur n'est pas complètement évacué vers le réseau, ce qui fait que la température d'équilibre des électrons est supérieure à celle du réfrigérateur.

Nous avons également réalisé des expériences de bruit thermique, en présence de radiation RF à son minimum de puissance (-10 dBm en sortie de la source). On constate que même à une très faible puissance, la RF chauffe légèrement les électrons. En conclusion, ces expériences de bruit thermique nous permettent de confirmer que la température électronique est légèrement supérieure à celle du réfrigérateur. Les mesures de bruit thermique semblent indiquer que la température électronique est plutôt autour de 60 mK , et que la valeur de 90 mK déduite des mesures de bruit de partition est légèrement supérieure à cause d'un effet de moyennage (dû à des fluctuations de tension parasites). Nous prendrons dans la suite des analyses la température de base de 90 mK en l'absence de RF.

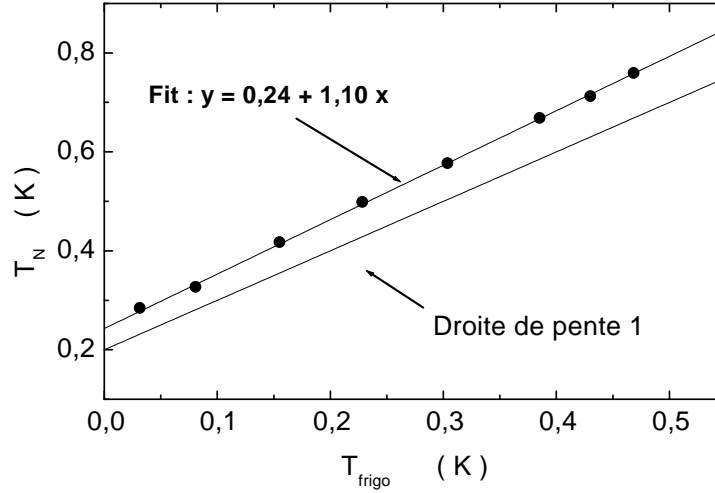


FIG. 5.3 – Mesures de la température de bruit en fonction de la température du réfrigérateur, pour une transmission de 1, et à l'équilibre. Pour des températures élevées, on trouve bien une droite de pente 1. Cependant, il n'est pas exclu qu'il y ait une saturation du bruit à basse température : la température de bruit ne descend pas au-dessous de 300 mK . Ces données sont compatibles avec la température électronique de 90 mK trouvée précédemment.

5.3 Bruit à tension nulle, en présence de modulation RF

Dans un premier temps, nous avons étudié le bruit en courant, en l'absence de tension appliquée aux bornes de l'échantillon. Ces mesures permettent de déterminer si des effets photo-assistés sont présents ou non. En effet, la formule (4.2) nous montre que lorsque la transmission des différents modes est soit nulle soit égale à 1, le second terme de la formule, correspondant au bruit de partition, s'annule, et la température de bruit devient simplement égale à la température électronique. Au contraire, lorsque les transmissions ne sont pas entières, alors il apparaît en plus du bruit thermique un bruit de partition, comme nous l'avons expliqué auparavant. La température de bruit doit donc être plus importante dans ce second cas.

5.3.1 Bruit à tension nulle sur les plateaux : effet de chauffage

Les mesures ont été réalisées sur les deux premiers plateaux de conductance : le premier est tel que $D_1 = 1$ et $D_2 = 0$, et le second : $D_1 = D_2 = 1$. On augmente la puissance P délivrée par la source (avant atténuation), et on mesure la température de bruit correspondante. Le graphique de la figure (5.4) correspond à l'écart de température de bruit entre le cas où la source délivre la puissance P et celui où la source délivre la puissance minimale -10 dBm : $\Delta T_N = T_N(P) - T_N(P = -10 \text{ dBm})$. On constate que ΔT_N augmente de manière importante avec la puissance RF, et que cette augmentation est la même sur les deux plateaux. En effet sur les plateaux, la température de bruit mesurée est simplement la température électronique (à une constante additive près), donc on met en évidence le chauffage des électrons par la RF. Lorsque la puissance passe de -10 dBm à 21 dBm , qui est la puissance la plus importante utilisée ici, la température électronique augmente de 150 mK , et passe de 90 mK , température déterminée par les expériences préliminaires évoquées au paragraphe 5.2.1, à environ 240 mK .

Le fait que l'élévation de température des électrons sur les deux plateaux soit la même, montre que le chauffage se fait par les contacts de l'échantillon, et est indépendant de la diffusion ayant

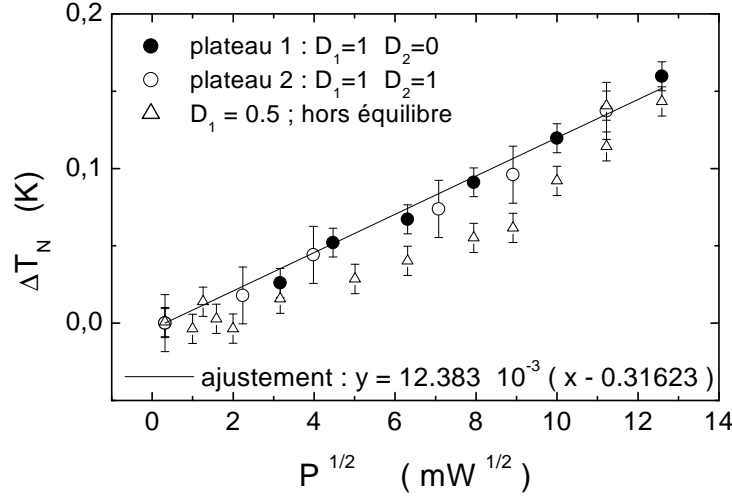


FIG. 5.4 – Mesures de bruit à l'équilibre, en fonction de la racine carrée de la puissance RF injectée au niveau de la source. En ordonnée, nous avons tracé la différence entre la température de bruit mesurée à une puissance quelconque, et celle mesurée pour la puissance minimale de -10 dBm . Les points ronds représentent les mesures faites sur les deux premiers plateaux de conductance. Un ajustement linéaire de ces données permet de déterminer quantitativement la variation de la température électronique due à la RF. Les triangles sont les points obtenus à transmission 1/2 en appliquant une forte différence de potentiel (de $150 \mu\text{V}$, de sorte que $eV \gg h\nu$).

lieu au niveau du point contact quantique. Afin de vérifier ces conclusions, nous avons mesuré différemment le chauffage dû à la RF.

5.3.2 Confirmation du chauffage : bruit à tension $V \gg h\nu/e$ et $V \gg k_B T/e$

On se place à transmission 1/2, et on impose une différence V aux bornes de l'échantillon telle que $eV \gg h\nu$ et $eV \gg k_B T$. Dans ce cas, la théorie prévoit comme température de bruit :

$$T_N = T \frac{\sum_n D_n^2}{\sum_n D_n} + \frac{eV}{2k_B} \frac{\sum_n D_n(1 - D_n)}{\sum_n D_n}$$

Le second terme de la formule ci-dessus ne dépend pas de la puissance RF injectée. Par conséquent, l'élévation de température des électrons entre $P = -10 \text{ dBm}$ et une valeur quelconque P de la puissance RF s'écrit :

$$\Delta T = \Delta T_N \frac{\sum_n D_n}{\sum_n D_n^2}$$

Lorsqu'on trace cette quantité en fonction de la puissance RF, on retrouve le même ordre de grandeur de chauffage, que celui déterminé par les mesures de bruit à $V = 0$ sur les plateaux. Ces mesures correspondent aux "points triangulaires" de la figure (5.4). Ces mesures sont cependant moins précises, la condition $eV \gg h\nu$ n'étant pas parfaitement réalisée. Pour ces mesures, nous avons choisi $V = 150 \mu\text{V}$. Cela correspond à une fréquence de 30 GHz et une température de 1.5 K . La condition $eV \gg k_B T$ est bien réalisée, mais $eV \gg h\nu$ ne l'est pas vraiment ($\nu \simeq 17 \text{ GHz}$).

Cela confirme la validité de l'interprétation de l'augmentation de la température de bruit sur les plateaux par le chauffage des électrons par la RF. Cette expérience permet donc de connaître la température électronique, qui est un paramètre crucial de la théorie, en fonction

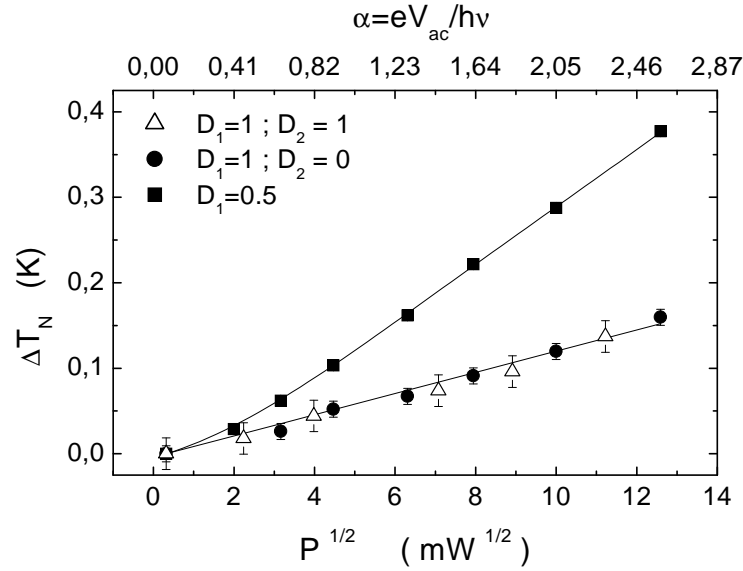


FIG. 5.5 – Mesures de bruit à l'équilibre, en fonction de la racine carrée de la puissance RF injectée au niveau de la source. On a reporté les mesures faites sur les plateaux 1 et 2, où l'augmentation de la température de bruit n'est autre que l'élévation de la température électronique. Les points carrés correspondent aux mesures à transmission 1/2. On constate qu'il ne s'agit pas simplement d'un effet de chauffage puisque l'augmentation du bruit est bien plus importante que sur les plateaux : les effets du bruit photo-assisté sont clairs. Ces mesures sont ajustées par la formule théorique du bruit photo-assisté. On obtient un bon accord avec les points expérimentaux, et cela conduit au facteur de proportionnalité entre α et $P^{1/2}$.

de la puissance RF. Un ajustement linéaire des mesures faites sur les plateaux est obtenu en obligeant la droite à passer par le point correspondant à la puissance -10 dBm , et $\Delta T_N = 0$. On obtient :

$$\Delta T_K = 12.38 \cdot 10^{-3} (P^{1/2} - 0.31623)$$

soit :

$$T_{mK} = 90 + 12.38 P_{mW^{1/2}}^{1/2}$$

5.3.3 Bruit à tension nulle et à transmission 1/2

Maintenant que nous avons caractérisé le chauffage, nous pouvons étudier le bruit à tension nulle, mais à transmission 1/2. Ce sont les points carrés sur le graphique de la figure (5.5), où nous avons également reporté les mesures précédentes faites sur les plateaux 1 et 2.

On constate que la température de bruit augmente beaucoup plus vite en fonction de $P^{1/2}$ que sur les plateaux. C'est effectivement ce à quoi on s'attend, puisque pour des transmissions non entières, il y a du bruit de partition, même à tension nulle, en plus du bruit thermique. Cependant, on peut également imaginer que ce bruit de partition supplémentaire serait dû au chauffage des électrons de l'un des contacts par la RF.

Bruit de partition dû au chauffage ?

En effet, les réservoirs de droite et de gauche ne reçoivent pas la RF de la même manière, et sont a priori chauffés de manières différentes. Alors la différence de température ΔT mesurée

lors des expériences “sur les plateaux” est en réalité la moyenne $(\Delta T_L + \Delta T_R)/2$. On a noté ΔT_L (resp. ΔT_R) l’élévation de température du réservoir de gauche (resp. droit). On s’attend dans ce cas à l’apparition, pour des transmissions non entières d’un bruit total en courant :

$$S_I = 2 \frac{2e^2}{h} \left\{ D^2 \left(\int f_L(1 - f_L) dE + \int f_R(1 - f_R) dE \right) + D(1 - D) \int [f_L(1 - f_R) + f_R(1 - f_L)] dE \right\}$$

Dans cette formule, on a noté f_L (resp. f_R) la fonction de Fermi-Dirac associée au réservoir de gauche (resp. de droite), et on a supposé pour simplifier qu’un seul canal de transmission D intervenait.

$$f_L = \frac{1}{e^{\frac{E - E_F}{k_B T_L}} - 1}$$

On a la même expression en remplaçant les indices L par R . En l’absence de RF, $T_L = T_R = T_0$, température électronique de base, et en présence de RF, on a $T_L \geq T_0$ et $T_R \geq T_0$, T_L et T_R n’étant pas forcément égaux. Avec les notations précédentes,

$$\Delta T_L = T_L - T_0$$

$$\Delta T_R = T_R - T_0$$

$$\Delta T = \frac{T_L + T_R}{2} - T_0$$

On peut montrer (voir en annexe D), que dans ce cas, on peut majorer la variation de température de bruit par :

$$\Delta T_N \leq D \Delta T + 2(1 - D) \ln 2 \Delta T$$

Pour une transmission 1/2, on obtient :

$$\Delta T_N \leq 1.19 \Delta T$$

Or on a vu que $\Delta T \leq 150 \text{ mK}$ dans les gammes de puissance utilisées pour la RF, donc dans ce cas, on doit avoir : $\Delta T_N \leq 179 \text{ mK}$.

Or on constate que pour la puissance RF maximale utilisée, la variation de température de bruit à transmission 1/2 atteint 370 mK . On en déduit que le processus responsable de l’excès de bruit à transmission 1/2 n’est pas le bruit de partition créé par le déséquilibre thermique entre les deux réservoirs, mais bien du bruit de partition photo-assisté.

Calibration : α en fonction de P

La température électronique ayant maintenant été déterminée, on peut ajuster les points expérimentaux à transmission 1/2 avec la formule (4.1). C’est l’une des courbes en trait plein de la figure (5.5). On constate qu’elle passe tout à fait par les points expérimentaux, et elle nous permet d’accéder au facteur de proportionnalité entre α et $P^{1/2}$, ce qui est fondamental pour pouvoir comparer expériences et théorie. On obtient, pour la fréquence RF de 17.32 GHz ,

$$\alpha = (0.204 \pm 0.004) \times P^{1/2}$$

5.3.4 Effet de moyennage ?

L'application d'un potentiel de modulation à l'un des contacts de l'échantillon soulève un problème supplémentaire : le courant moyen traversant l'échantillon est nul (toujours à condition que la transmission de l'échantillon soit indépendante de l'énergie), mais il existe un courant alternatif à la même fréquence que le potentiel modulant. Par conséquent, bien que le courant moyen soit nul, le bruit de partition moyen ne l'est pas. En effet, si on pense au cas simple d'une température nulle, $\langle S_I \rangle \propto \langle |I| \rangle \neq 0$. Traitons dans un premier temps le cas idéal d'une température nulle, pour un conducteur avec un seul mode de transmission D . Le bruit photo-assisté attendu est :

$$S_{I,ph} = 2 \frac{4e^2}{h} \left(\sum_{l=1}^{+\infty} (lh\nu) J_l^2(eV_{ac}/h\nu) \right) D(1-D)$$

$$S_{I,ph} = 2 \frac{4e^2}{h} h\nu D(1-D) \left(\sum_{l=1}^{+\infty} l J_l^2(\alpha) \right)$$

Et le bruit de partition moyenné par un potentiel sinusoïdal $V_{ac} \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$ autour de 0 donne :

$$S_{I,moy} = 2 \frac{2e^2}{h} e \left(\frac{1}{T} \int_0^T dt V_{ac} \left| \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right) \right| \right) D(1-D)$$

$$S_{I,moy} = 2 \frac{2e^2}{h} e \frac{2}{\pi} V_{ac} D(1-D)$$

$$S_{I,moy} = 2 \frac{2e^2}{\pi h} h\nu D(1-D) \alpha$$

Les courbes de bruit à tension nulle (et température nulle) correspondant à ces deux formules sont présentées sur la figure (5.6). En trait plein, il s'agit de la courbe prévue par le bruit photo-assisté, et en traits pointillés celle prévue par un effet de moyennage. On constate que lorsque α devient grand (supérieur à 2), les deux courbes deviennent très proches l'une de l'autre. Ce sont les petites valeurs de α qui permettent de savoir quel est l'effet observé.

Maintenant, il nous faut comparer nos résultats expérimentaux avec ces deux résultats théoriques afin d'être sûr que l'on observe bien un bruit photo-assisté et non un effet de moyennage. Nous avons donc tracé sur la figure (5.7) les points expérimentaux correspondant aux mesures faites à tension nulle, à transmission 1/2 en fonction de \sqrt{P} . La courbe en trait plein est la même que celle présentée sur la figure (5.5) passant par les points carrés : il s'agit d'un ajustement grâce à la formule théorique du bruit photo-assisté. Et enfin, la courbe en traits pointillés correspond à ce que donnerait un effet de moyennage seul. On constate que l'écart entre les deux courbes est plus important pour les petites valeurs de α , comme nous le prévoyions. Seule la courbe du bruit photo-assisté passe par les points expérimentaux (compte tenu des barres d'erreur). On en déduit donc que nous voyons bien un effet photo-assisté et non un simple moyennage de bruit de partition dû au potentiel oscillant.

5.4 Bruit à tension nulle, mesure du facteur de Fano

Afin de caractériser le bruit de partition que l'on observe à tension nulle, il est indispensable de vérifier sa dépendance avec la transmission de l'échantillon. Pour cela, nous avons fait des mesures de bruit, à $P = 21 \text{ dBm}$, c'est-à-dire $\alpha = 2.30$ d'après la calibration précédente,

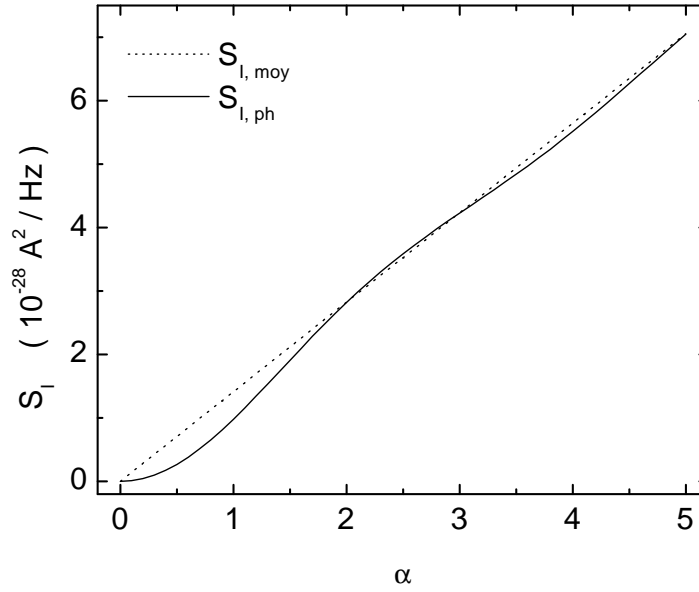


FIG. 5.6 – Courbes théoriques du bruit en courant à tension nulle et température nulle, données d’une part par la théorie du bruit photo-assisté (en trait plein), et d’autre part en moyennant le bruit de partition compte tenu du potentiel alternatif existant aux bornes de l’échantillon (traits pointillés). Les calculs ont été faits pour une transmission de $1/2$, et une fréquence RF de 17.32 GHz . On constate que l’écart entre ces deux courbes est bien visible pour les petites valeurs de α .

en l’absence de différence de potentiel aux bornes de l’échantillon. Puisque la température électronique est bien connue à cette puissance d’après les expériences précédentes, et vaut : $T = 229 \text{ mK}$, on peut isoler la partie due au bruit de partition de nos mesures, en soustrayant le premier terme de l’équation (4.1) aux mesures effectuées. Sur la figure (5.8), on a donc tracé $T_N - T \left\{ J_0^2(\alpha) + \frac{\sum_n D_n^2}{\sum_n D_n} (1 - J_0^2(\alpha)) \right\}$ en fonction de la transmission totale de l’échantillon $G/G_0 = \sum_n D_n$. La courbe en trait plein correspond à la formule théorique du bruit de partition, avec $\alpha = 2.30$:

$$\frac{\sum_n D_n (1 - D_n)}{\sum_n D_n} \sum_{l=1}^{+\infty} J_l^2(\alpha) \frac{lh\nu}{k_B}$$

On constate un accord parfait de nos points expérimentaux avec ceux de la théorie : on mesure bien le facteur de Fano, ce qui confirme qu’on mesure bien un bruit de partition, en l’absence de courant moyen à travers l’échantillon.

5.5 Application de RF et d’une tension continue

Afin de tester de manière complète la théorie du bruit photo-assisté, nous avons appliqué à la fois de la RF et une tension continue aux bornes de l’échantillon. Dans ce cas, nous avons vu au chapitre 4, que la théorie prévoit une rupture de pente pour les tensions telles que $eV = m\hbar\nu$. La valeur “idéale” de α pour laquelle la première singularité est la plus visible, est de 2.4 (voir figure (4.4)). En effet, pour cette valeur, $J_0^2(\alpha)$ est quasiment minimale, et $J_1^2(\alpha)$ est presque maximale, ce qui rend la rupture de pente “d’ordre 1” très nette. Cependant, le chauffage par la RF a pour effet d’arrondir cette singularité. C’est ce que l’on peut voir sur la courbe de la figure

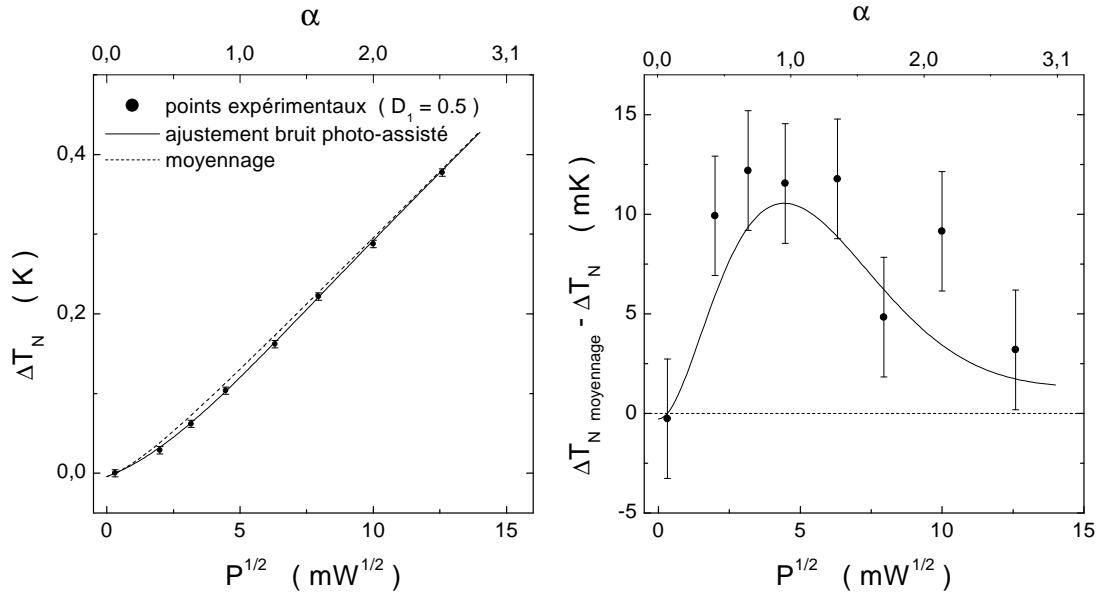


FIG. 5.7 – Figure de gauche : variation de la température de bruit en fonction de \sqrt{P} , P étant la puissance RF au niveau de la source. Les points sont les points expérimentaux obtenus pour une transmission 1/2. La courbe en trait plein est un ajustement par la formule du bruit photo-assisté, et la courbe en traits pointillés est celle que l'on obtiendrait par un effet de moyennage. Pour mettre en évidence l'écart entre ces courbes, nous avons tracé, sur la figure de droite la différence entre la variation de température de bruit obtenue par un moyennage classique, et la variation de température de bruit mesurée. La droite en pointillés correspond à ce que donne l'effet de moyennage. On constate que seule la courbe en trait plein (théorie du bruit photo-assisté) passe par les points expérimentaux compte tenu des barres d'erreur : on en déduit qu'on observe bien des effets photo-assistés.

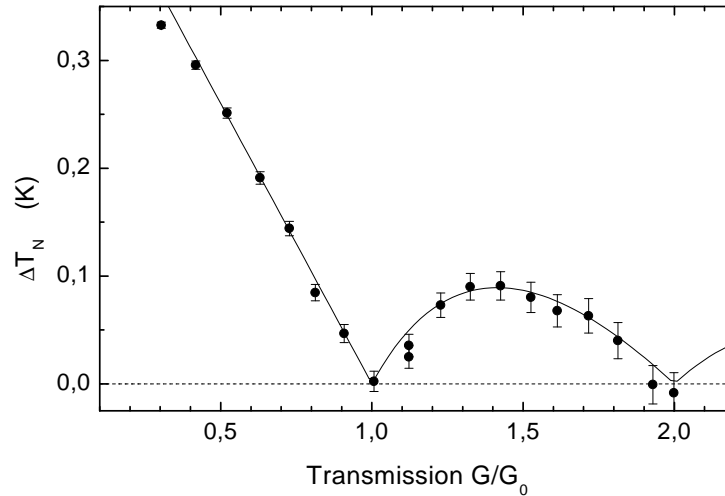


FIG. 5.8 – Mesure du terme de bruit de partition en fonction de la transmission de l'échantillon $G/G_0 = \sum_n D_n$. La courbe en trait plein correspond au second terme de la formule (4.2), sans paramètre ajustable. L'accord entre les données expérimentales et la formule théorique est parfait.

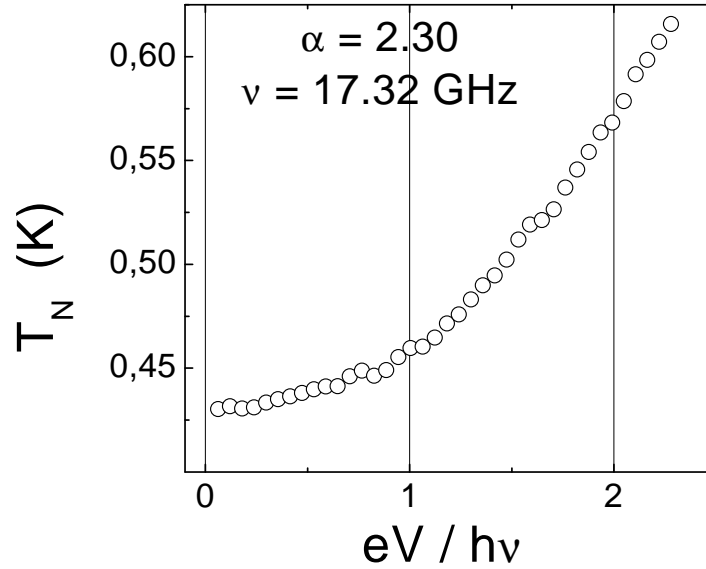


FIG. 5.9 – Température de bruit en fonction de $eV/h\nu$, pour $\nu = 17.32 \text{ GHz}$. On constate que le bruit augmente plus vite pour $eV > h\nu$, c'est-à-dire pour des tensions supérieures à $72 \mu\text{V}$. La rupture de pente attendue à température nulle est bien arrondie en raison du chauffage des électrons par la RF.

(5.9). On voit quand même que le bruit augmente plus rapidement pour des tensions supérieures à $h\nu/e = 72 \mu\text{V}$.

On peut cependant montrer qu'il ne s'agit pas d'un simple chauffage. En effet, sur la figure (5.10), on a reporté la même courbe que celle de la figure (5.9), et on a également tracé en traits pointillés la courbe théorique que l'on obtiendrait en l'absence d'effet photo-assisté, donnée par la formule suivante :

$$T_N = T \left[D + (1 - D) \frac{eV}{2k_B T} \coth \left(\frac{eV}{2k_B T} \right) \right]$$

Sur cette courbe, la température électronique T a été choisie de sorte qu'elle donne la bonne valeur du bruit à $V = 0$: on trouve qu'il faudrait une température électronique de 430 mK . La courbe de bruit expérimentale ne correspond pas du tout à celle qui serait donnée par un simple chauffage. On a également tracé sur cette figure, en pointillés, la courbe théorique donnée par la formule du bruit photo-assisté (4.2) pour une température nulle, la singularité étant beaucoup mieux marquée. (Cette dernière courbe a été translatée de 108 mK pour une meilleure lisibilité du graphique). Enfin, la courbe en trait plein correspond à cette même formule théorique (4.2), avec cette fois la température électronique réelle, c'est-à-dire déduite des mesures de bruit à tension nulle : $T = 229 \text{ mK}$, et la valeur de α ayant également été déduite des mesures à $V = 0$: $\alpha = 2.30$.

Les résultats obtenus confirment des résultats obtenus précédemment, sur un autre échantillon, pendant la thèse de Valentin Rodriguez. Pour cet échantillon, le couplage avec la RF était légèrement différent : $\nu = 16.165 \text{ GHz}$. La courbe de bruit est présentée sur la figure (5.11). On a également tracé en pointillés la courbe théorique que l'on obtiendrait si l'on ne tenait compte que du chauffage : la température électronique serait de 520 mK . La courbe expérimentale obtenue est bien plus "aplatie".

Enfin, nous avons fait des mesures pour différentes valeurs de la puissance RF injectée. On obtient le faisceau de courbes de la figure (5.12). Le photocourant créé par la RF est responsable

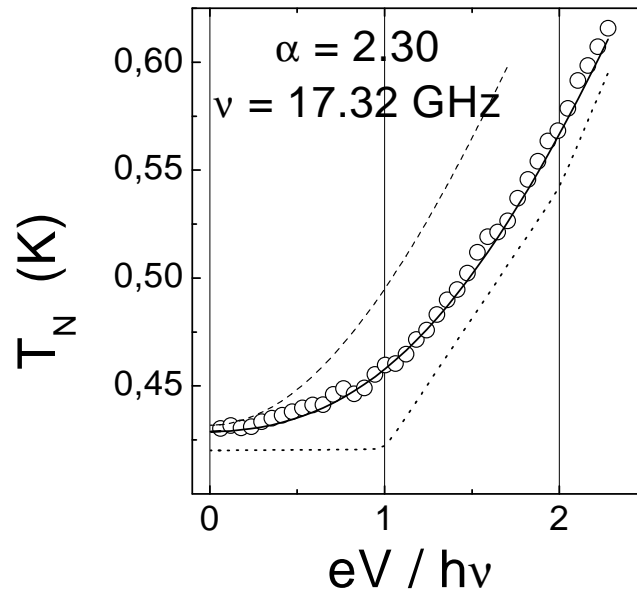


FIG. 5.10 – Température de bruit en fonction de $eV/h\nu$, pour $\nu = 17.32 \text{ GHz}$, $\alpha = 2.30$. La température électronique vaut $T = 229 \text{ mK}$. En petits traits : courbe théorique que l'on obtiendrait si on ne tenait compte que du chauffage : il faudrait une température électronique de 430 mK pour que le bruit à tension nulle soit celui mesuré. Mais on constate que les points expérimentaux pour des tensions non nulles et cette courbe ne se superposent pas du tout. En pointillés : courbe théorique obtenue à partir de la formule 4.2 pour une température nulle, décalée verticalement pour une meilleure lisibilité. Enfin, en traits pleins : courbe théorique obtenue à partir de la formule (4.2), pour les paramètres α et T déduits des mesures faites à tension nulle, présentées sur la figure (4.1) : $\alpha = 2.30$, et $T = 229 \text{ mK}$.

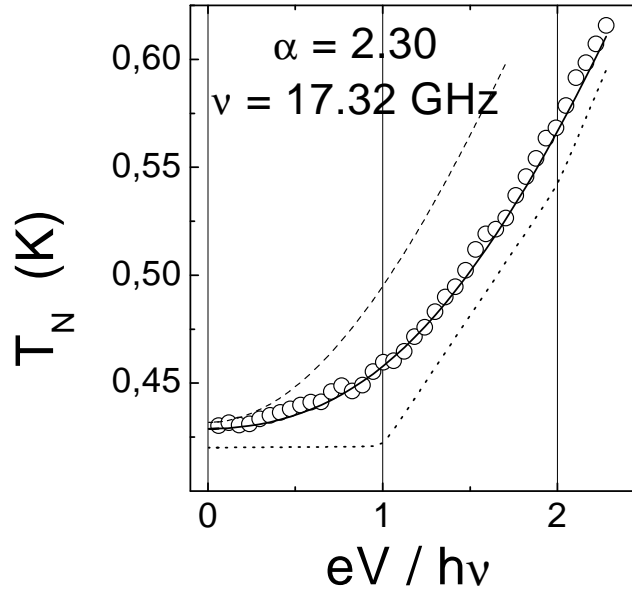


FIG. 5.11 – Température de bruit en fonction de $eV/h\nu$, sur un échantillon différent pour $\nu = 16.165 \text{ GHz}$. En pointillés : courbe théorique que l'on obtiendrait si on ne tenait compte que du chauffage : il faudrait une température électronique de 520 mK pour que le bruit à tension nulle soit celui mesuré. Les résultats expérimentaux ne s'expliquent pas par un simple chauffage des électrons par la RF.

d'un léger décalage en tension continue, de $R_{ech}I_{ph}$ qui varie de 0 à $6 \mu V$. On retranche ce décalage à la tension continue appliquée, de sorte que chaque courbe soit symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

Les différentes courbes en trait plein correspondent à l'expression théorique (4.2), en ayant tenu compte du chauffage des électrons. Par ordre croissant de puissance RF, elles correspondent à :

$$\begin{aligned}
 \alpha &= 0.065; & T &= 94 \text{ mK} \\
 \alpha &= 1.29; & T &= 168 \text{ mK} \\
 \alpha &= 1.83; & T &= 200 \text{ mK} \\
 \alpha &= 2.30; & T &= 229 \text{ mK} \\
 \alpha &= 2.58; & T &= 246 \text{ mK}
 \end{aligned}$$

On constate à nouveau un très bon accord avec la théorie de la diffusion du bruit photo-assisté. Afin de confirmer ces résultats, nous avons réalisé la même série d'expériences à une autre fréquence RF : 8.73 GHz .

5.6 Expériences à $\nu = 8.73 \text{ GHz}$

Nous avons suivi exactement la même démarche que précédemment :

- On commence par des mesures de bruit en l'absence de courant moyen traversant l'échantillon sur les plateaux 1 et 2, pour pouvoir connaître la température électronique en fonction de la puissance RF au niveau de la source : P .

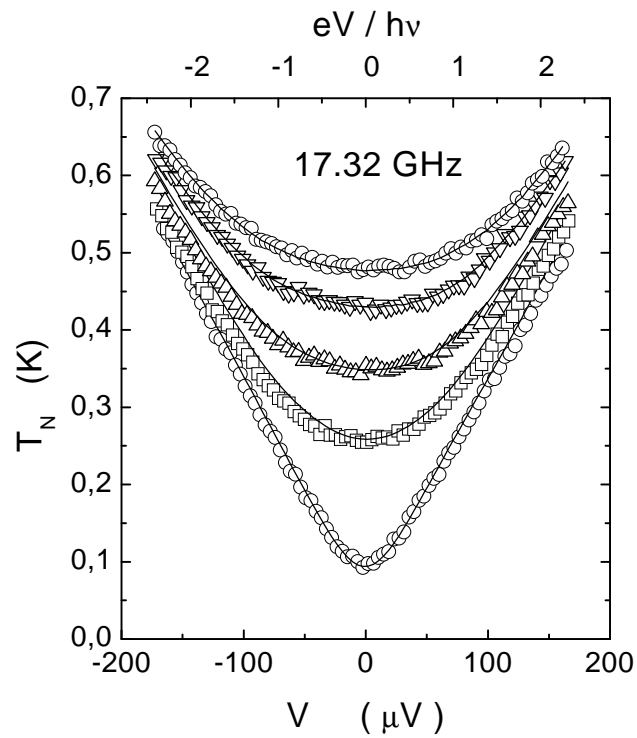


FIG. 5.12 – Température de bruit en fonction de V , pour $\nu = 17.32 \text{ GHz}$. Les symboles correspondent aux points expérimentaux et les courbes en trait plein sont les courbes théoriques obtenues sans paramètre ajustable pour les valeurs de α et de T suivantes, toujours déduites des mesures de la figure (5.5) : $\alpha = 0.065; 1.29; 1.83; 2.30; 2.58$, et $T = 94; 168; 200; 229; 246 \text{ mK}$.

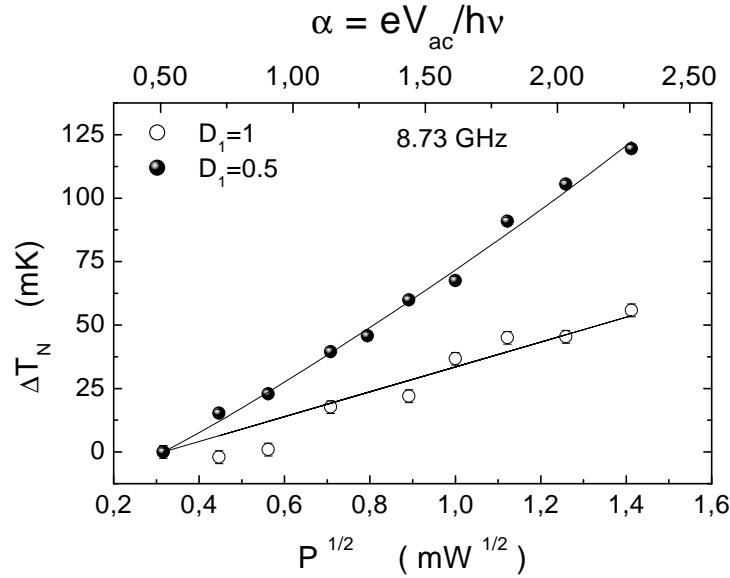


FIG. 5.13 – Mesures de bruit à tension nulle pour une fréquence RF de 8.73 GHz . Pour une transmission de 1, on obtient les ronds creux. L'augmentation de la température de bruit est égale à la variation de température électronique due au chauffage par la RF. Un ajustement linéaire nous donne la température électronique en fonction de la racine carrée de la puissance RF au niveau de la source RF. En ronds pleins, ce sont les mesures à transmission 1/2. Un ajustement avec la formule (4.1) donne le facteur de proportionnalité entre α et $P^{1/2}$.

- Ensuite, on réalise ces mesures à transmission 1/2, ce qui, par un ajustement, nous permet d'avoir accès au facteur de proportionnalité entre α et $P^{1/2}$.
- Enfin, une fois l'expérience ainsi calibrée, on peut appliquer RF et différence de potentiel continue, et comparer les résultats de l'expérience avec les expressions théoriques.

La première étape a donné les points de la figure (5.13). On obtient $T_{mK} = 90 + 49.01P^{1/2}$, avec P en mW . Puis, à transmission 1/2, on trouve toujours un bon accord avec la théorie, le meilleur ajustement donne : $\alpha = (1.5 \pm 0.1) \times P^{1/2}$.

Enfin, la figure (5.14) montre le faisceau de courbes obtenu pour trois puissances RF différentes :

$$\alpha = 0.51 ; \quad T = 105.5 \text{ mK}$$

$$\alpha = 1.81 ; \quad T = 145 \text{ mK}$$

$$\alpha = 2.56 ; \quad T = 167.7 \text{ mK}$$

Cela nous confirme bien que l'échelle de variation de tension est entièrement déterminée par la grandeur $h\nu$.

5.7 Conclusions et perspectives

Dans cette partie, nous avons présenté les résultats concernant le bruit photo-assisté dans un contact ponctuel quantique. Un des contacts de l'échantillon est modulé à une fréquence micro-onde ν . Notre montage expérimental a permis les mesures de bruit en l'absence de tension appliquée à l'échantillon, c'est-à-dire en l'absence de courant moyen traversant le conducteur.

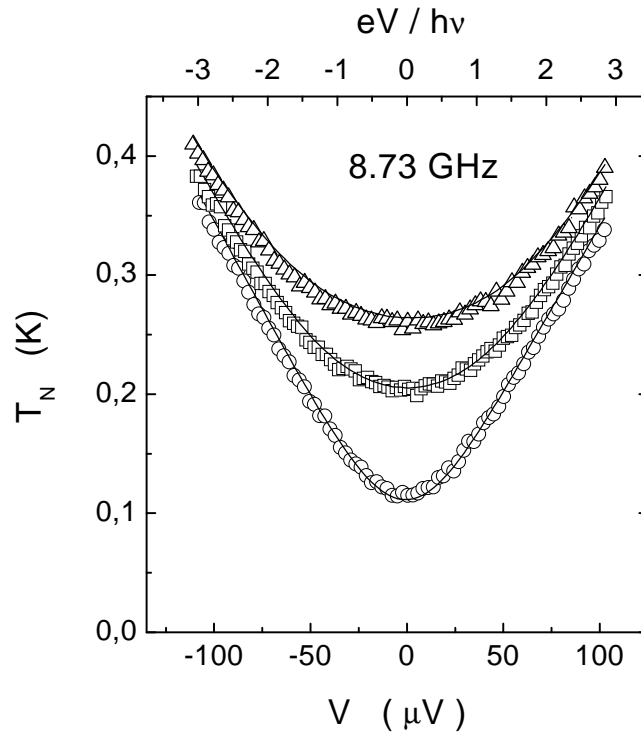


FIG. 5.14 – Température de bruit en fonction de V , pour $\nu = 8.73 \text{ GHz}$. Les symboles correspondent aux points expérimentaux, et les courbes en trait plein sont les courbes théoriques obtenues sans paramètre ajustable pour les valeurs de α et de T suivantes, déduites des mesures de la figure (5.13) : $\alpha = 0.51; 1.81; 2.56$, et $T = 105.5; 145; 167.7 \text{ mK}$.

Cela nous a permis de mesurer les effets de chauffage dus à la RF. Lorsque ces effets sont pris en compte, la mesure du facteur de Fano en l'absence de transport moyen donne un excellent accord avec la théorie de la diffusion du bruit photo-assisté. Nous observons bien un bruit de partition en l'absence de courant moyen. Nous avons complété le test de la théorie en étudiant la situation doublement hors d'équilibre, où nous imposons à la fois une différence de potentiel aux bornes de l'échantillon, et une modulation RF. Encore une fois, l'accord avec la théorie est très bon. Ce test a été réalisé sur deux échantillons différents, et à plusieurs fréquences d'irradiation.

L'expérience décrite ici a été réalisée sur un contact ponctuel quantique en l'absence de champ magnétique. On pourrait maintenant faire des mesures de bruit photo-assisté en régime d'effet Hall quantique fractionnaire, et étudier la position de la singularité du bruit (à $e^*V = h\nu$?). Des mesures de bruit photo-assisté ont été faites par Kozhevnikov *et al.* sur une jonction entre un supraconducteur et un métal normal diffusif. Ils ont mis en évidence une singularité pour $2eV = h\nu$ [67]. Un autre développement possible des observations faites, serait de réaliser l'autre situation permettant de voir du bruit de partition en l'absence de courant moyen, c'est-à-dire de chauffer l'échantillon de manière dissymétrique. Si les deux réservoirs électroniques sont à des températures différentes, alors on devrait pouvoir mesurer le facteur de Fano ($\mathcal{F} = \sum_n D_n(1 - D_n)/\sum_n D_n$) en l'absence de courant moyen.

Troisième partie

Expérience du type Hanbury-Brown et Twiss avec des photons radio-fréquences

Cette partie de ma thèse est consacrée à la description des premiers tests d'un système de mesure, qui permettra à terme de mesurer le bruit électronique à haute fréquence dans un conducteur mésoscopique, ainsi que les moments supérieurs des fluctuations de courant. Ce montage peut également être décrit en termes de photo-détection. Il permet de tester la statistique des photons se propageant dans le circuit de mesure. Dans le chapitre 6, nous présentons le cadre général de notre expérience, qui s'inspire des études de Hanbury-Brown et Twiss sur les photons optiques. Après une description du montage expérimental (chapitre 7), nous présenterons les deux types de sources de photons micro-ondes dont nous avons étudié la statistique : une source thermique incohérente (chapitre 8), puis une source monochromatique cohérente (chapitre 9). Les notations utilisées dans cette partie sont récapitulées ci-dessous.

Notations de la partie 3

ν	=	fréquence des photons détectés, $\nu \in [1, 2\text{ GHz}]$
G	=	gain des chaînes de mesure
G_{moy}	=	gain moyen des chaînes de mesure
ΔF	=	bande passante des chaînes de mesure, déterminée avec G_{moy} par : $\int G(\nu)d\nu = G_{\text{moy}}\Delta F$ et $\int G^2(\nu)d\nu = G_{\text{moy}}^2\Delta F$
$P_{\text{out}}, \Delta P_{\text{out}}^2$	=	grandeur mesurée en sortie de chaîne de mesure, juste avant les détecteurs.
$P_{\text{in}}, \Delta P_{\text{in}}^2$	=	grandeur mesurée en sortie de chaîne de mesure, et ramenée à l'entrée de la chaîne : $P_{\text{in}} = P_{\text{out}}/G_{\text{moy}}$ et $\Delta P_{\text{in}}^2 = \Delta P_{\text{out}}^2/G_{\text{moy}}^2$
$P, \Delta P^2$	=	notations utilisées pour les expressions théoriques établies sans tenir compte du système de mesure.
1, 2	=	indice des chaînes de mesure.
T_0	=	4.2 K, température de l'hélium liquide à pression atmosphérique. C'est la température supposée des circulateurs (ou isolateurs), du splitter, des amplificateurs, et des atténuateurs.
T_N	=	température de bruit de la chaîne de mesure.
ν_0	=	fréquence RF d'injection de la source monochromatique.
P_{source}	=	puissance RF en sortie de la source monochromatique.
D_{att}	=	coefficient d'atténuation des atténuateurs placés en sortie de la source monochromatique.
D_s	=	coefficient de transmission du splitter, $D_s \simeq 1/2$
\mathcal{F}	=	facteur de Fano, défini comme le rapport entre le bruit mesuré ou calculé et le bruit poissonnien associé
T_{att}	=	température des atténuateurs, supposés à 4.2 K.
$\langle N_b \rangle$	=	$G \langle m_b \rangle$, notations introduites pour caractériser le bruit d'un amplificateur ou d'un atténuateur. Dans les cas considérés ici (ou certaines approximations sont valables, voir partie 9.3), $\langle m_b \rangle$ est la distribution d'équilibre à la température T_N pour les amplificateurs, et T_{att} pour les atténuateurs.

Chapitre 6

Bruit électronique et photonique

6.1 Cadre général de l'expérience

Cette troisième partie de ma thèse est consacrée à une expérience dont le but est de pouvoir mesurer le bruit sur des échantillons mésoscopiques, à fréquence finie. En effet, comme nous l'avons vu dans la première partie, c'est un domaine qui a été peu exploré expérimentalement [20]. Que signifie "fréquence finie", et qu'est-ce que cela implique au niveau expérimental ? Nous avons déjà vu en première partie, au paragraphe 2.4 de cette thèse, que les fréquences de mesure doivent être telles qu'on ne sonde pas la physique de l'échantillon lui-même, mais la physique du bruit. Autrement dit, aux fréquences considérées, on suppose toujours la matrice de diffusion indépendante de l'énergie. Par contre, la fréquence doit être suffisamment importante pour qu'on ne mesure pas simplement le bruit à fréquence nulle. Or nous avons déjà vu que l'échelle de variation du bruit en énergie est de l'ordre de $k_B T$. Il faudra donc faire des mesures à des fréquences supérieures ou de l'ordre de $k_B T$ pour être à fréquence finie. Cette nouvelle expérience va être montée dans un réfrigérateur à dilution, qui devrait permettre d'atteindre des températures de l'ordre de 10 mK . Or 10 mK correspond à une fréquence de 0.2 GHz . C'est pourquoi, dans un premier temps, nous avons choisi de faire des mesures sur une bande de fréquences allant de 1 à 2 GHz . Les mesures de bruit nécessitent des amplificateurs bas bruit comme premier étage d'amplification. A de telles fréquences, il s'agit d'amplificateurs cryogéniques, dont nous décrirons les propriétés en détail ultérieurement.

Par ailleurs, cette nouvelle expérience a été conçue pour pouvoir, à terme, mesurer les corrélations électroniques d'un conducteur quantique, et leurs moments d'ordre supérieurs, afin de caractériser la statistique des électrons transmis par ce conducteur. C'est la raison pour laquelle nous avons utilisé des détecteurs quadratiques, permettant d'avoir accès à la puissance de bruit "instantanée" dans le circuit. Reprenons le raisonnement du paragraphe 1.4.2, où nous supposons que l'on fait une mesure du courant sur un temps τ . Alors le courant traversant le conducteur s'écrit : $I = \frac{e}{\tau} N_\tau$, où N_τ est le nombre d'électrons transmis pendant le temps de mesure. La tension aux bornes du conducteur étudié est amplifiée par des amplificateurs cryogéniques que nous avons évoqués précédemment. Ces amplificateurs ont une bande passante de 1 à 2 GHz , et coupent par conséquent la composante continue du courant. La puissance de bruit en sortie des amplificateurs s'écrit donc :

$$P = R_{\text{éch}}(\Delta I)^2 = R_{\text{éch}} \frac{e^2}{\tau^2} (\Delta N_\tau)^2$$

où $\Delta N_\tau = N_\tau - \langle N_\tau \rangle$, et $R_{\text{éch}}$ est la résistance de l'échantillon. Les détecteurs quadratiques délivrent donc une tension V_{out} proportionnelle à la puissance reçue $P = R_{\text{éch}} \frac{e^2}{\tau^2} (\Delta N_\tau)^2$. Si on

envoi ce signal sur un analyseur de spectre, nous aurons accès aux fluctuations de puissance, et aux moments d'ordre 4¹ :

$$\begin{aligned}\langle(\Delta P)^2\rangle &= R_{ech}^2 \frac{e^4}{\tau^4} \langle[\Delta(\Delta N_\tau)^2]^2\rangle \\ &= R_{ech}^2 \frac{e^4}{\tau^4} [\langle(\Delta N_\tau)^4\rangle - \langle(\Delta N_\tau)^2\rangle^2]\end{aligned}$$

Puisqu'il s'agit de puissance électrique à haute fréquence dans un câble coaxial, on peut également décrire ce système de détection en termes de détection de photons. En effet, les modes électromagnétiques se propageant dans le câble coaxial sont couplés au courant électrique dans ce câble, et le détecteur quadratique délivre un signal proportionnel à la puissance qu'il reçoit. Cette puissance reçue peut être vue comme une puissance de bruit électronique mais aussi comme la puissance d'un certain nombre N_{ph} de photons, de fréquence ν , reçus pendant le temps de mesure τ : $P = N_{ph} h\nu/\tau$. Les fluctuations de puissance s'écrivent alors :

$$\langle(\Delta P)^2\rangle = \frac{(h\nu)^2}{\tau^2} \langle(\Delta N_{ph})^2\rangle$$

L'expérience proposée permet donc de manière équivalente d'étudier la statistique des électrons transmis ou des photons émis par un conducteur (voir tableau (6.1)).

Grandeurs Mesurées		Description électronique		Description photonique
$\langle P \rangle$	\leftrightarrow	$\langle(\Delta N_\tau)^2\rangle$	\leftrightarrow	$\langle N_{ph} \rangle$
$\langle(\Delta P)^2\rangle$	\leftrightarrow	$\langle(\Delta N_\tau)^4\rangle - \langle(\Delta N_\tau)^2\rangle^2$	\leftrightarrow	$\langle(\Delta N_{ph})^2\rangle$

TAB. 6.1 – Dualité entre la description photonique et électronique du montage de l'expérience prévue. La tension aux bornes d'un conducteur est amplifiée (à des fréquences micro-ondes), puis un détecteur quadratique permet de mesurer la puissance moyenne $\langle P \rangle$. Cette puissance est reliée au bruit électronique, et à la puissance moyenne de photons. Le montage expérimental permet également de mesurer les fluctuations de puissance au niveau du détecteur $\langle(\Delta P)^2\rangle$. Elles sont reliées au moment d'ordre 4 en ce qui concerne le bruit électronique, et simplement au moment d'ordre 2 (*ie* aux fluctuations) du nombre de photons.

Cette partie de ma thèse est consacrée à la première étape de la réalisation de cette expérience. Nous n'avons pas mesuré le bruit aux bornes d'un conducteur mésoscopique, mais d'une résistance macroscopique de $50\,\Omega$, que l'on peut considérer comme une source de photons micro-ondes. Nous avons testé le système de mesure, et validé sa description en termes "photoniques". Pour cela, nous avons considéré les détecteurs quadratiques comme des photodétecteurs, et nous avons réalisé des mesures de corrélations de photons radio-fréquences, semblables à celles de Hanbury-Brown et Twiss datant des années 1950 et faites sur des photons optiques. Ces expériences préliminaires ont été réalisées à l'Ecole Normale Supérieure (Laboratoire de Physique de la Matière Condensée), en collaboration avec Bernard Plaçais et Jean-Marc Berroir.

6.2 Les expériences de corrélations de photons : Hanbury-Brown et Twiss (HB&T)

6.2.1 Historique des expériences de HB&T

Dans les années 1950, Hanbury Brown et Twiss (HB&T) ont développé une méthode permettant de mesurer le diamètre angulaire d'une étoile [37, 38]. Il s'agit de l'interférométrie

¹Le moment d'ordre k est défini dans la première partie de cette thèse, au paragraphe 1.4.2

d'intensité, consistant à mesurer les corrélations d'intensité entre deux détecteurs indépendants. La méthode utilisée auparavant était l'interférométrie Michelson (interférométrie d'amplitude), qui consiste à corrélérer les amplitudes de la lumière émise par une source en deux points différents. Afin de comparer ces deux méthodes, nous allons considérer la géométrie simple de la figure (6.1). Deux sources a et b émettent un signal, recueilli par deux détecteurs 1 et 2. L'interférométrie d'amplitude consiste à remplacer les détecteurs par des fentes, puis l'on observe la figure d'interférences produite par les deux sources secondaires que sont les fentes (sur un écran, ou bien avec un détecteur). Le signal observé est donc proportionnel à :

$$|A_1 + A_2|^2 = |A_1|^2 + |A_2|^2 + (A_1^* A_2 + A_1 A_2^*) \quad (6.1)$$

où on a noté A_i l'amplitude de l'onde arrivant sur le détecteur i . La figure d'interférences obtenue dépend de la différence de phase entre les ondes arrivant sur les détecteurs 1 et 2, via le terme entre parenthèses que l'on note V :

$$V = A_1^* A_2 + A_1 A_2^*$$

L'interférométrie d'intensité consiste à corrélérer les intensités mesurées par chacun des détecteurs 1 et 2, et à étudier la grandeur suivante :

$$C(\vec{d}) = \frac{\langle I_1 I_2 \rangle}{\langle I_1 \rangle \langle I_2 \rangle}$$

où on a noté I_i l'intensité reçue par le détecteur i , et $\langle \rangle$ la moyenne sur le temps de réponse du détecteur. La résolution de ces méthodes est déterminée, à une longueur d'onde donnée, par la séparation maximale entre les détecteurs, sur laquelle on effectue les corrélations. Or l'interférométrie d'amplitude est sensible au déphasage induit entre les deux faisceaux par les perturbations atmosphériques. Et plus les "détecteurs" (ou bien les fentes, dans ce cas) sont éloignés, plus cet effet est important, d'où une limitation de la résolution. L'interférométrie d'intensité a donc été développée par HB&T afin de réduire l'importance de ces changements de phase. Dans le paragraphe suivant, nous utiliserons une approche classique du champ électromagnétique, et nous montrerons qu'en réalité ces deux techniques sont reliées [68].

6.2.2 Approche classique de l'expérience de HB&T

Considérons toujours la géométrie de la figure (6.1), et notons R la distance entre les deux sources, d la distance entre les détecteurs, et L la distance entre les sources et les détecteurs, telle que $L \gg R$ et $L \gg d$. La source a produit au point \vec{r} une onde d'amplitude $\frac{\alpha e^{ik|\vec{r}-\vec{r}_a|+i\Phi_a}}{|\vec{r}-\vec{r}_a|}$, et la source b produit une onde d'amplitude $\frac{\beta e^{ik|\vec{r}-\vec{r}_b|+i\Phi_b}}{|\vec{r}-\vec{r}_b|}$. Dans ces expressions, Φ_a et Φ_b sont des phases aléatoires, \vec{r}_a et \vec{r}_b sont les vecteurs positions des sources a et b . Calculons l'intensité reçue par le détecteur 1.

$$I_1 = |A_1|^2$$

$$I_1 = \left| \frac{1}{L} (\alpha e^{ikr_{1a}+i\Phi_a} + \beta e^{ikr_{1b}+i\Phi_b}) \right|^2$$

$$I_1 = \frac{1}{L^2} \left(|\alpha|^2 + |\beta|^2 + \alpha^* \beta e^{i(k(r_{1b}-r_{1a})+\Phi_b-\Phi_a)} + \alpha \beta^* e^{-i(k(r_{1b}-r_{1a})+\Phi_b-\Phi_a)} \right)$$

On obtient une expression semblable pour l'intensité reçue par le détecteur 2. Faire une moyenne temporelle de cette quantité sur le temps de réponse du détecteur revient à faire une moyenne

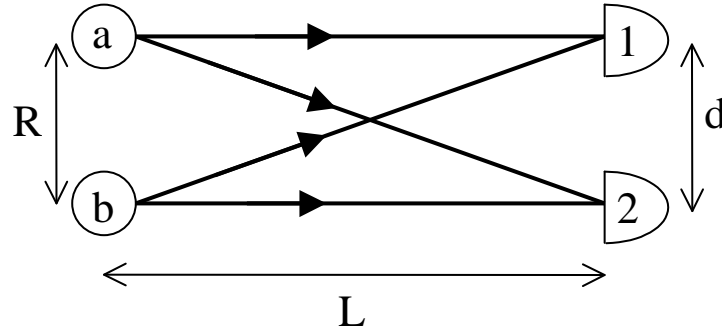


FIG. 6.1 – Schéma de la géométrie la plus simple de l'expérience de HB&T : deux sources a et b envoient un signal sur les deux détecteurs 1 et 2, dont on corrèle les intensités reçues I_1 et I_2 .

sur les phases aléatoires Φ_a et Φ_b , dès que le temps de réponse du détecteur est bien supérieur au temps de collision entre atomes de la source, puisque ce sont les collisions qui sont responsables de ces sauts de phase. On obtient :

$$\langle I_1 \rangle = \langle I_2 \rangle = \frac{1}{L^2} (\langle |\alpha|^2 \rangle + \langle |\beta|^2 \rangle)$$

Lorsque l'on multiplie les intensités avant de faire la moyenne, il vient :

$$\langle I_1 I_2 \rangle = \langle I_1 \rangle \langle I_2 \rangle + \frac{2}{L^4} |\alpha|^2 |\beta|^2 \cos(k(r_{1a} - r_{2a} - r_{1b} + r_{2b}))$$

On en déduit donc le rapport $C(\vec{d}) = \frac{\langle I_1 I_2 \rangle}{\langle I_1 \rangle \langle I_2 \rangle}$:

$$C(\vec{d}) = 1 + 2 \frac{\langle |\alpha|^2 \rangle \langle |\beta|^2 \rangle}{(\langle |\alpha|^2 \rangle + \langle |\beta|^2 \rangle)^2} \cos(k(r_{1a} - r_{2a} - r_{1b} + r_{2b}))$$

Pour une grande séparation entre les sources et les détecteurs, le terme à l'intérieur du cosinus s'écrit : $\vec{R} \cdot (\vec{k}_2 - \vec{k}_1)$. Le signal de corrélation d'intensité varie donc sur une échelle d de l'ordre de λ/θ , λ étant la longueur d'onde de la lumière émise, et $\theta = R/L$ est la largeur angulaire entre les sources, vue par les détecteurs. De manière plus générale, si les sources ne sont pas discrètes, mais ont une distribution $\rho(\vec{r})$, alors la grandeur $C(\vec{d}) - 1$ est proportionnelle au module carré de la transformée de Fourier de $\rho(\vec{r})$. Ainsi, les corrélations augmentent lorsque d diminue, et l'échelle de variation des corrélations permet de remonter au diamètre angulaire de la source.

Revenons à l'expression (6.1). Le terme d'interférences a été noté V . Elevons ce terme au carré, et faisons une moyenne sur le temps de réponse du détecteur. Il vient :

$$\langle V^2 \rangle = 2\langle |A_1|^2 |A_2|^2 \rangle + \langle A_1^{*2} A_2^2 \rangle + \langle A_1^2 A_2^{*2} \rangle$$

Dans la description classique adoptée ici, les deux derniers termes sont des termes qui varient rapidement sur une échelle $d \sim \lambda$, et leur moyenne est nulle. Il vient alors :

$$\langle V^2 \rangle = 2\langle I_1 I_2 \rangle$$

Le lien entre interférométrie d'amplitude et d'intensité est donc bien clair : la moyenne temporelle du carré du terme d'interférences d'amplitude est proportionnel aux corrélations d'intensité.

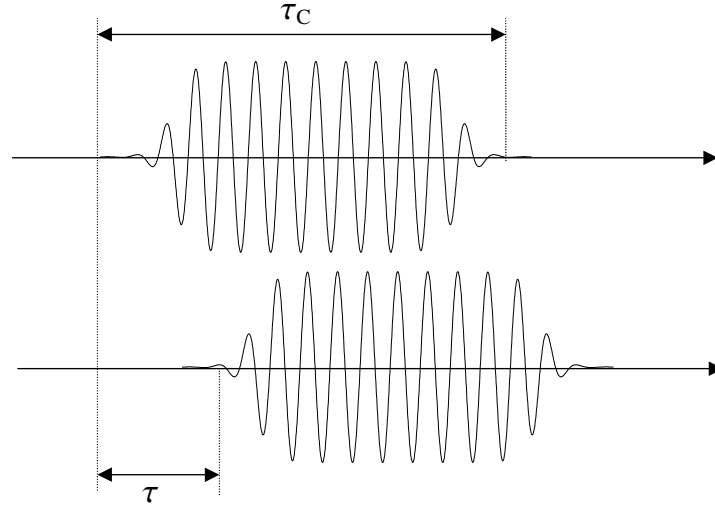


FIG. 6.2 – Schéma des trains d’onde issus d’une source thermique. Leur longueur est égale à $C\tau_C$, où τ_C est le temps de cohérence de la source. Lorsque l’intervalle de temps τ entre les intensités mesurées dans l’expérience de HB&T est supérieur à τ_C , les corrélations sont nulles. Au contraire, lorsque $\tau < \tau_C$, HB&T ont mesuré des corrélations positives, mettant ainsi en évidence le regroupement des photons (ou *bunching*).

Il fût donc démontré théoriquement et expérimentalement, pour des ondes radiofréquences se propageant dans le vide, que l’interférométrie d’intensité donnait de bons résultats. Cependant, il n’était pas clair dans les années 50, que ceci resterait valable pour des longueurs d’onde optiques : contrairement aux ondes radio, traitées de manière classique, les ondes optiques peuvent être considérées comme des photons. HB&T décidèrent donc de tester cette méthode par une expérience “sur table” pour des photons optiques.

6.2.3 Des ondes aux photons

HB&T utilisèrent une lampe à vapeur de mercure, source incohérente, et une lame semi-réfléchissante afin de séparer le faisceau incident en deux faisceaux (voir schéma de gauche de la figure (6.4)). Ils mesurèrent les corrélations d’intensité entre les deux faisceaux, ce qui revient à mesurer les corrélations d’intensité entre deux points différents du faisceau non divisé. Faire varier l’écart relatif entre les détecteurs et la lame semi-réfléchissante revient alors à faire varier la distance d entre les deux points du faisceau où l’on fait les corrélations. On décrit cette distance d en terme de durée $\tau = d/c$, c étant la vitesse de la lumière dans le vide. Alors HB&T observèrent, pour des temps τ très grands, l’absence de corrélation, et que les corrélations augmentaient lorsque τ diminuait. L’échelle de temps de variation des corrélations correspond au temps de cohérence τ_C de la source, qui dans ce cas, est de l’ordre de $h/k_B T$, où T est la température de la source thermique utilisée. Sur la figure (6.2), nous avons schématisé les trains d’onde émis par une source thermique à la température T . Leur durée est $\tau_C \simeq h/k_B T$. Tant que $\tau < \tau_C$, HB&T ont donc observé des corrélations positives. Ils ont ainsi démontré expérimentalement que, dans un faisceau thermique, les photons se “regroupent”, et sont détectés par paquets (phénomène de *bunching* en anglais).

Essayons maintenant de comprendre non plus classiquement, mais de manière quantique ces effets de corrélations d’intensité positives. Chaque source a et b émet des photons vers les détecteurs 1 et 2. Quatre cas de figures donnant $I_1 I_2 \neq 0$, représentés sur la figure (6.3), peuvent

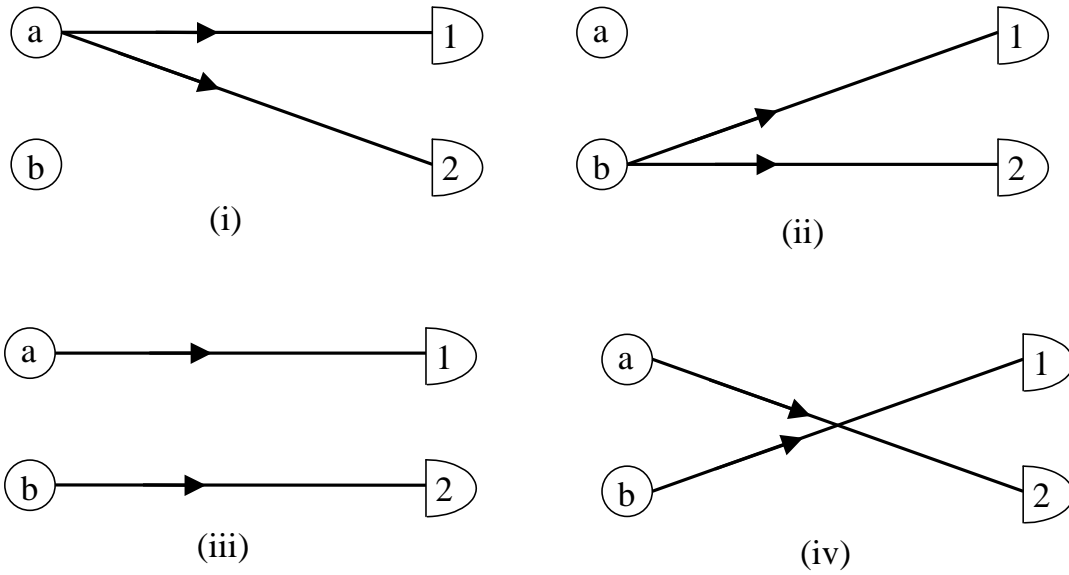


FIG. 6.3 – Schéma des quatre processus intervenant dans le calcul des corrélations d'intensité de l'expérience de HB&T.

être envisagés :

- i) la source a émet deux photons, l'un détecté par 1 et l'autre par 2
- ii) la source b émet deux photons, l'un détecté par 1 et l'autre par 2
- iii) la source a émet un photon dans 1 et la source b émet un photon dans 2
- iv) la source b émet un photon dans 1 et la source a émet un photon dans 2.

Les deux premiers processus sont discernables, et ne produisent pas d'interférences. Par contre, les deux derniers processus donnent lieu à des interférences : l'effet observé par HB&T est une conséquence de l'effet d'échange, qui tient compte de la symétrie des fonctions d'onde des particules considérées.

6.2.4 Autres expériences de corrélations de photons

Nous avons expliqué dans les paragraphes précédents que HB&T ont observé expérimentalement le phénomène de regroupement des photons, en mesurant des corrélations positives entre les faisceaux réfléchis et transmis d'une source thermique incidente sur une lame séparatrice. Plus exactement, la probabilité de détecter deux photons, l'un au temps t dans un des faisceaux, l'autre au temps $t + \tau$ dans l'autre faisceau (notée $P_2(t, t + \tau)$), augmente lorsque τ devient inférieur au temps de cohérence de la source. Ce phénomène, dont la théorie est établie dans [69], a été observé dans une géométrie faisant intervenir deux photodétecteurs [37, 38, 70, 71]. Une autre manière de mettre en évidence la statistique des photons est d'étudier les fluctuations du nombre de photons reçus pendant un temps τ fini, dans un seul photodétecteur [72, 73, 74], ou encore d'étudier la distribution des intervalles de temps entre l'arrivée de deux photons successifs [75]. Toutes ces expériences concernent des sources de lumière chaotiques, pour lesquelles le phénomène de regroupement (*bunching*) a lieu. Pour de telles sources, les propriétés étudiées (notamment la cohérence du second ordre [76]) peuvent tout-à-fait s'expliquer de manière classique. Plus récemment, des efforts ont été faits pour mettre en évidence le caractère discret et

quantique des photons [77, 78, 79, 80, 81]. Dans [78, 79, 80], les auteurs étudient le signal de fluorescence d’atomes de sodium, et montrent que $P_2(t, t + \tau)$ est une fonction croissante de τ lorsque τ s’écarte de zéro. Cela est caractéristique de l’*antibunching* des photons. Dans [77, 81], les expériences présentées sont des expériences “à un photon”, utilisant le montage du type HB&T avec une lame séparatrice. Lorsqu’un seul photon arrive sur la lame semi-réfléchissante, on obtient l’expérience de pensée numéro 1 présentée dans le paragraphe 1.2.4 : une particule arrive de manière sûre sur une barrière de potentiel. Ici, le photon incident est soit transmis soit réfléchi, et les corrélations croisées d’intensité sont donc négatives.

Toutes les expériences réalisées jusqu’à présent concernent des photons optiques, et utilisent des photodétecteurs du type photomultiplicateur. L’expérience réalisée ici utilise une technologie très différente, car on souhaite détecter des photons radio-fréquences, guidés dans des câbles coaxiaux. La situation physique est également radicalement différente puisque les ordres de grandeur de la fréquence et de la température ne sont pas les mêmes. Nous détaillons cela dans le paragraphe suivant.

6.3 Corrélations avec des photons radio-fréquences

Les expériences “sur table” de HB&T ont donc été faites avec des photons optiques, de fréquences de l’ordre de 10^{14} Hz , ce qui correspond à une température $h\nu/k_B$ d’environ 5000 K . La température ambiante est donc très petite devant la fréquence : $k_B T_{amb} \ll h\nu$. C’est la raison pour laquelle on peut modéliser leur expérience par le schéma de gauche de la figure (6.4), où l’absence de source lumineuse, à température ambiante, peut être assimilée au vide. Dans les expériences décrites ici, il s’agit donc de photons RF, de fréquences comprises entre 1 et 2 GHz , ce qui correspond à des températures $h\nu/k_B$ de 50 à 100 mK . Par conséquent, la situation ne sera pas équivalente à celle de HB&T. Nos mesures ont été faites à des températures allant de 4 à 25 K (il s’agit de mesures préliminaires, n’utilisant pas le réfrigérateur à dilution prévu pour l’expérience “finale”), donc le rapport $k_B T/h\nu$ varie de 40 à 500, et est très grand devant 1.

Un élément essentiel de l’expérience de HB&T est la lame semi-réfléchissante, qui partage un faisceau incident en deux faisceaux ayant environ la même intensité. En RF, ceci est réalisé par un diviseur de puissance (*power splitter* en anglais, et appelé simplement **séparateur** par la suite). Pour que le signal incident ne soit pas réfléchi, mais entièrement transmis, il est nécessaire d’avoir une parfaite adaptation d’impédance. Cela impose, pour le séparateur, une géométrie à quatre branches. Reprenons le cas d’une lame semi-réfléchissante : en réalité, elle peut être schématisée par deux sorties, et deux entrées dont l’une est assimilée au vide pour des photons optiques (voir le schéma de gauche de la figure (6.4)), à température ambiante. De même, le séparateur comporte 4 branches, deux sorties, et deux entrées, dont l’une est une résistance de 50Ω pour permettre une bonne adaptation d’impédance (voir schéma de droite de la figure (6.4)).

Or une résistance de 50Ω est une source de bruit thermique, que l’on peut aussi considérer comme une source de photons. Cette source thermique est semblable à un corps noir : la résistance de 50Ω absorbe tous les photons incidents, et réémet des photons dont la fonction de distribution est celle de Bose-Einstein à la température de la résistance. Par conséquent, dans le cas du séparateur, l’une des branches d’entrée est une source de photons, qui émet à la fréquence ν un nombre moyen de photons égal à $f_{BE}(h\nu) = 1 / \left(\exp \left(\frac{h\nu}{k_B T} \right) - 1 \right)$. Pour des fréquences de l’ordre du GHz et des températures de l’ordre de 4 K , on a $h\nu/k_B T \ll 1$ et on peut écrire que le nombre moyen de photons émis par cette résistance vaut $k_B T/h\nu$ et est très grand devant 1. Autrement dit, la situation est très différente de celle de la lame semi-réfléchissante, où l’on

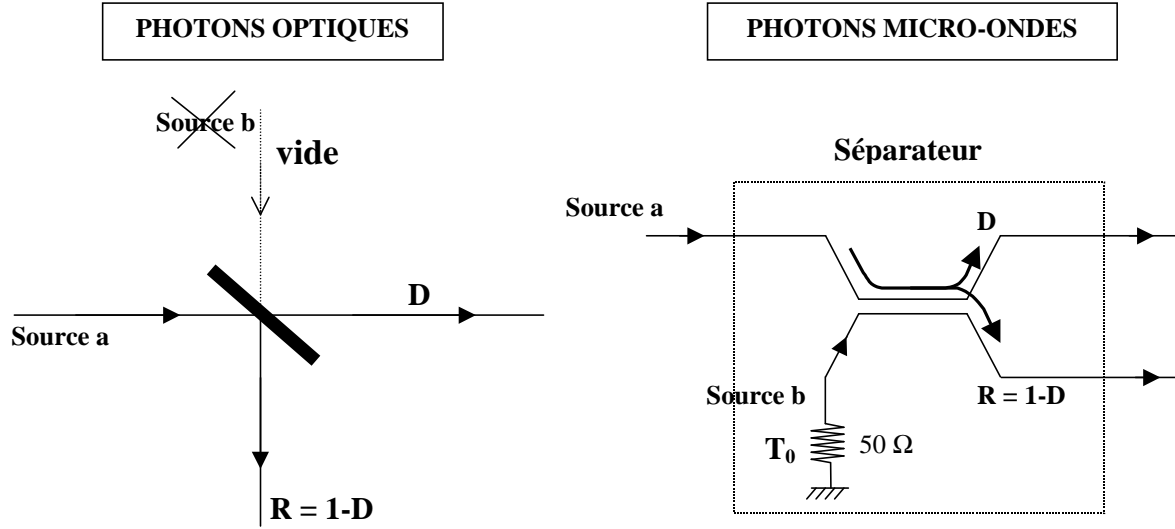


FIG. 6.4 – Schéma des expériences de corrélations de photons à l’aide d’une lame semi-réfléchissante : à gauche, dans le cas de HB&T, ce sont des photons optiques qui sont considérés, donc à de telles fréquences, la température ambiante correspond à une absence de source, puisque $k_B T_{amb} \ll h\nu$. À droite, dans le cas des expériences citées ici, on considère des photons de fréquence de l’ordre du GHz , et des sources thermiques à des températures de l’ordre de $4 K$, si bien que l’on a $k_B T \gg h\nu$. Par conséquent, on ne peut pas avoir la situation équivalente à celle de HB&T, et on doit considérer deux sources incidentes sur la lame semi-réfléchissante.

pouvait supposer que l’une des sources “n’existait pas”. Avec un séparateur, nous sommes dans une situation réellement à 4 branches, avec deux sources, et deux sorties qui seront les chaînes de mesure, comme indiqué sur le schéma de droite de la figure (6.4).

6.4 Démarche expérimentale suivie

L’objectif de cette partie est de valider notre système de mesure en tant que photo-détecteur. C’est pourquoi nous avons réalisé des expériences du type Hanbury-Brown et Twiss, dans le but de mesurer la statistique de différentes sources de photons.

Sources thermiques

Nous avons commencé par faire exactement l’équivalent des expériences de HB&T, en utilisant des sources thermiques, c’est-à-dire des résistances de 50Ω , dont on a fait varier la température. Notre but a donc été de vérifier la statistique des photons émis par de telles sources. Nous avons déjà vu que, compte tenu de notre montage expérimental, le nombre moyen d’occupation des photons émis est grand (entre 40 et 500 suivant la fréquence et la température utilisées). C’est pourquoi nous nous attendons au résultat tout à fait classique : les fluctuations de puissance sont proportionnelles au carré de la puissance moyenne de la source.

Dans un premier temps, nous avons réalisé le montage le plus simple, consistant à étudier une seule source, reliée à une chaîne de mesure, ce qui nous permet d’étalonner le système global (source + chaîne de mesure). Puis nous avons réalisé un montage à quatre branches avec le séparateur : deux sources et deux chaînes de mesures. Enfin, nous avons testé le système en utilisant un système à trois branches, en utilisant un T : une source et deux chaînes de mesure.

Il me semble que cette situation n'a pas d'équivalent en optique. Nous verrons que, dans ce cas, l'impédance du système n'est pas 50Ω , ce qui implique une sensibilité au bruit des amplificateurs, même en corrélations croisées.

Source classique monochromatique

Pour valider définitivement le principe expérimental de détection de corrélations de photons, nous avons fait varier la statistique de la source. Nous avons utilisé une source monochromatique cohérente. L'analogie d'une telle source en optique est un laser, dont le champ électrique est sinusoïdal. On s'attend cette fois à une statistique poissonnienne, c'est-à-dire à ce que les fluctuations de puissance soient proportionnelles à la puissance moyenne émise (contrairement au cas précédent d'une source thermique pour laquelle les fluctuations varient comme le carré de la puissance moyenne). Une autre caractéristique de la statistique poissonnienne, est qu'en utilisant une configuration à 4 branches, du type d'HB&T, les corrélations croisées sont nulles. Nous chercherons donc à vérifier expérimentalement ces deux propriétés.

Plan de la troisième partie

La première étape dans la réalisation de cette expérience de bruit électronique à haute fréquence, a donc consisté à tester notre système de mesure en étudiant différentes statistiques photoniques. Pour cela, nous avons étudié deux types de sources, dans différentes configurations permettant la mise en évidence de leurs propriétés statistiques. Dans le chapitre suivant, nous décrirons précisément le montage expérimental. Puis nous étudierons successivement chacune des sources.

Chapitre 7

Montage expérimental

7.1 Description du montage

7.1.1 Principe des mesures et schéma du montage expérimental

Le montage a été réalisé dans le but de faire des mesures de bruit électronique à haute fréquence sur des échantillons mésoscopiques, et éventuellement d'avoir accès aux moments d'ordre supérieur à 2. Nous avons vu que le travail effectué pendant ma thèse est une première étape dans ce but. Le montage permet de faire des mesures de bruit électronique dans une plage de fréquence de 1 à 2 GHz , autrement dit, permet de mesurer le nombre moyen de photons $\langle N_{ph} \rangle$ de fréquence comprise entre 1 et 2 GHz émis par la source étudiée. On souhaite également mesurer les fluctuations de bruit, c'est-à-dire les fluctuations du nombre de photons émis $\langle \Delta N_{ph}^2 \rangle$.

Le schéma du montage est présenté sur la figure (7.1). Il comporte deux chaînes d'amplification de tension, chacune comportant un amplificateur cryogénique bas bruit, et deux amplificateurs à température ambiante. Ensuite, un détecteur quadratique délivre en sortie une tension V_{out} proportionnelle à la puissance qu'il a reçue. Autrement dit, le signal de sortie du détecteur quadratique est proportionnel à $\langle V^2 \rangle(t)$, ou encore proportionnel à $\langle N_{ph} \rangle$. Enfin, ce signal peut être envoyé sur un analyseur de spectre qui calcule l'autocorrélation ou bien la corrélation croisée entre les signaux des deux voies. Une description plus précise des différents éléments est faite dans le paragraphe suivant.

7.1.2 Description des chaînes de mesure

Amplification de tension

Le premier étage d'amplification en tension est déterminant, car c'est lui qui impose son bruit en tension. Il s'agit ici d'amplificateurs cryogéniques fabriqués pour la radioastronomie, sur une bande de 1 à 2 GHz . Leur température de bruit est de l'ordre de $T_N = 6 K$, c'est-à-dire que le bruit en tension ramené à l'entrée de l'amplificateur sur une impédance de 50Ω vaut $S_V = 4k_B T_N R = 128 pV/\sqrt{Hz}$. Leur gain est de l'ordre de 35 dB . Ces amplificateurs sont placés dans l'hélium liquide, à 4.2 K , et dissipent environ 200 mW (la consommation d'hélium est telle que les expériences ne peuvent durer plus de 3 heures, car au-delà, les amplificateurs ne sont plus thermalisés 4.2 K et le signal fluctue beaucoup).

Les amplificateurs cryogéniques ne sont, en réalité, pas branchés directement sur le système que l'on souhaite étudier : ils sont précédés de circulateurs. Un circulateur est un composant à trois entrées et sorties, dont l'une est reliée à une résistance de 50Ω . Ce composant est chirale,

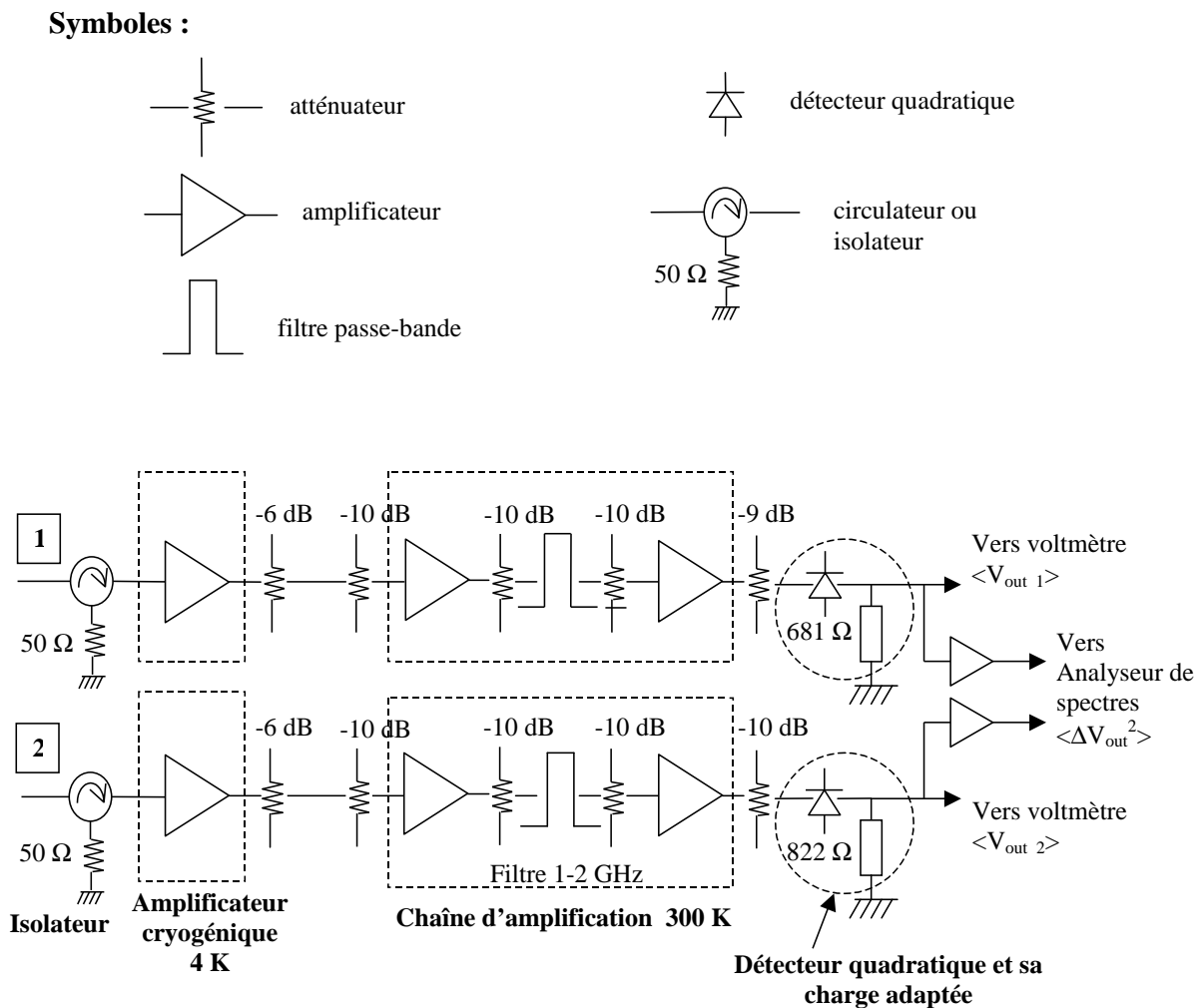


FIG. 7.1 – Schéma des deux chaînes de mesures du montage expérimental : chacune comporte un amplificateur cryogénique placé dans l'hélium liquide à 4 K, puis une chaîne d'amplification à 300 K comportant deux amplificateurs bas bruit schématisés par des triangles, un filtre de 1 à 2 GHz, et deux atténuateurs de 10 dB. Enfin suit un détecteur quadratique avec sa charge adaptée, délivrant une tension de sortie proportionnelle à la puissance électrique qu'il reçoit. Ce signal de sortie est envoyé sur un voltmètre pour avoir accès au bruit électronique, *ie* à la puissance moyenne des photons dans le circuit, ou bien sur un analyseur de spectres, permettant la mesure des fluctuations de puissance des photons dans le circuit, en autocorrélation et en corrélation croisée.

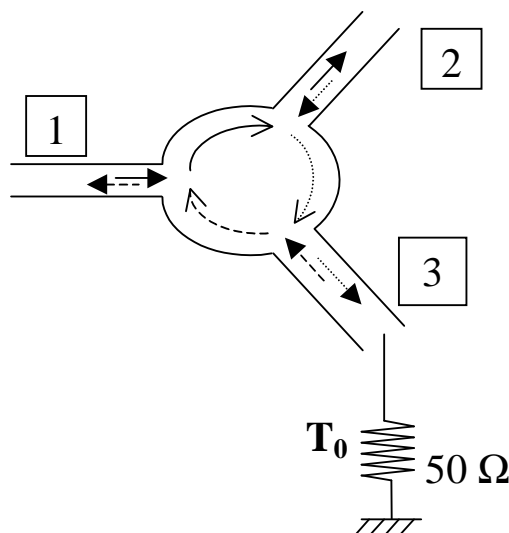


FIG. 7.2 – Schéma d'un circulateur : le courant ne peut circuler que dans un sens. Le signal injecté en 1 est envoyé en 2, le signal incident en 2 est absorbé par la résistance de $50\ \Omega$, et enfin le bruit thermique émis par cette résistance sort en 1.

c'est-à-dire qu'il permet la circulation des ondes électromagnétiques et du courant dans un seul sens de rotation. Son fonctionnement est schématisé sur la figure (7.2). Le signal entrant par l'entrée 1 est entièrement transmis vers 2, le signal entrant en 2 est transmis et absorbé par la résistance de $50\ \Omega$ en 3, et enfin le bruit thermique émis par la résistance est entièrement transmis en 1. L'entrée 1 du circulateur est reliée au système étudié, et l'entrée 2 est reliée aux amplificateurs cryogéniques. L'intérêt de placer un circulateur est qu'il absorbe le bruit en courant émis par l'amplificateur, qui est a priori inconnu. Et le bruit injecté sur le système étudié par le système de mesure est le bruit thermique de la résistance de $50\ \Omega$, qui est parfaitement connu. Nous verrons ultérieurement (au paragraphe 8.2.3 l'importance des circulateurs lors des mesures réalisées).

Ensuite vient l'étage d'amplification "à chaud", c'est-à-dire à température ambiante. Il comporte deux amplificateurs Miteq bas bruit, de gain de l'ordre de 38 dB , et de température de bruit 35 K . Ces deux amplificateurs sont séparés par deux atténuateurs de 10 dB , et par un filtre de 1 à 2 GHz . Les atténuateurs permettent de diminuer les réflexions multiples qui pourraient exister entre les deux amplificateurs, dues à de légères désadaptations d'impédance. Le filtre est nécessaire afin de réduire le bruit en tension du premier amplificateur, qui est un bruit large bande et qui pourrait saturer le deuxième amplificateur (voir figure (7.1)).

Détecteurs quadratiques et corrélations

Le signal de sortie des amplificateurs est ensuite envoyé sur un détecteur quadratique dont le signal de sortie V_{out} est proportionnel à la puissance P_{out} qu'il a reçue, pour des fréquences comprises entre 50 MHz et 20 GHz (voir figure (7.4)). Chaque détecteur est suivi de sa charge adaptée, qui optimise la plage de puissance sur laquelle le détecteur est bien quadratique. En effet, pour des puissances supérieures à 0.15 mW , le détecteur n'est plus parfaitement quadratique, et c'est la raison pour laquelle on place des atténuateurs (9 et 10 dB) en entrée des détecteurs.

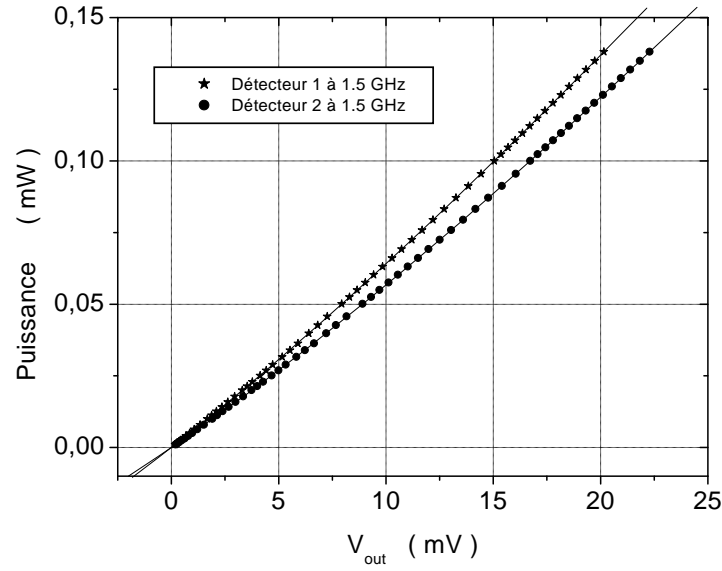


FIG. 7.3 – Etalonnage des détecteurs quadratiques : la puissance en entrée des détecteurs est tracée en fonction de la tension de sortie du détecteur, pour une fréquence de 1.5 GHz . Les lignes continues sont des ajustements par un polynôme du troisième degré, un léger écart à une loi quadratique étant observé (c'est-à-dire que la courbe tracée n'est pas tout à fait une droite). Nous avons utilisé les détecteurs avec des puissances toujours inférieures à 0.06 mW (c'est-à-dire une tension de sortie inférieure à 9 mV environ). Sur cette gamme de puissance, l'ajustement polynômial pour le détecteur de la chaîne 1 est : $P_{mW} = -5.7924 \cdot 10^{-5} + 0.00595 V_{out, mV} + 2.3903 \cdot 10^{-5} V_{out, mV}^2 + 2.7912 \cdot 10^{-6} V_{out, mV}^3$, et pour le détecteur de la chaîne 2, $P_{mW} = -1.0041 \cdot 10^{-4} + 0.00526 V_{out, mV} + 1.2263 \cdot 10^{-5} V_{out, mV}^2 + 3.4924 \cdot 10^{-6} V_{out, mV}^3$.

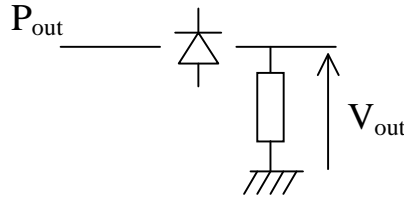


FIG. 7.4 – Schéma de l'étalonnage des détecteurs quadratiques. La puissance en entrée est notée P_{out} , et la tension de sortie V_{out} .

L'atténuation n'est pas la même sur chacune des chaînes, car elles n'ont pas exactement le même gain : la différence de 1 dB d'atténuation compense la différence de gain, de sorte que $V_{out,1}$ et $V_{out,2}$ sont du même ordre.

La fréquence de coupure de ces détecteurs est de l'ordre de 1 MHz . Leur étalonnage a été fait en utilisant une source d'ondes radiofréquences monochromatiques, de fréquence et de puissance variables. Les résultats obtenus pour la fréquence 1.5 GHz sont ceux de la figure (7.3), donnant la puissance RF à l'entrée du détecteur en fonction de la tension de sortie du détecteur¹. On constate une légère déviation par rapport à une loi quadratique parfaite. Cet étalonnage a été réalisé à plusieurs fréquences entre 1 et 2 GHz , et nous avons pu observer que la réponse du détecteur est bien plate en fréquence.

Dans la suite, les résultats de nos expériences sont présentés en utilisant cet étalonnage : la puissance moyenne est déduite de V_{out} par l'ajustement polynômial de la légende de la figure (7.3), fait pour des puissances inférieures à 0.06 mW , c'est-à-dire des tensions de sorties inférieures à 9 mV :

$$P_{out\,1,\text{mW}} = -5.7924 \cdot 10^{-5} + 0.00595 V_{out\,1,\text{mV}} + 2.3903 \cdot 10^{-5} V_{out\,1,\text{mV}}^2 + 2.7912 \cdot 10^{-6} V_{out\,1,\text{mV}}^3$$

$$P_{out\,2,\text{mW}} = -1.0041 \cdot 10^{-4} + 0.00526 V_{out\,2,\text{mV}} + 1.2263 \cdot 10^{-5} V_{out\,2,\text{mV}}^2 + 3.4924 \cdot 10^{-6} V_{out\,2,\text{mV}}^3$$

Par contre, les corrélations font intervenir les fluctuations de puissance δP_{out} et les fluctuations de tension δV_{out} . Notons pour simplifier la relation entre P_{out} et V_{out} de la manière suivante : $P_{out} = g(V_{out})$, g étant un polynôme de degré 3. Alors les variations de puissance autour de la valeur moyenne $\langle P_{out} \rangle$ sont données par : $\delta P_{out} = g'(\langle V_{out} \rangle) \delta V_{out}$.

Expérimentalement, nous mesurons les fluctuations de tension, que l'on note $\langle \Delta V_{out}^2 \rangle$. Nous déduisons ensuite les fluctuations de puissance à l'entrée du détecteur $\langle \Delta P_{out}^2 \rangle$ par :

$$\langle \Delta P_{out}^2 \rangle = g'(\langle V_{out} \rangle)^2 \langle \Delta V_{out}^2 \rangle$$

Pour les mesures en corrélations croisées, nous avons évidemment :

$$\langle \Delta P_{out\,1} \Delta P_{out\,2} \rangle = g'_1(\langle V_{out\,1} \rangle) g'_2(\langle V_{out\,2} \rangle) \langle \Delta V_{out\,1} \Delta V_{out\,2} \rangle$$

¹De manière équivalente, les relations donnant la tension de sortie en fonction de la puissance à l'entrée sont les suivantes :

$$V_{out\,1,\text{mV}} = 0.00912 + 169.6 P_{out\,1,\text{mW}} - 249.3 P_{out\,1,\text{mW}}^2 + 566.6 P_{out\,1,\text{mW}}^3$$

$$V_{out\,2,\text{mV}} = 0.0187 + 192.3 P_{out\,2,\text{mW}} - 338.0 P_{out\,2,\text{mW}}^2 + 805.5 P_{out\,2,\text{mW}}^3$$

Cela est justifié par le fait que l'amplitude des fluctuations de puissance est négligeable devant la puissance moyenne. Nous verrons ultérieurement que dans le cas d'une source thermique,

$$\frac{\sqrt{\langle \Delta P^2 \rangle}}{\langle P \rangle} \simeq \sqrt{\frac{2\Delta f}{\Delta F}}$$

où Δf est la bande passante sur laquelle nous mesurons les fluctuations de tension, $\Delta f = 150 \text{ kHz}$, et ΔF est la bande passante des chaînes d'amplification, c'est-à-dire la largeur en fréquence des photons "mesurés", $\Delta F \simeq 1 \text{ GHz}$. On en déduit que le rapport précédent est de l'ordre de 10^{-2} et est bien petit devant 1. Pour la source monochromatique, nous verrons par la suite que

$$\frac{\sqrt{\langle \Delta P^2 \rangle}}{\langle P \rangle} \simeq \sqrt{\frac{2h\nu_0 \mathcal{F}}{\langle P \rangle}}$$

Nous avons noté ν_0 la fréquence de l'onde monochromatique (ν_0 vaut typiquement 1 GHz), \mathcal{F} est le facteur de Fano résultant du bruit en tension des amplificateurs (voir chapitre 9) et il vaut environ 300. Enfin la puissance moyenne injectée par la source est typiquement de 0.1 pW . On trouve alors que le rapport des fluctuations de puissance et de la puissance moyenne est de l'ordre de 10^{-9} . La manière dont nous déduisons les fluctuations de puissance à partir des fluctuations de tension est donc valable.

Lors de nos expériences, le signal de sortie des détecteurs sera envoyé d'une part sur un voltmètre permettant de mesurer $\langle V_{out} \rangle$, d'autre part sur un analyseur de spectres permettant de mesurer la densité spectrale de bruit de V_{out} , après un nouvel étage d'amplification bas bruit (il s'agit d'amplificateurs de gain 400 en tension). La plage de fréquence utilisée pour les mesures de corrélations est typiquement de 150 kHz autour de 80 kHz .

Enfin, les différents éléments du montage sont reliés par des câbles coaxiaux semi-rigide en cuivre, d'atténuation faible (environ 0.54 dB/m à 2 GHz), et d'impédance caractéristique 50Ω .

7.1.3 Différentes configurations de mesures

Dans le paragraphe précédent, nous avons décrit les chaînes de mesure permettant d'avoir accès aux grandeurs étudiées. Maintenant, nous allons présenter le système lui-même, c'est-à-dire d'une part la source, et d'autre part la manière dont le faisceau de photons issus de la source est divisé, en amont des chaînes de mesure.

Sources de photons micro-ondes utilisées

Nous avons réalisé des expériences de type Hanbury-Brown et Twiss, avec des photons RF. Pour cela, nous avons utilisé différentes sources afin de tester différentes statistiques.

- Nous avons d'abord fait des mesures sur des sources thermiques, c'est-à-dire une résistance de 50Ω à 4 K , dont on peut faire varier la température entre 4 et 25 K à l'aide d'une résistance chauffante. Ces sources thermiques ont un rayonnement de corps noir.
- Puis nous avons étudié une source cohérente, une source RF commerciale, délivrant un signal monochromatique, et dont la statistique est poissonnienne (voir chapitre 9). Il s'agit d'une source de la marque Anritsu, dont le signal a une fréquence pouvant varier de 40 MHz à 20 GHz , et dont la puissance varie de -10 dBm à $+23 \text{ dBm}$.

La première étape consiste à étudier la source seule, reliée à une seule chaîne de mesure, et mesurer la puissance moyenne de photons émis ainsi que les fluctuations de puissance. Chaque chaîne de mesure est ainsi calibrée. Ensuite, nous réalisons un montage comportant deux chaînes

de mesure : nous divisons le signal issu de la source en deux faisceaux, afin de tester la statistique de la source, en s'affranchissant du bruit en tension des amplificateurs (en mesurant les corrélations croisées). Pour cela, nous avons utilisé soit un séparateur, soit un T, que nous allons décrire plus en détail ci-dessous.

Diviseur de puissance, ou séparateur

Nous avons déjà vu que le séparateur en RF joue le rôle de la lame semi-réfléchissante en optique. Cependant, pour permettre une bonne adaptation d'impédance, il est nécessaire d'avoir une géométrie à quatre portes : deux entrées et deux sorties, comme le schéma de la figure (7.5) l'indique. Les coefficients de transmission des contacts i vers j est noté T_{ji} . Le séparateur est tel que :

$$\begin{aligned} T_{a1} = T_{1a} = 0.5 & \quad T_{b1} = T_{1b} = 0.5 \\ T_{a2} = T_{2a} = 0.5 & \quad T_{b2} = T_{2b} = 0.5 \\ T_{12} = T_{21} = 0 & \quad T_{ab} = T_{ba} = 0 \end{aligned}$$

Autrement dit, en tenant compte de son unitarité, la matrice de diffusion de ce composant s'écrit :

$$\begin{matrix} a \\ b \\ 1 \\ 2 \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1/\sqrt{2} & i/\sqrt{2} \\ 0 & 0 & i/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} & i/\sqrt{2} & 0 & 0 \\ i/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

La présence des termes nuls revient à dire qu'il n'y a pas de réflexion, le contact a ne "voit" pas le contact b , et les contacts 1 et 2 ne se "voient" pas non plus. Dans cette matrice, nous n'avons pas introduit de termes propagatifs en e^{ikl} faisant intervenir la longueur du composant, car nous le supposons ponctuel. En effet, pour des fréquences de l'ordre de 1 GHz , la longueur d'onde dans le câble coaxial est de l'ordre de 10 cm , et les composants utilisés (atténuateurs, séparateur, T) ont des dimensions de l'ordre de 1 cm .

En réalité, le composant ne présente "à l'extérieur" que trois contacts, car l'une des sources (disons la source 2) est incluse dans le boîtier, c'est une résistance de $50\ \Omega$. Utilisé en tant que diviseur de puissance, ce composant présente ainsi une entrée (source 1), et deux sorties (mesures 3 et 4), chaque sortie fournissant comme puissance moyenne, la moitié de la puissance d'entrée **plus la moitié du signal délivré par la résistance de $50\ \Omega$ à la température du composant** : cette dernière est une source de bruit thermique à la température T_0 , ou encore un corps noir émettant des photons dans un guide d'onde (les câbles coaxiaux, ou bien les lignes formant le séparateur). Dans nos expériences, le séparateur est plongé dans l'hélium liquide, à la température $T_0 = 4.2\text{ K}$. La source 2 va donc générer une puissance de bruit $k_B T_0 \Delta F$, ΔF étant la bande passante de la chaîne de mesure.

Séparateur à 3 branches : le T

Enfin nous avons fait des expériences avec un montage à 3 branches, en utilisant un T pour diviser le faisceaux en deux. On peut montrer qu'il est impossible de réaliser une structure à trois branches symétrique et sans réflexion. Pour des fréquences RF, une onde incidente d'un côté du T ne voit pas une impédance de $50\ \Omega$, donc l'onde est partiellement réfléchi, et partiellement transmise dans chacun des bras du T. La situation est schématisée sur la figure (7.6).

Pour calculer la matrice de diffusion S de cet élément, on commence par la supposer la plus

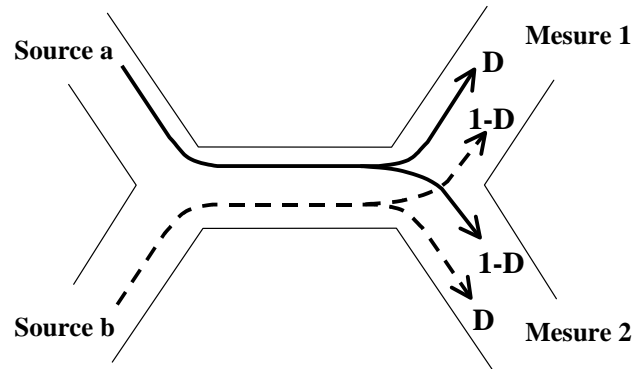


FIG. 7.5 – Schéma de principe du montage à 4 branches, que l'on réalise à l'aide d'un diviseur de puissance, ou séparateur. Pour le séparateur commercial utilisé, la transmission $D = 0.5$, et la source b est incluse dans le boîtier, c'est une source thermique : une résistance de 50Ω à la température du boîtier.

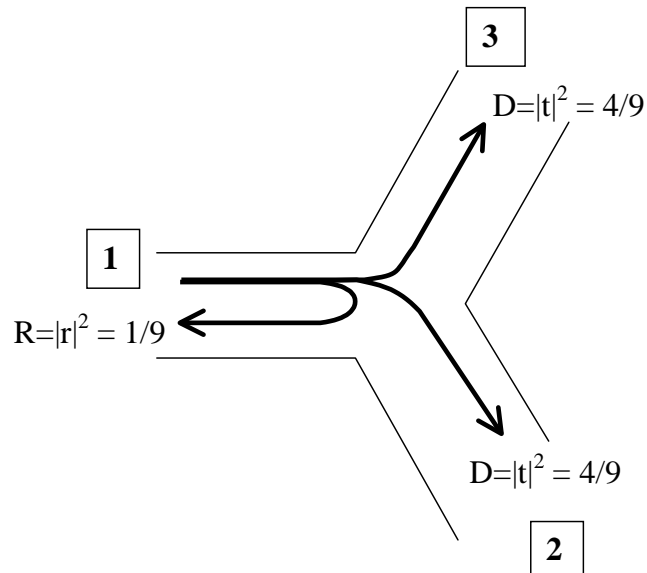


FIG. 7.6 – Schéma d'un montage à 3 branches utilisant un T. La matrice de diffusion S de ce T, supposée réelle symétrique est (à une phase près) :
$$S = \begin{pmatrix} -1/3 & 2/3 & 2/3 \\ 2/3 & -1/3 & 2/3 \\ 2/3 & 2/3 & -1/3 \end{pmatrix}.$$

symétrique possible, avec des coefficients réels :

$$\begin{pmatrix} r & t & t \\ t & r & t \\ t & t & r \end{pmatrix}$$

L'unitarité de cette matrice ($S^\dagger S = 1$) nous mène à deux équations :

$$\begin{cases} R + 2D = 1 \\ 2rt + D = 0 \end{cases} \quad (7.1)$$

On a noté $R = |r|^2$, et $D = |t|^2$. R et T sont des grandeurs positives, et la deuxième équation de (7.1) nous permet de dire que r et t ont des signes opposés. Choisissons arbitrairement $r < 0$. Alors la deuxième équation s'écrit $2\sqrt{RD} = D$, soit $4R = D$, et en reportant ceci dans la première équation, on obtient $R = 1/9$, et $D = 4/9$, d'où la matrice de diffusion du T :

$$\begin{pmatrix} -1/3 & 2/3 & 2/3 \\ 2/3 & -1/3 & 2/3 \\ 2/3 & 2/3 & -1/3 \end{pmatrix} \quad (7.2)$$

Dans le paragraphe suivant, nous présenterons une méthode expérimentale de détermination de la matrice de diffusion du T, et nous verrons qu'elle a bien cette forme.

7.2 Calibration des différents éléments

La calibration des différents éléments du montage consiste à déterminer expérimentalement leur matrice de diffusion. S'il s'agit d'amplificateurs, alors on ne parle plus de matrice de diffusion dans la mesure où elle n'est plus unitaire, mais la calibration permet d'avoir accès au coefficient de réflexion ainsi qu'au gain de l'amplificateur. Pour cela, on utilise un analyseur de réseau. Ce dernier est un appareil comportant deux "sorties", chaque sortie pouvant émettre un signal RF monochromatique calibré en puissance et en fréquence, et mesurer la puissance RF reçue. Le principe de la mesure consiste à brancher l'élément inconnu entre ces deux sorties. L'analyseur de réseau injecte un signal d'un côté de cet élément, et mesure l'amplitude du signal réfléchi de ce même côté, l'amplitude du signal transmis vers l'autre sortie, ainsi que les déphasages de ces signaux par rapport au signal injecté. Puis, en faisant varier la fréquence du signal injecté, on obtient la caractérisation de l'élément inconnu : sa matrice de diffusion $S = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix}$ en fonction de la fréquence. On a ainsi accès non seulement à l'amplitude des coefficients S_{ij} , souvent exprimée en dB : $S_{ij \text{ dB}} = 10 \log(|S_{ij}|^2)$, mais aussi à leur phase.

Le premier pas de l'expérience a consisté à tester chaque composant à l'analyseur de réseau afin de connaître et vérifier leurs caractéristiques. Nous présentons dans ce qui suit la détermination de la matrice de diffusion du T, et de celle d'un filtre. Cependant, le test des éléments séparés n'est pas suffisant, car lorsqu'on assemble plusieurs composants, il peut y avoir de légers désaccords d'impédance dans le circuit, qui sont sources de réflexions multiples. Alors la transmission de l'ensemble n'est pas simplement le produit des transmissions de chacun des éléments. C'est pourquoi nous avons également testé chaque chaîne d'amplification dans son ensemble.

7.2.1 Matrice de diffusion du T

Pour calibrer le T, on relie deux contacts du T aux deux sorties de l'analyseur de réseau, et on place une résistance de 50Ω sur la troisième branche du T, comme indiqué sur le schéma (7.7).

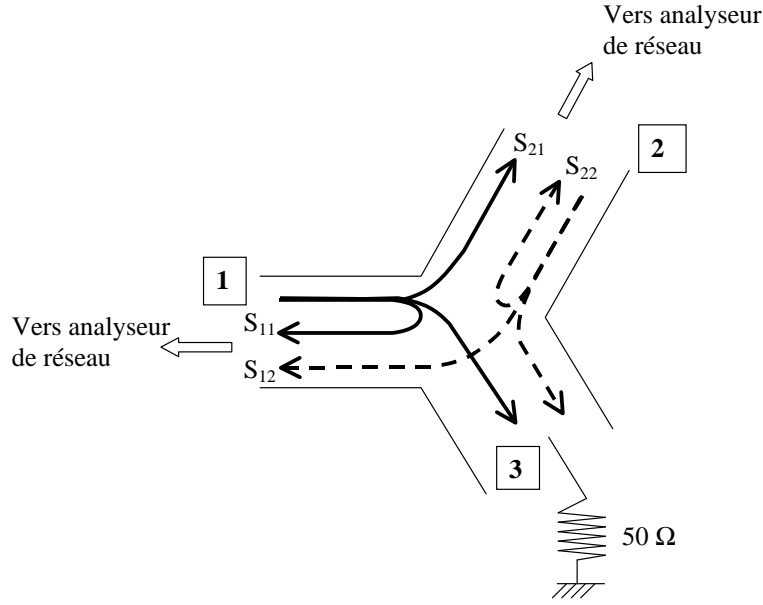


FIG. 7.7 – Schéma de principe du test du T à l'analyseur de réseau (AR) : le contact 1 est relié à une sortie de l'AR, et le contact 2 à l'autre. Le contact trois est relié à une résistance de $50\ \Omega$ qui absorbe tout signal sortant du contact 3 (parfait accord d'impédance). Le signal injecté par le contact 1 est partiellement réfléchi : l'AR mesure S_{11} , et partiellement transmis : l'AR mesure S_{21} . Lorsque le signal est injecté par le contact 2, l'AR mesure S_{22} et S_{12} .

On a effectué le test entre 1 et 2 GHz . Pour le T, on s'attend à avoir $S_{11} = S_{22} = r$, et $S_{12} = S_{21} = t$. Les résultats obtenus en ce qui concerne les valeurs absolues des coefficients de la matrice S sont présentés sur la figure (7.8).

On obtient bien $|r| \simeq 1/3$, et $|t| \simeq 2/3$ à 2 % près. On confirme donc les résultats de l'équation (7.2).

En ce qui concerne la phase relative entre S_{11} et S_{21} , elle est approximativement de 180° . Cependant, on observe une pente moyenne en fonction de la fréquence : un ajustement linéaire donne comme équation $y = 180.6 - 3.85x$. On explique cette pente par la propagation de l'onde à l'intérieur du T qui ajoute la phase supplémentaire $2\pi\nu l/c$, proportionnelle à ν , la fréquence de l'onde, et l la longueur du T. Dans les calculs aboutissant à l'équation (7.2), nous avons supposé le T ponctuel, ce qui n'est pas le cas en réalité. La phase théorique de 180° correspond donc au déphasage entre r et t à fréquence nulle : c'est donc l'ordonnée à l'origine de la droite tracée sur le graphique du bas, et elle vaut 180.6° . On obtient donc un parfait accord avec ce que l'on attendait. La pente de cette droite est de l'ordre de $4^\circ/\text{GHz}$. Cela correspond à une longueur $l \simeq 2\text{ mm}$.

Par ailleurs, sur tous les coefficients de la matrice de diffusion (et sur la phase relative entre S_{11} et S_{21}), on observe des oscillations périodiques en fréquence, de période $\Delta\nu = 0.127\text{ GHz}$. Cela correspond à des réflexions multiples dans une cavité de longueur $L = c/2\Delta\nu = 80\text{ cm}$. Cette longueur est approximativement celle des câbles coaxiaux souples qui servent à la mesure de la matrice de diffusion. Il s'agit donc d'un effet parasite, lié à la calibration de l'analyseur de réseau qui n'est pas parfaite. Il s'agit cependant d'un effet faible.

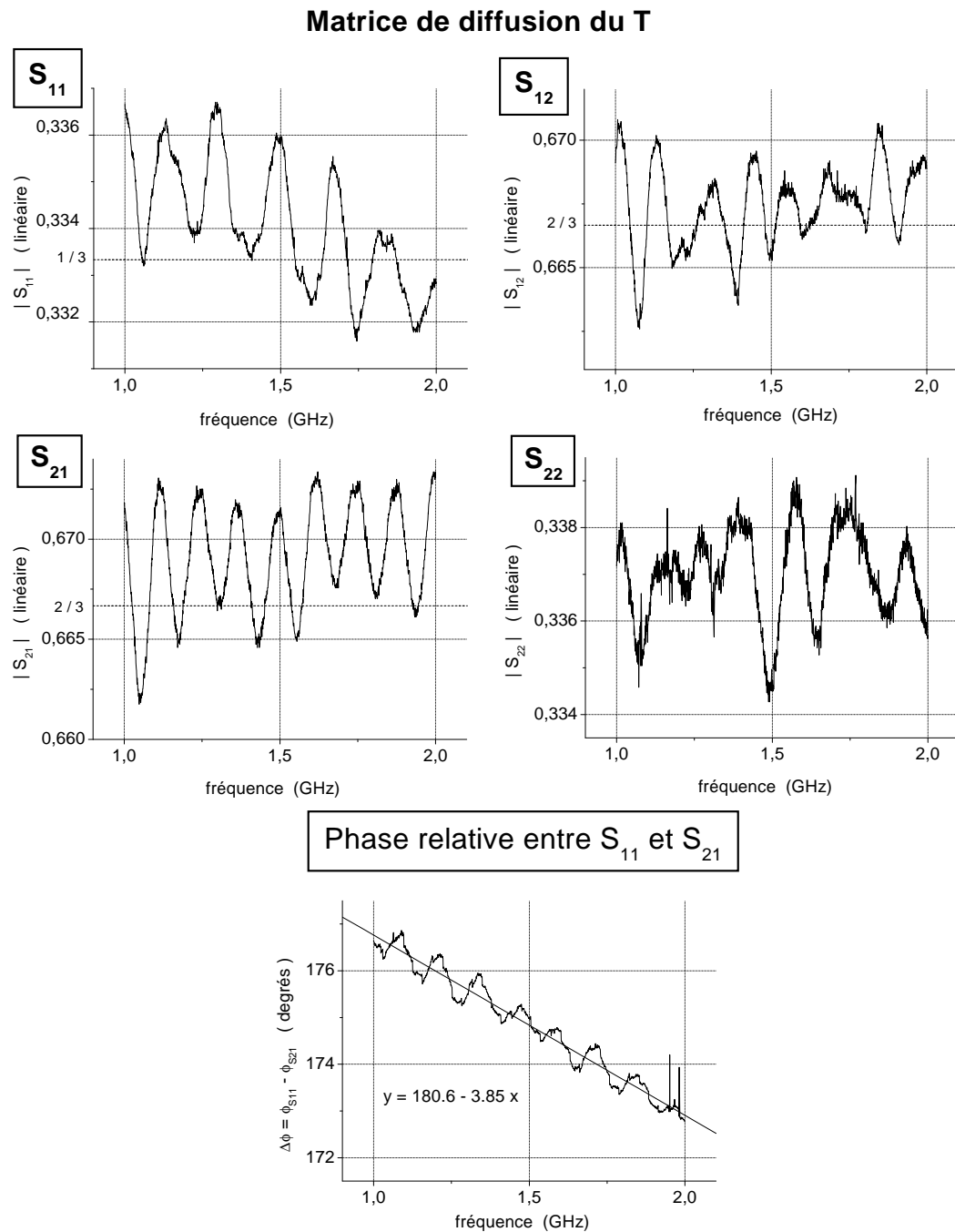


FIG. 7.8 – Mesure de la matrice de diffusion du T. Sur cette figure sont présentés les quatre coefficients de la matrice de diffusion (en valeur absolue), et sur le graphique du bas, la différence de phase entre les coefficients S_{11} et S_{21} . On mesure bien un coefficient $|S_{11}| = |S_{22}| = 1/3$, et $|S_{21}| = |S_{12}| = 2/3$ à 2 % près. La différence de phase observée montre une dépendance linéaire avec la fréquence. Un ajustement donne : $y = 180.6 - 3.85 x$. L'ordonnée à l'origine correspond bien à la valeur de 180° attendue, et la pente est due à la propagation sur la longueur du T (qui n'est pas nulle, comme supposé dans les calculs menant à la matrice (7.2)). Les oscillations périodiques sur tous ces graphiques sont dues à des réflexions multiples dans les câbles coaxiaux de mesure.

7.2.2 Filtre

Dans ce paragraphe, on présente la calibration d'un filtre parmi ceux que l'on a utilisés pour les expériences faites avec la source RF monochromatique, et que l'on a placés dans le montage de la figure (7.1) juste avant la chaîne d'amplification à 300 K. Le filtre a été branché entre les deux sorties de l'AR, les coefficients S_{11} et S_{12} sont présentés sur la figure (7.9). Le coefficient S_{21} est tracé en échelle logarithmique, et en échelle linéaire. L'intégrale de $|S_{12}|^2$ donne la bande passante du filtre : 0.1806 GHz autour de 1.4785 GHz . On constate que, dans sa bande passante, le filtre atténue légèrement le signal, puisque P_{out}/P_{in} est de l'ordre de 0.85. Par contre, en dehors de sa bande passante, tout le signal injecté sur le filtre est réfléchi : le coefficient S_{11} vaut quasiment 0 dB .

7.2.3 Chaînes d'amplification

Calibration du gain

Grâce à l'AR, nous avons pu avoir une calibration du gain des chaînes d'amplification. Cependant, il s'agit d'une mesure délicate car pour ne saturer ni les amplificateurs, ni les détecteurs présents dans l'AR, il est nécessaire d'avoir en sortie de chaîne des signaux ne dépassant pas 0 dBm , ce qui implique que les signaux d'entrée soient extrêmement faibles. En effet, la chaîne ayant un gain de l'ordre de 80 dB , le signal d'entrée est de l'ordre de -80 dBm . C'est la raison pour laquelle les courbes des figures (7.10) et (7.11) donnant S_{21} et le gain des amplificateurs sont très bruitées.

L'intégrale de $|S_{21}|^2$ donne la valeur de $A = \int G(\nu) d\nu$. Pour simplifier l'analyse des résultats ultérieurement, on peut écrire $\int G(\nu) d\nu = G_{moy} \Delta F$, où G_{moy} est le gain moyen de la chaîne, et ΔF sa bande passante.

Nous verrons plus tard que, lorsque nous mesurerons les corrélations $\langle \Delta V_{out}^2 \rangle$, la grandeur $B = \int G(\nu)^2 d\nu$ interviendra. Pour simplifier l'analyse, et pour choisir de manière non arbitraire ΔF et G_{moy} de sorte que leur produit vaille A , on impose :

$$A = G_{moy} \Delta F$$

$$B = G_{moy}^2 \Delta F$$

Les mesures faites à l'analyseur de réseau nous donnent accès à A et B , on en déduit ensuite :

$$\begin{aligned} G_{moy} &= B/A \\ \Delta F &= A^2/B \end{aligned} \tag{7.3}$$

Les résultats obtenus pour chacune des chaînes sont ceux des figures (7.10) et (7.11). On obtient les valeurs suivantes pour le gain moyen et pour la bande passante :

$$\begin{aligned} \text{chaîne 1} : \quad G_{moy,1} &= 1.3620 \cdot 10^8 \quad \Delta F_1 = 0.6891 \text{ GHz} \\ \text{chaîne 2} : \quad G_{moy,2} &= 1.0174 \cdot 10^8 \quad \Delta F_2 = 0.7330 \text{ GHz} \end{aligned}$$

Une autre grandeur qui interviendra dans la mesure des corrélations croisées est l'intégrale : $\int G_1(\nu) G_2(\nu) d\nu$. Les mesures faites à l'analyseur de réseau permettent de connaître la dépendance de $G_1 G_2$ avec la fréquence. C'est la courbe présentée sur la figure (7.12). Son intégrale vaut :

$$\int G_1(\nu) G_2(\nu) d\nu = 0.97907 \cdot 10^{25} \text{ Hz} \tag{7.4}$$

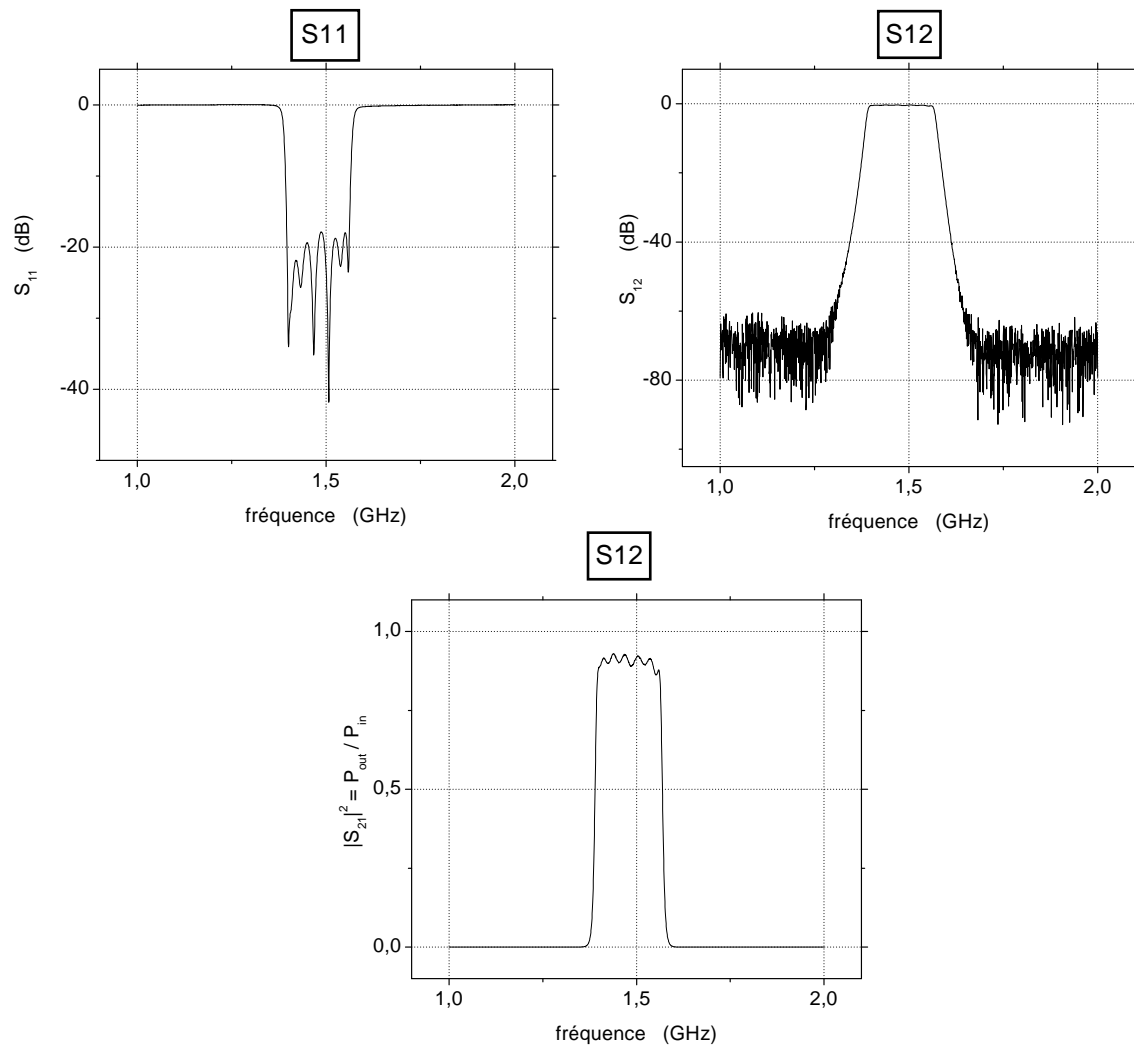


FIG. 7.9 – Test d'un filtre à l'analyseur de réseau : en haut à gauche est tracé l'amplitude de S_{11} en échelle logarithmique, en haut à droite, S_{12} en échelle logarithmique, et en bas, S_{12} en unités linéaires. On constate que le signal est très bien transmis pour des fréquences comprises entre 1.386 et 1.571 GHz. En dehors de cette fenêtre, le signal incident est entièrement réfléchi puisque S_{11} est proche de 0 dB. La bande passante est obtenue par intégration du rapport $P_{out}/P_{in} = |S_{12}|^2$. On trouve 0.1806 GHz.

Sur les courbes des figures (7.10) et (7.11) donnant le coefficient de réflexion S_{11} , on voit des oscillations périodiques. Ces oscillations sont dues à des réflexions multiples dans la chaîne d'amplification, qui ont lieu sur de légères discontinuités d'impédance. La périodicité en fréquence des oscillations sur la voie 1 est d'environ 70 MHz . On en déduit la longueur de la "cavité Fabry-Pérot" dans laquelle ont lieu les réflexions multiples par : $L = c/2\Delta\nu$. On obtient $L = 1.4 \text{ m}$. On a tenu compte pour ce calcul de la constante diélectrique du PTFE (poly tétra fluoro éthylène) des câbles coaxiaux semi-rigides, $\epsilon_r = 2.26$, si bien que $c = 2.0 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$. Cette longueur correspond à la distance entre la sortie de l'analyseur de réseau (où a lieu le premier désaccord d'impédance), et l'entrée du premier amplificateur (second désaccord d'impédance).

Calibration du bruit

Il est important pour caractériser le montage, de connaître le bruit en tension introduit par les amplificateurs placés en série. Pour cela, on réalise le montage de la figure (7.13), où on a schématisé la chaîne d'amplification entière par un seul triangle, et le détecteur avec sa résistance adaptée par le symbole d'une diode.

Le détecteur fournit une tension V_{out} proportionnelle à la puissance de bruit reçue. Or la puissance moyenne de bruit vaut :

$$\langle P_{out} \rangle = k_B (T + T_N) G_{moy} \Delta F$$

puisque c'est simplement la somme du bruit thermique de la résistance, et du bruit en tension des amplificateurs, qui s'ajoutent de manière incohérente. On a noté T_N la température de bruit de la chaîne de mesure. La mesure de $\langle V_{out} \rangle$ nous permet d'avoir accès à $\langle P_{out} \rangle$, grâce à l'étalonnage préalable des détecteurs (voir la légende de la figure (7.3)). Dans toute la suite de cette thèse, afin de mieux comparer expérience et théorie, nous utilisons pour la présentation des résultats, non pas les grandeurs directement mesurées, mais ces grandeurs ramenées à l'entrée de la chaîne de mesure. Autrement dit, on introduit ici la puissance moyenne à l'entrée :

$$\langle P_{in} \rangle = \frac{\langle P_{out} \rangle}{G_{moy}} = k_B (T + T_N) \Delta F$$

Sur la figure (7.14), nous avons tracé la puissance $\langle P_{in} \rangle$ en unité de température, c'est-à-dire $\langle P_{in} \rangle / k_B \Delta F$, en fonction de la température T de la résistance de 50Ω , pour chacune des chaînes de mesure. Nous voyons que la puissance de bruit varie bien linéairement avec la température de la charge. Les points expérimentaux sont ajustés par une droite, qui coupe l'axe des abscisses en $T = -T_N$. On en déduit ainsi les températures de bruit de chacune des chaînes :

$$T_{N,1} = 5.7 \text{ K}$$

$$T_{N,2} = 7.3 \text{ K}$$

En fait, ce bruit est essentiellement celui du premier étage d'amplification, c'est-à-dire des amplificateurs cryogéniques. En effet, lorsque deux amplificateurs (a) et (b) sont mis en série, la puissance de bruit en sortie de l'amplificateur (b) s'écrit : $\langle P_{out} \rangle = k_B (T_{N,a} G_a + T_{N,b} G_b) \Delta F$, ce qu'on peut encore réécrire :

$$\langle P_{out} \rangle = k_B \left(T_{N,a} + \frac{T_{N,b}}{G_a} \right) G_a G_b \Delta F$$

Cela revient à dire que la suite d'amplificateurs est équivalente à un seul amplificateur de gain $G_a G_b$ et de température de bruit $T_{N,a} + \frac{T_{N,b}}{G_a}$. Souvent, le second terme est négligeable par

Chaîne 1

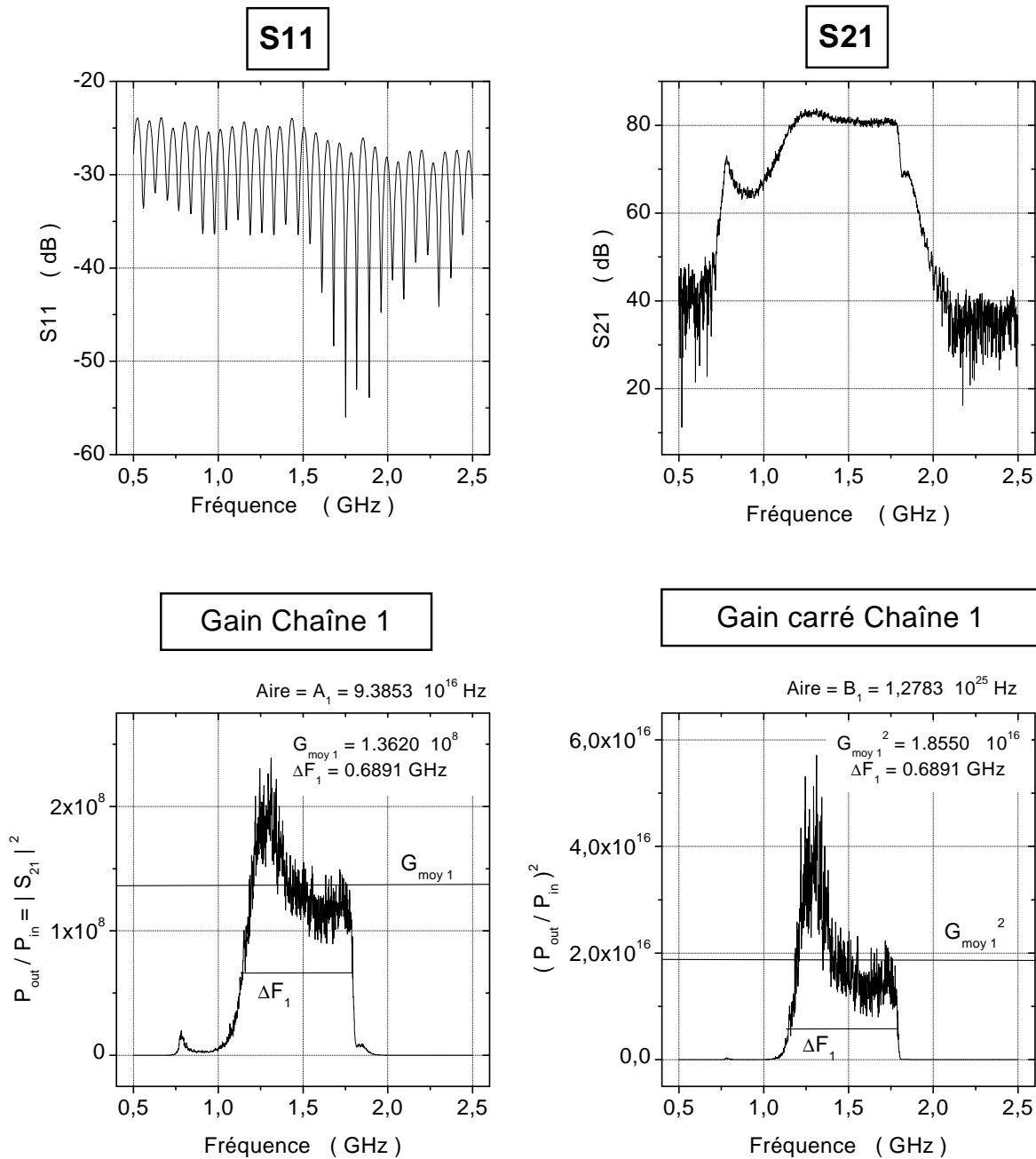


FIG. 7.10 – Calibration de la chaîne d’amplification 1 : les données des deux graphiques du haut sont directement celles de l’analyseur de réseau, il s’agit des coefficients S_{11} et S_{21} de la chaîne d’amplification 1 en fonction de la fréquence. En bas à gauche, il s’agit du gain en puissance de la chaîne en fonction de la fréquence. Le gain est égal à $|S_{21}|^2$. Et en bas à droite, il s’agit du gain au carré en fonction de la fréquence. Ces deux dernières courbes nous permettent d’obtenir les coefficients A_1 et B_1 évoqués précédemment, et donc de calculer le gain moyen et la bande passante de cette chaîne. Les valeurs sont données sur les graphiques.

Chaîne 2

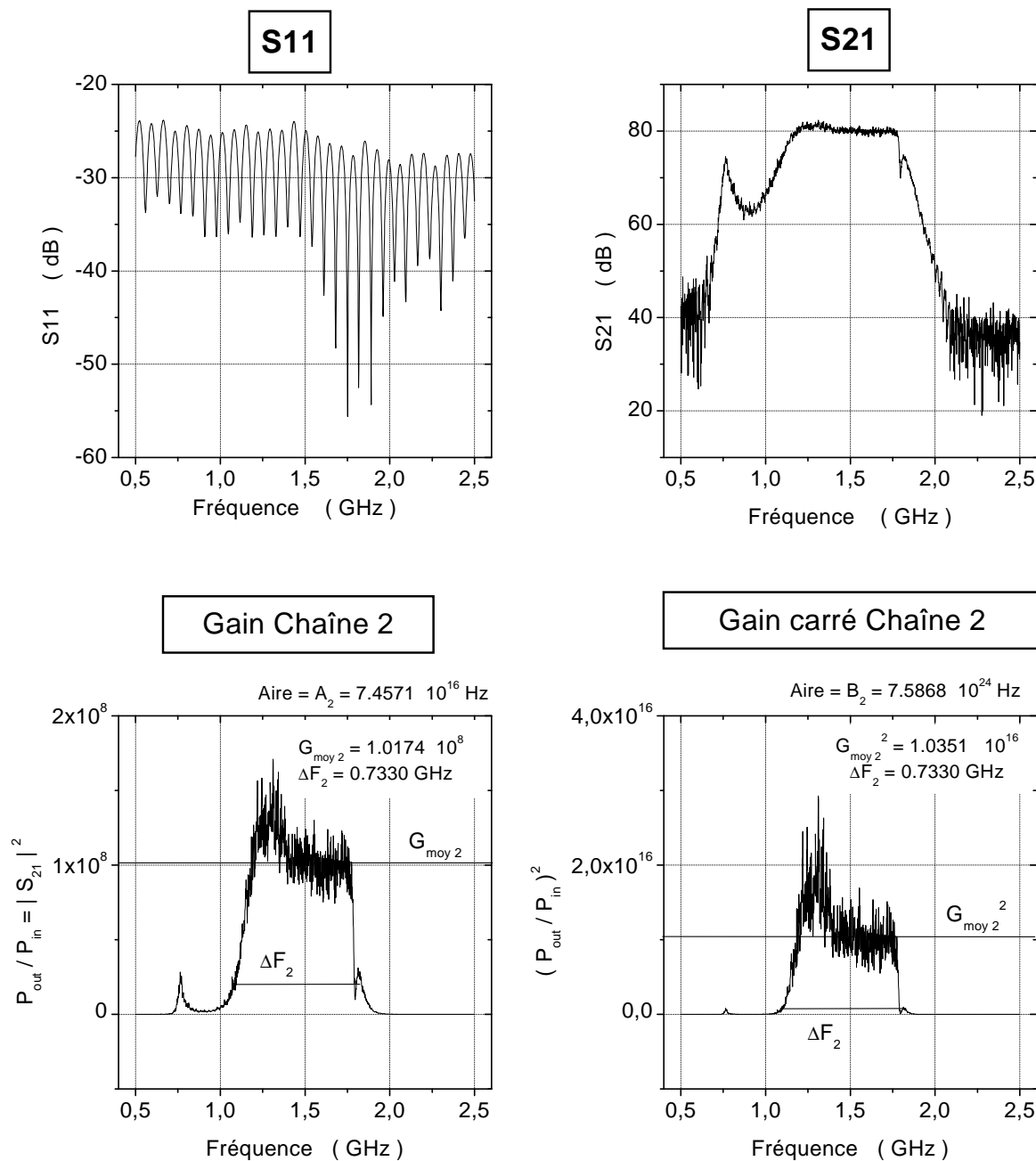


FIG. 7.11 – Il s'agit ici des mêmes courbes que celles de la figure (7.10), mais pour la chaîne d'amplification 2. En haut, sont représentés les coefficients S_{11} et S_{21} de la matrice de diffusion de la chaîne en fonction de la fréquence, mesurés directement avec l'analyseur de réseau. En dessous, nous avons tracé le gain et le gain au carré en fonction de la fréquence, ce qui nous permet d'avoir accès au gain moyen et à la bande passante de cette chaîne.

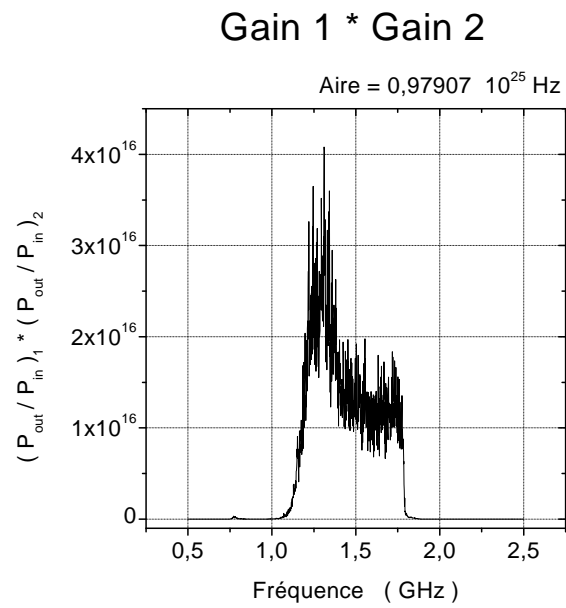


FIG. 7.12 – Courbe obtenue par produit de $G_1(\nu)$ et de $G_2(\nu)$, chacun des gains étant mesuré lors de l'étalonnage à l'analyseur de réseau de chacune des chaînes. On obtient : $\int G_1(\nu)G_2(\nu)d\nu = 0.97907 \cdot 10^{25} \text{ Hz}$.

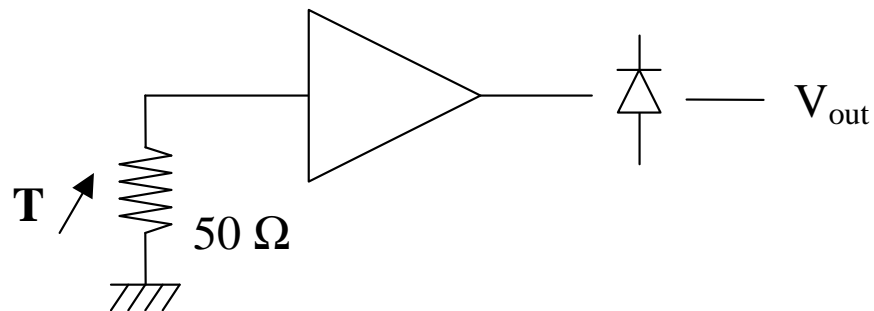


FIG. 7.13 – Schéma de l'expérience permettant la détermination du bruit en tension des chaînes d'amplification. La source RF utilisée est une résistance de 50Ω dont on peut faire varier la température.

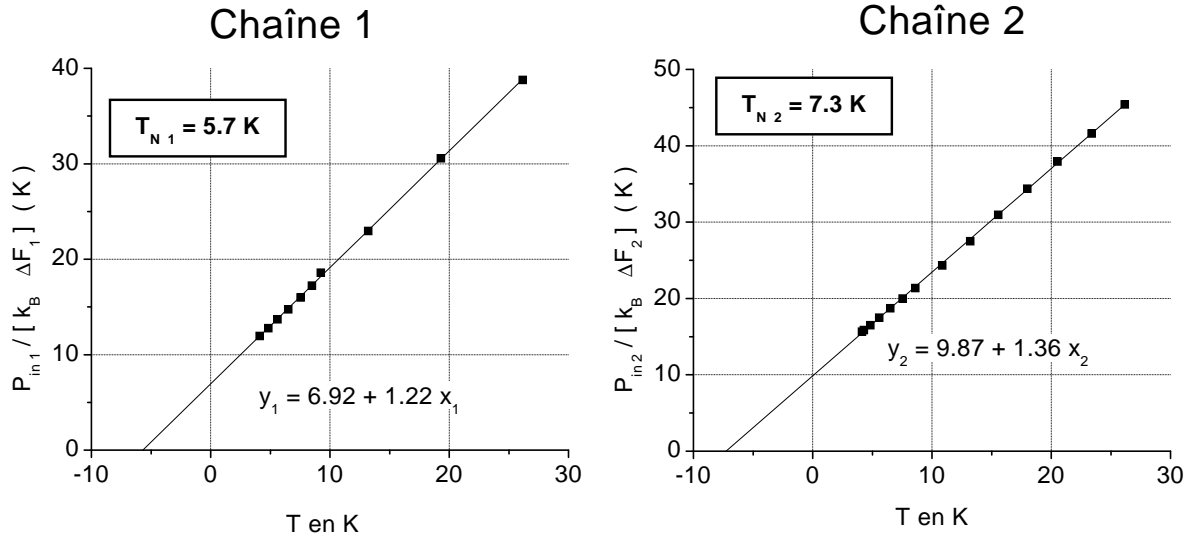


FIG. 7.14 – Détermination du bruit en tension des chaînes d’amplification : on mesure la tension de sortie des détecteurs, qu’on convertit en puissance de bruit grâce à l’étalonnage de ces derniers, et on trace la puissance de bruit en fonction de la température de la résistance. On obtient bien une droite, ce qui valide notre système de mesure (le bruit Johnson-Nyquist dépend linéairement de la température de la résistance!). Cette droite coupe l’axe des abscisses en $T = -T_N$, T_N étant la température de bruit de la chaîne.

rapport au premier, si bien que le bruit en tension de la chaîne est peu différent du bruit du premier amplificateur. Dans notre cas, G_a est le gain de tout ce qui se trouve en amont de la chaîne d’amplification à 300 K, c’est-à-dire environ 19 dB (amplificateur cryogénique 35 dB et 16 dB d’atténuation), avec $T_{N,a}$ de l’ordre de quelques K, et $T_{N,b} \sim 35 \text{ K}$. Par conséquent, la température de bruit mesurée est supérieure à celle des amplificateurs cryogéniques d’environ 0.3 K.

Chapitre 8

Source thermique incohérente

Dans ce chapitre, nous allons présenter l'équivalent des expériences de HB&T, avec des photons Radio Fréquences émis par une ou plusieurs sources thermiques, c'est-à-dire des résistances de $50\ \Omega$, dont l'une a une température variable, de 4.2 à environ $25\ K$. Dans tous les cas étudiés, les résistances dont on ne fait pas varier la température T_0 sont placées dans l'hélium liquide, donc on a toujours $T_0 = 4.2\ K$: c'est le cas de la résistance du séparateur, ainsi que des résistances des circulateurs.

Nous allons donc vérifier la statistique des photons émis par de telles sources. Dans notre situation expérimentale, ces sources ont un comportement classique (les fluctuations de puissance $\langle \Delta P^2 \rangle$ sont proportionnelles au carré de la puissance moyenne $\langle P \rangle^2$). Dans un premier temps, nous étendons la théorie de la seconde quantification utilisée dans la partie 2 pour des courants électroniques au cas de cette expérience où nous mesurons des corrélations de puissance de photons. Puis nous présentons les résultats expérimentaux obtenus dans les différents cas suivants :

- Etalonnage du système de mesure, en étudiant une source et une chaîne de mesure.
- Expériences d'HB&T avec 2 sources et 2 chaînes de mesure.
- Expériences de HB&T avec 1 source et 2 chaînes de mesure. Dans cette situation, il y a obligatoirement réflexion au niveau du "T", si bien que les mesures sont sensibles au bruit des amplificateurs, même en corrélations croisées. En réalité, ce ne sont pas les amplificateurs qui injectent leur bruit, mais la résistance de $50\ \Omega$ des circulateurs. Nous verrons que si l'on en tient compte, les résultats expérimentaux sont parfaitement expliqués.

Ces expériences ont donné un excellent accord avec la théorie classique des fluctuations de puissance, et valident la description de notre système de mesure en termes photoniques.

8.1 L'approche de diffusion quantique appliquée aux photons

Au chapitre 2, nous avons établi l'expression du bruit en courant aux bornes d'un conducteur mésoscopique (avec éventuellement plusieurs contacts, et plusieurs canaux) en utilisant la théorie de la diffusion. Pour cela, nous avons introduit l'opérateur courant de particules, de charges e , sous-entendant qu'il s'agissait d'électrons. En réalité, ces particules peuvent également être des photons, alors il faut remplacer e par 1, et l'opérateur courant \hat{I} devient le courant de photons, c'est-à-dire le nombre de photons par unité de temps traversant une section du circuit. En pratique, ce n'est pas cette grandeur qui nous intéresse, mais plutôt la puissance traversant une section du circuit.

Prenons le cas d'un conducteur électronique multicontacts. Nous avons obtenu comme courant moyen dans le contact α :

$$\langle I_\alpha \rangle = \frac{e}{h} \sum_\beta \int dE D_{\alpha\beta}(E) f_\beta(E)$$

$D_{\alpha\beta}(E)$ étant la probabilité de transmission d'un électron incident à l'énergie E du fil β vers le fil α . Nous avons supposé les contacts à l'équilibre thermique, et la distribution en énergie des électrons injectés dans le conducteur par le contact β était caractérisée par la fonction de Fermi-Dirac f_β à la température du contact β . Dans une situation analogue où l'on ne s'intéresse plus à des électrons mais à des photons, on obtient la puissance moyenne traversant une section du fil α en remplaçant e par 1, et en multipliant l'expression précédente à l'intérieur de l'intégrale par l'énergie transportée par un photon $E = h\nu$:

$$\begin{aligned} \langle P_\alpha \rangle &= \frac{1}{h} \sum_\beta \int dE D_{\alpha\beta}(E) f_\beta(E) h\nu \\ \langle P_\alpha \rangle &= \sum_\beta \int d\nu D_{\alpha\beta}(\nu) f_\beta(h\nu) \nu \end{aligned}$$

Cette fois, f_β est la distribution en énergie des photons injectés dans le fil β , c'est donc la fonction de Bose-Einstein. Mais ceci suppose que la source β est une source thermique, et cela n'est plus valable si l'on utilise une source monochromatique par exemple. Nous reviendrons en détail sur la manière de généraliser ces résultats au cas d'une source monochromatique dans le chapitre 9.

Lorsqu'on a établi l'expression du bruit en courant dans un conducteur mésoscopique, on a vu que la statistique des électrons intervenait au moment où l'on calculait des moyennes de produit de 4 opérateurs \hat{a} . Pour des électrons, $[\hat{a}_\alpha(E), \hat{a}_\beta^\dagger(E')]_+ = \delta_{\alpha,\beta} \delta(E - E')$, et on avait donc :

$$\begin{aligned} &\langle \hat{a}_\alpha^\dagger(E) \hat{a}_\beta(E') \hat{a}_\gamma^\dagger(E'') \hat{a}_\delta(E''') \rangle - \langle \hat{a}_\alpha^\dagger(E) \hat{a}_\beta(E') \rangle \langle \hat{a}_\gamma^\dagger(E'') \hat{a}_\delta(E''') \rangle \\ &= \delta_{\alpha,\beta} \delta_{\gamma,\delta} \delta(E - E''') \delta(E' - E'') f_\alpha(E) (1 - f_\beta(E')) \end{aligned}$$

Pour des photons, les relations de commutation sont "les mêmes" à condition de remplacer les anticommutateurs par des commutateurs. Le résultat est donc semblable, sauf qu'il faut remplacer le signe $-$ dans la dernière parenthèse par un signe $+$, et les fonctions f sont désormais des fonctions de Bose-Einstein :

$$\begin{aligned} &\langle \hat{a}_\alpha^\dagger(E) \hat{a}_\beta(E') \hat{a}_\gamma^\dagger(E'') \hat{a}_\delta(E''') \rangle - \langle \hat{a}_\alpha^\dagger(E) \hat{a}_\beta(E') \rangle \langle \hat{a}_\gamma^\dagger(E'') \hat{a}_\delta(E''') \rangle \\ &= \delta_{\alpha,\beta} \delta_{\gamma,\delta} \delta(E - E''') \delta(E' - E'') f_\alpha(E) (1 + f_\beta(E')) \end{aligned}$$

Ainsi, pour passer des formules de bruit en courant déjà établies pour des électrons à des formules de bruit en puissance pour des photons issus de sources thermiques, il suffit :

- de remplacer e par 1
- de multiplier l'intérieur des intégrales $\int dE$ par l'énergie des photons $\int E dE = \int h^2 \nu d\nu$
- de remplacer les produits de fonctions de Fermi-Dirac $f(1-f)$ par des produits de fonctions de Bose-Einstein $f(1+f)$.

Nous pouvons donc généraliser toutes les formules obtenues en partie 1.1 au cas de photons émis par des sources thermiques. Dans notre cas expérimental, les photons sont guidés par les câbles coaxiaux qui sont monomodes, par conséquent toutes les formules concernent le cas où

il n'y a qu'un seul canal. Nous avons étudié des structures à 2, 3 et 4 branches (ou contacts). Nous présenterons donc les résultats attendus dans ces différentes configurations, sans en faire la démonstration.

Nous allons supposer dans un premier temps le système de mesure parfait, c'est-à-dire qu'il n'injecte aucun photon vers les sources étudiées. Ensuite, nous verrons dans quelles situations cette hypothèse est parfaitement valable.

8.2 Résultats expérimentaux

Dans cette partie, nous allons présenter les différentes expériences que nous avons réalisées, en comparant les résultats obtenus aux expressions théoriques. Dans un premier temps, nous présentons des expériences où nous avons étudié séparément les deux chaînes de mesure : une source thermique est reliée à une chaîne de mesure. Puis nous décrirons les résultats obtenus dans l'expérience analogue à celle de HB&T, avec une ou deux sources, et deux chaînes de mesure. Commençons par décrire quelques conventions que nous avons utilisées dans cet exposé pour la présentation des résultats théoriques et expérimentaux.

- Dans chacun des cas étudiés, nous allons donner les expressions théoriques de la puissance moyenne reçue par chaque contact de mesure ($\langle P \rangle$ dans le cas d'un seul contact de mesure, et $\langle P_1 \rangle$ dans le cas où il y en a deux) **avant amplification**, ainsi que les fluctuations de puissance en autocorrélation ($\langle \Delta P^2 \rangle$ dans le cas d'une seule chaîne de mesure, ou $\langle \Delta P_1^2 \rangle$ dans le cas où il y en a deux) et en corrélations croisées ($\langle \Delta P_1 \Delta P_2 \rangle$), toujours **avant amplification**.
- De la même manière, les grandeurs mesurées seront systématiquement “ramenées à l'entrée” de la chaîne :
 - Nous mesurons la tension moyenne en sortie du détecteur $\langle V_{out} \rangle$, puis nous en déduisons la puissance moyenne en sortie grâce à l'étalonnage des détecteurs $\langle P_{out} \rangle$. Enfin, nous considérons cette grandeur comme ramenée à l'entrée de la chaîne d'amplification, et nous nous intéresserons donc à $\langle P_{in} \rangle = \frac{\langle P_{out} \rangle}{G_{moy}}$.
 - Nous mesurons les fluctuations de la tension de sortie $\langle \Delta V_{out}^2 \rangle$, et nous en déduisons les fluctuations de puissance $\langle \Delta P_{out}^2 \rangle$ en autocorrélation. Enfin, nous ramenons cette grandeur à l'entrée : $\langle \Delta P_{in}^2 \rangle = \langle \Delta P_{out}^2 \rangle / G_{moy}^2$. De la même manière, en corrélations croisées, nous introduisons :

$$\langle \Delta P_{in1} \Delta P_{in2} \rangle = \langle \Delta P_{out1} \Delta P_{out2} \rangle / \int G_1(\nu) G_2(\nu) d\nu$$

- Comme nous l'avons déjà vu dans la description du montage expérimental, les mesures de fluctuations de tension se font sur une bande passante Δf , typiquement de l'ordre de 150 kHz , centrée autour de 80 kHz . Par convention, toutes les grandeurs que nous notons $\langle \Delta P^2 \rangle$ seront exprimées en W^2/Hz , c'est-à-dire que nous parlerons de densité spectrale de fluctuations de puissance (nous dirons plus simplement fluctuations de puissance dans la suite), et nous aurons déjà tenu compte de la bande passante de mesure.
- De plus, dans la partie théorique, nous avons toujours pris par convention des courants positifs pour les courants **sortants** des contacts étudiés. Ici, nous allons prendre la convention inverse pour les contacts de mesure : les puissances moyennes sont choisies positives lorsqu'elles sont **reçues**, ou entrantes dans le contact de mesure.

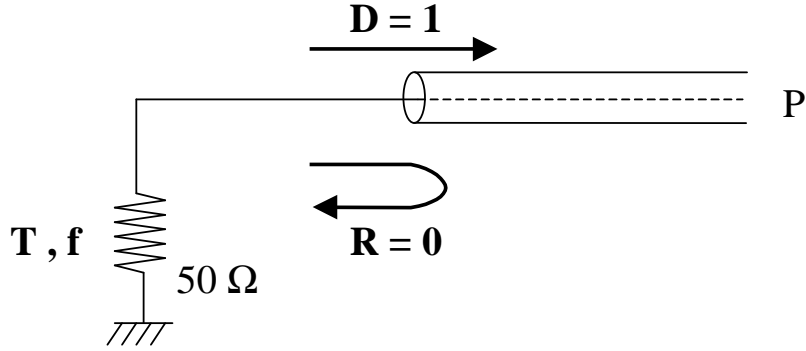


FIG. 8.1 – Schéma de la configuration à deux branches, avec une source thermique à la température T , ayant pour distribution la fonction de Bose-Einstein f , et une chaîne de mesure.

8.2.1 Chaîne seule : structure à deux branches

Nous avons d'abord réalisé le montage schématisé sur la figure (8.1). La source thermique est directement reliée à une chaîne de mesure, non représentée ici. Nous avons fait varier la température de la résistance de 4 K à 25 K environ.

Prévisions théoriques

La théorie de la seconde quantification généralisée au cas de photons donne les prévisions suivantes en ce qui concerne la puissance moyenne à l'entrée de la chaîne de mesure, ainsi que l'autocorrélation en puissance au même endroit. Nous avons utilisé les notations de la figure (8.1).

La puissance moyenne et l'autocorrélation sont données par :

$$\begin{aligned}\langle P \rangle &= \int f h\nu d\nu \\ \langle \Delta P^2 \rangle &= 2 \int f(1+f) (h\nu)^2 d\nu\end{aligned}\tag{8.1}$$

Dans ces équations, f est la fonction de Bose-Einstein prise à l'énergie $E = h\nu$:

$$f(E = h\nu) = \frac{1}{\exp(\frac{h\nu}{k_B T}) - 1}$$

Nous avons vu que l'expérience est réalisée à “haute température”, de sorte qu'on a : $h\nu/k_B T \ll 1$. Faisons alors un développement limité des expressions (8.1) précédentes. Il vient :

$$\begin{aligned}\langle P \rangle &= k_B T \int d\nu \\ \langle \Delta P^2 \rangle &= 2(k_B T)^2 \int d\nu\end{aligned}\tag{8.2}$$

Résultats expérimentaux

- ◇ Les résultats concernant la puissance moyenne ont déjà été présentés dans le paragraphe 7.2.3, sur la figure (7.14), puisque c'est cette expérience qui nous a permis de calibrer le bruit des chaînes de mesure. Nous avons également reporté ces résultats sur la figure (8.2). Nous avons tracé la puissance mesurée ramenée à l'entrée, en unités de température :

CHAINES SEULES, 2 branches

Puissance moyenne

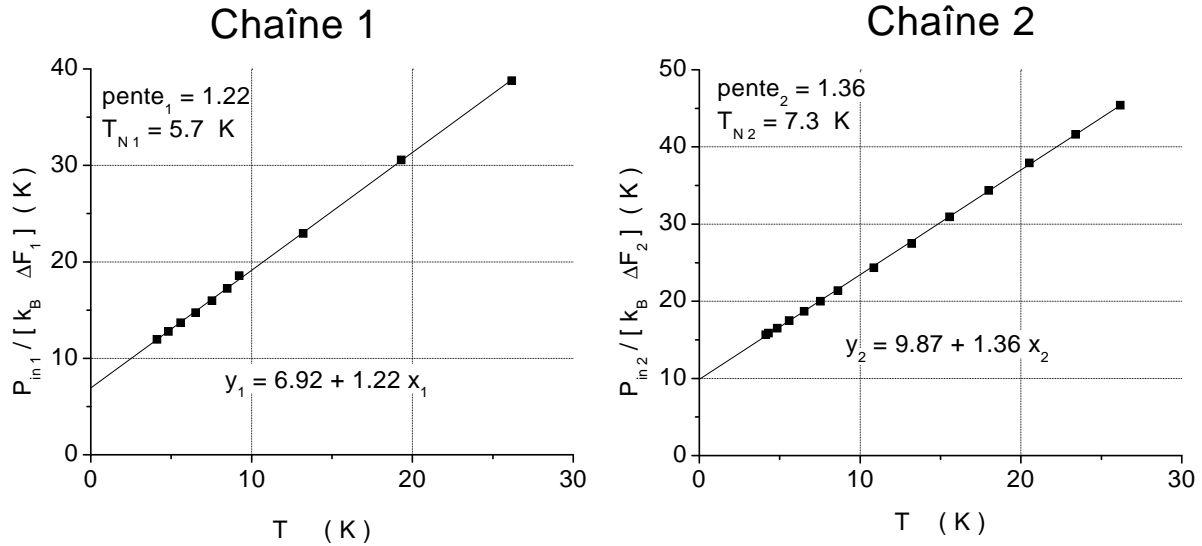


FIG. 8.2 – Puissance moyenne en sortie de chaîne, ramenée à l'entrée P_{in} , exprimée en unités de température, en fonction de la température de la source. Les points expérimentaux sont ajustés par des droites. La pente attendue est de 1, et elle coupe l'axe des abscisses en $-T_N$, T_N étant la température de bruit de la chaîne d'amplification. Sur la gauche sont présentés les résultats de la chaîne 1, et à droite ceux de la chaîne 2.

$\langle P_{in} \rangle / k_B \Delta F$, en fonction de la température de la charge de 50Ω , pour chacune des chaînes. Nous obtenons des droites, et un ajustement linéaire nous donne les équations suivantes :

$$y_1 = 1.22 x_1 + 6.92$$

$$y_2 = 1.36 x_2 + 9.87$$

La puissance mesurée dépend linéairement de la température, en accord avec le premier terme du développement (8.2).

Cependant, pour comparer rigoureusement théorie et expérience, il est nécessaire de comprendre comment les amplificateurs interviennent dans la mesure. Il faut tenir compte du **gain** et du **bruit** de chacune des chaînes. Pour un amplificateur "idéal", qu'on pourrait définir comme un amplificateur n'ajoutant aucun bruit, on peut simplement relier la puissance à l'entrée et la puissance à la sortie en introduisant le gain $G(\nu)$ de l'amplificateur à la fréquence ν . On peut alors réécrire les prédictions théoriques concernant la puissance moyenne et ses fluctuations :

$$\begin{aligned} \langle P_{out} \rangle &= k_B T \int G(\nu) d\nu \\ \langle \Delta P_{out}^2 \rangle &= 2(k_B T)^2 \int G(\nu)^2 d\nu \end{aligned}$$

Par définition de G_{moy} et ΔF , on peut écrire :

$$\begin{aligned} \langle P_{out} \rangle &= k_B T G_{moy} \Delta F \\ \langle \Delta P_{out}^2 \rangle &= 2(k_B T)^2 G_{moy}^2 \Delta F \end{aligned}$$

Par ailleurs, les amplificateurs ajoutent un bruit en tension, que l'on exprime souvent à l'aide d'une température de bruit T_N (déjà introduite au paragraphe 7.2.3), et qui serait

la température d'une résistance de $50\ \Omega$ placée en entrée de l'amplificateur alors supposé parfait, et dont le bruit thermique correspondrait en sortie au bruit réel de l'amplificateur. Aussi, en sortie de l'amplificateur, on ne mesure pas simplement la puissance à l'entrée amplifiée, mais en plus une constante que l'on écrit : $k_B T_N \int G(\nu) d\nu$. Même si la puissance injectée dans l'amplificateur est nulle, la puissance en sortie ne l'est pas. C'est la raison pour laquelle les droites obtenues (figure(8.2)) ne passent pas par l'origine. Cependant, il est important de noter que le bruit des amplificateurs ne modifie en rien la dépendance linéaire de la puissance moyenne en sortie avec la température au premier ordre, et qu'il ne fait que rajouter une constante, indépendante de la température de la source. On peut finalement écrire :

$$\langle P_{out} \rangle = k_B(T + T_N) G_{moy} \Delta F$$

D'où, si on considère les grandeurs ramenées à l'entrée :

$$\langle P_{in} \rangle = k_B(T + T_N) \Delta F$$

Quantitativement, nous devrions obtenir des droites de pente 1 puisque l'on trace la grandeur $\langle P_{in} \rangle / k_B \Delta F$. Pour la chaîne 1, nous obtenons une pente de 1.22, et de 1.36 pour la chaîne 2. Ces résultats sont rassemblés dans le tableau (8.1). On constate donc un désaccord d'environ 30%. Autrement dit, le gain effectif des chaînes dans cette expérience diffère du gain mesuré à l'analyseur de réseau de 30%. Cela peut être expliqué par le fait qu'entre ces deux expériences, le montage a obligatoirement été démonté et remonté. Par conséquent, les désaccords d'impédances, les réflexions à l'intérieur du montage ne sont plus identiques. Cela explique que le gain global de la chaîne ait pu changer.

Chaîne	pente	T_N
Chaîne 1	1.22	5.7 K
Chaîne 2	1.36	7.3 K

TAB. 8.1 – Valeurs des pentes et des températures de bruit des deux chaînes obtenues par les mesures de puissance moyenne, en configuration à deux branches, avec une source et une chaîne de mesure.

◇ En ce qui concerne l'autocorrélation, les résultats sont présentés sur la figure (8.3). Pour un amplificateur parfait, nous devrions avoir :

$$\langle \Delta P_{out}^2 \rangle = 2(k_B T)^2 G_{moy}^2 \Delta F$$

Mais alors on peut se demander comment tenir compte du bruit des amplificateurs. Nous avons supposé qu'en sortie des amplificateurs, il y avait un nombre moyen de photons $\langle N_{ph} \rangle$ qu'on pouvait écrire comme la somme de deux termes : l'un provenant des photons émis par la source, et l'autre dû aux photons émis par l'amplificateur. En autocorrélation, les relations de commutation bosoniques nous donnent que les fluctuations du nombre de photons $\langle \Delta N_{ph}^2 \rangle$ sont proportionnelles à $\langle N_{ph} \rangle (\langle N_{ph} \rangle + 1)$, indépendamment de l'origine des photons. C'est la raison pour laquelle, dans un modèle purement classique où $\langle N_{ph} \rangle \gg 1$, nous nous attendons à voir l'autocorrélation en puissance varier comme $\int \langle N_{ph} \rangle^2 (h\nu)^2 d\nu$. On en déduit donc finalement que :

$$\langle \Delta P_{out}^2 \rangle = 2k_B^2 (T + T_N)^2 G_{moy}^2 \Delta F$$

Soit en ramenant les grandeurs à l'entrée :

$$\langle \Delta P_{in}^2 \rangle = 2k_B^2 (T + T_N)^2 \Delta F$$

CHAINES SEULES, 2 branches

Corrélations

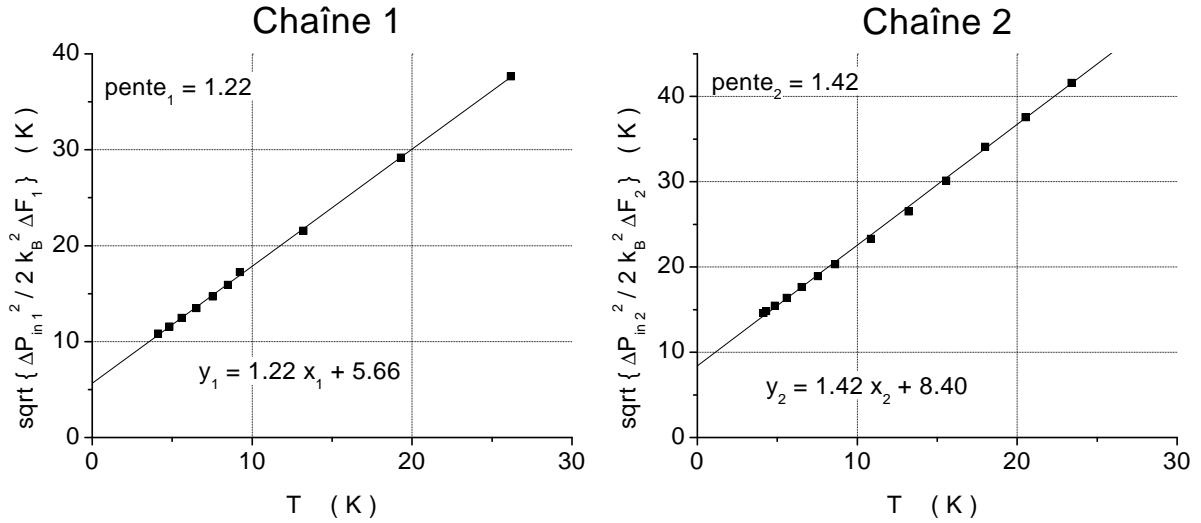


FIG. 8.3 – Fluctuations de puissance, exprimées en unités de température, en fonction de la température de la source. On s'attend à nouveau à une droite de pente de 1. Le fait que les points expérimentaux soient alignés montre que l'on obtient bien une statistique super-poissonnienne. À gauche sont présentés les résultats de la chaîne d'amplification 1, et à droite ceux de la chaîne 2.

Nous avons donc tracé $\sqrt{\langle \Delta P_{in}^2 \rangle / 2 k_B^2 \Delta F}$ en fonction de T , la théorie prévoyant une droite de pente 1 et une ordonnée à l'origine de T_N . Conformément à ce que prévoit la théorie, les points expérimentaux sont bien alignés, mettant en évidence le *bunching* des photons et leurs fluctuations super-poissonniennes. En effet, les fluctuations de puissance sont proportionnelles au carré de la puissance moyenne. Un ajustement linéaire conduit aux équations suivantes :

$$\begin{aligned} y_1 &= 1.22 x_1 + 5.66 \\ y_2 &= 1.42 x_2 + 8.40 \end{aligned}$$

Les pentes sont, pour les deux chaînes, respectivement 1.22 et 1.42. À nouveau, un désaccord de 20% et 40% est observé. L'ordonnée à l'origine permet de remonter à la valeur de T_N . Les résultats sont présentés dans le tableau (8.2).

Chaîne	penté	T_N
Chaîne 1	1.22	4.6K
Chaîne 2	1.42	5.9K

TAB. 8.2 – Valeurs des pentes et des températures de bruit des deux chaînes obtenues par les mesures d'auto-corrélations de puissance, en configuration à deux branches.

Dans ce paragraphe, nous avons présenté les résultats obtenus lors des mesures de puissance et de fluctuations de puissance en présence d'une source et d'une chaîne de mesure. Ces expériences

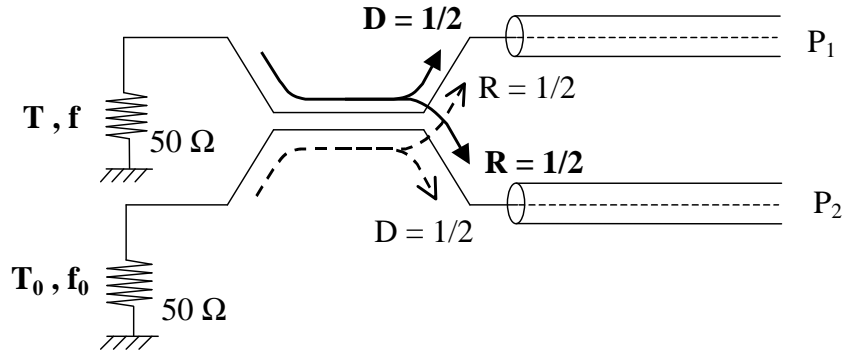


FIG. 8.4 — Schéma de la configuration à quatre branches, avec le séparateur. Lors de nos expériences, la température T_0 est celle de l'hélium liquide et ne varie pas ($4.2 K$), alors qu'on fait varier T de 4.2 à $25 K$ environ.

constituent un étalonnage de chacune des chaînes. Les résultats expérimentaux sont en très bon accord avec les prédictions classiques.

8.2.2 Séparateur : structure à quatre branches

Nous avons ensuite étudié l'équivalent de la situation d'HB&T : il s'agit d'un montage à quatre branches, schématisé sur la figure (8.4). Les deux sources thermiques sont des résistances de 50Ω . L'une est à la température de l'hélium liquide, $T_0 = 4.2 K$, et l'autre est à la température T que l'on fait varier entre 4.2 et $25 K$. Nous allons dans un premier temps donner les expressions théoriques de la puissance et de ses fluctuations, puis nous commenterons les résultats obtenus.

Prévisions théoriques

Les résultats théoriques pour la structure à quatre branches sont présentés ci-dessous en utilisant les notations de la figure (8.4). Il s'agit ici des puissances à l'entrée de la chaîne de mesure.

$$\begin{aligned} \langle P_1 \rangle &= \int (Df + Rf_0) h\nu d\nu \\ \langle \Delta P_1^2 \rangle &= 2 \int (Df + Rf_0) (1 + Df + Rf_0) (h\nu)^2 d\nu \\ \langle \Delta P_1 \Delta P_2 \rangle &= 2 \int DR(f - f_0)^2 (h\nu)^2 d\nu \end{aligned} \quad (8.3)$$

Ici, avec le séparateur, $D = 1/2$ et $R = 1/2$. On peut remarquer que, lorsque les deux sources sont à la même température, le bruit en corrélations croisées disparaît : $f - f_0 = 0$. Faisons un développement limité de ces expressions dans la limite $h\nu/k_B T \ll 1$. Il vient :

$$\begin{aligned} \langle P_1 \rangle &= k_B \left(\frac{1}{2}T + \frac{1}{2}T_0 \right) \int d\nu \\ \langle \Delta P_1^2 \rangle &= 2 \left[k_B \left(\frac{1}{2}T + \frac{1}{2}T_0 \right) \right]^2 \int d\nu \\ \langle \Delta P_1 \Delta P_2 \rangle &= 2 \left[k_B \left(\frac{1}{2}T - \frac{1}{2}T_0 \right) \right]^2 \int d\nu \end{aligned} \quad (8.4)$$

Résultats expérimentaux

Si l'on tient compte des amplificateurs, et qu'on s'intéresse aux mêmes grandeurs en sortie de chaîne, cela modifie les expressions précédentes. On connaît l'influence des amplificateurs sur

la puissance moyenne, et sur le premier terme de l'autocorrélation (terme classique). Le bruit des amplificateurs n'a pas d'effet sur la corrélation croisée (c'est son avantage!). En ne gardant que les termes prédominants, on obtient :

$$\begin{aligned}\langle P_{out1} \rangle &= k_B \left(\frac{1}{2}T + \frac{1}{2}T_0 + T_N \right) G_{moy1} \Delta F \\ \langle \Delta P_{out1}^2 \rangle &= 2 \left[k_B \left(\frac{1}{2}T + \frac{1}{2}T_0 + T_N \right) \right]^2 G_{moy1}^2 \Delta F \\ \langle \Delta P_{out1} \Delta P_{out2} \rangle &= 2 \left[k_B \left(\frac{1}{2}T - \frac{1}{2}T_0 \right) \right]^2 \int G_1(\nu) G_2(\nu) d\nu\end{aligned}\tag{8.5}$$

Ramenons ces grandeurs à l'entrée de la chaîne :

$$\begin{aligned}\langle P_{in1} \rangle &= \frac{\langle P_{out1} \rangle}{G_{moy1}} = k_B \left(\frac{1}{2}T + \frac{1}{2}T_0 + T_N \right) \Delta F \\ \langle \Delta P_{in1}^2 \rangle &= \frac{\langle \Delta P_{out1}^2 \rangle}{G_{moy1}^2} = 2 \left[k_B \left(\frac{1}{2}T + \frac{1}{2}T_0 + T_N \right) \right]^2 \Delta F \\ \langle \Delta P_{in1} \Delta P_{in2} \rangle &= \frac{\langle \Delta P_{out1} \Delta P_{out2} \rangle}{\int G_1(\nu) G_2(\nu) d\nu} = 2 \left[k_B \left(\frac{1}{2}T - \frac{1}{2}T_0 \right) \right]^2\end{aligned}\tag{8.6}$$

Nos résultats expérimentaux sont en parfait accord avec les expressions ci-dessus : sur la figure (8.5), nous avons tracé la puissance à l'entrée du détecteur exprimée en Kelvins $\langle P_{in} \rangle / k_B \Delta F$ en fonction de T . Un ajustement linéaire nous donne les équations suivantes pour les chaînes 1 et 2 respectivement :

$$\begin{aligned}y_1 &= 1.23 x_1 + 9.16 \\ y_2 &= 1.40 x_2 + 12.46\end{aligned}$$

Les résultats sont résumés dans le tableau (8.3). On obtient des résultats cohérents avec les valeurs de calibration à 40% près.

Chaîne	pente	T_N
Chaîne 1	1.23	7.4 K
Chaîne 2	1.40	8.9 K

TAB. 8.3 – Valeurs des pentes et des températures de bruit des deux chaînes obtenues par les mesures de puissance moyenne, en configuration à quatre branches avec un séparateur.

En autocorrélation, nous avons tracé $\sqrt{\langle \Delta P_{in}^2 \rangle / 2 k_B^2 \Delta F}$ en fonction de T (voir figure (8.6)). Ici encore, on obtient des points parfaitement alignés, en accord avec les expressions théoriques. Un ajustement linéaire des points expérimentaux conduit aux équations suivantes, et les résultats sont récapitulés dans le tableau (8.4) :

$$\begin{aligned}y_1 &= 1.19 x_1 + 8.58 \\ y_2 &= 1.31 x_2 + 11.69\end{aligned}$$

Les pentes présentent un désaccord de 30%.

Enfin, en corrélation croisée, nous avons tracé $\sqrt{\langle \Delta P_{in1} \Delta P_{in2} \rangle * 2 / k_B^2}$ en fonction de $T - T_0$. La théorie prévoit une droite passant par l'origine. Les résultats expérimentaux présentent bien une dépendance linéaire en $T - T_0$, il n'y a pas de corrélations croisées lorsque la température des deux sources est la même. Un ajustement linéaire de type $y = a * x$ nous donne : $y_{12} = 1.25 x_{12}$.

Nous avons donc réalisé l'expérience de HB&T avec des photons radiofréquences. Nous avons obtenu un très bon accord avec les expressions théoriques, en particulier les corrélations croisées s'annulent lorsque les deux sources sont à la même température.

SEPARATEUR, 4 branches

Puissance moyenne

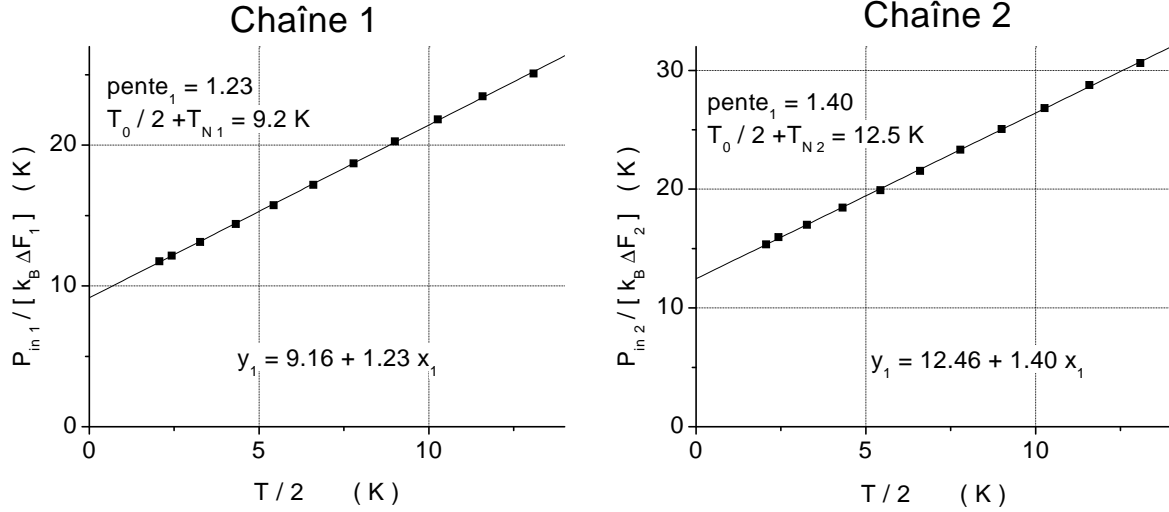


FIG. 8.5 – Résultats expérimentaux obtenus dans la configuration à 4 branches, avec le séparateur : nous avons tracé la puissance moyenne à l'entrée des détecteurs en unités de température, en fonction de $T/2$. Nous attendons une droite de pente 1, qui coupe l'axe des abscisses en $-(T_0/2 + T_N)$. Les points expérimentaux sont bien alignés, en accord avec l'équation (8.4). A gauche : chaîne 1, et à droite : chaîne 2.

Chaîne	pen	T_N
Chaîne 1	1.19	7.2 K
Chaîne 2	1.31	8.9 K

TAB. 8.4 – Valeurs des pentes et des gains des deux chaînes obtenues par les mesures d'autocorrélations de puissance, en configuration à quatre branches avec un séparateur.

8.2.3 T : structure à trois branches

Dans ce paragraphe, nous allons décrire l'étude d'un montage expérimental à trois branches, comme celui schématisé sur la figure (8.7). Une source est reliée à deux chaînes de mesure par un T. Son signal est partiellement réfléchi.

Prévisions théoriques

Appliquons les formules habituelles compte tenu de la matrice de diffusion du T (déjà étudiée au paragraphe 7.2.1). On s'intéresse toujours dans un premier temps aux corrélations ou puissances moyennes **avant** les chaînes d'amplification. Avec les notations de la figure (8.7), on obtient :

$$\begin{aligned}
 \langle P_1 \rangle &= \int D f h \nu d\nu \\
 \langle \Delta P_1^2 \rangle &= 2 \int D f (1 + D f) (h \nu)^2 d\nu \\
 \langle \Delta P_1 \Delta P_2 \rangle &= 2 \int D^2 f^2 (h \nu)^2 d\nu
 \end{aligned} \tag{8.7}$$

Si on ne garde que le terme dominant en $(h\nu/k_B T)^2$, compte tenu de la matrice de diffusion

SEPARATEUR, 4 branches

Corrélations

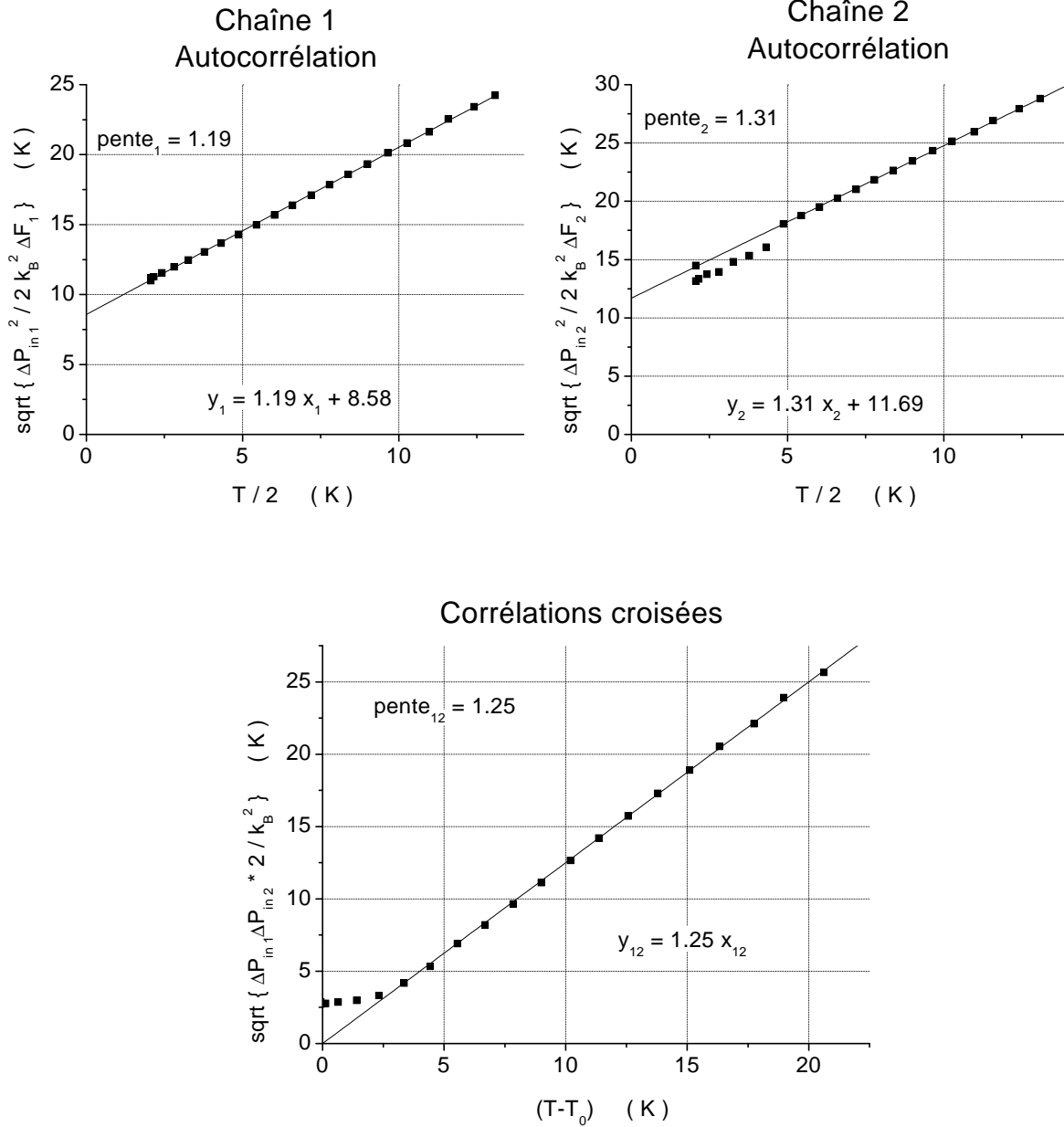


FIG. 8.6 – Résultats obtenus avec le séparateur, dans la configuration à 4 branches, en autocorrélation sur chacune des voies (en haut), et en corrélation croisée (graphique du bas). Nous avons tracé les fluctuations de puissance en unités de température, en fonction de $T/2$ en ce qui concerne l'autocorrélation, et $T - T_0$ pour les corrélations croisées. On s'attend toujours à des dépendances linéaires, avec un coefficient directeur de 1. Dans tous les cas, l'accord avec la théorie est très bon en ce qui concerne la linéarité. Les désaccords de 20 à 30 % sur les pentes sont dus aux connections et déconnections qui ont eu lieu entre l'étalonnage et la mesure. La modification des désaccords d'impédance peut expliquer un tel écart.

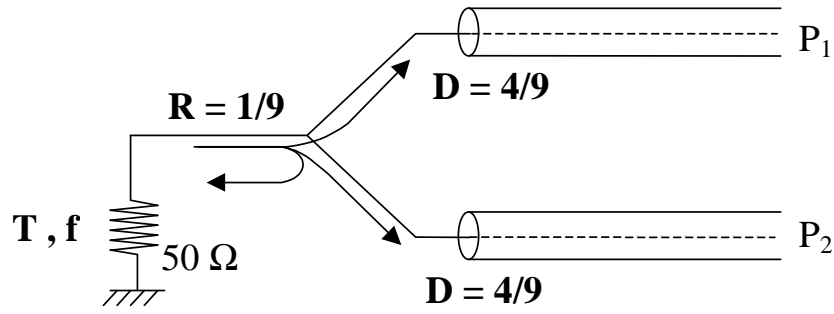


FIG. 8.7 – Schéma de la configuration à trois branches, avec le T. Cette situation est la situation idéale à trois branches, et en pratique, notre expérience ne correspond pas à ce schéma mais à celui des figures (8.9) et (8.10).

du T, on obtient :

$$\begin{aligned}\langle P_1 \rangle &= k_B \left(\frac{4}{9} T \right) \int d\nu \\ \langle \Delta P_1^2 \rangle &= 2 \left[k_B \left(\frac{4}{9} T \right) \right]^2 \int d\nu \\ \langle \Delta P_1 \Delta P_2 \rangle &= 2 \left[k_B \left(\frac{4}{9} T \right) \right]^2 \int d\nu\end{aligned}\tag{8.8}$$

Les premières expériences réalisées ont présenté des résultats en désaccord avec ces expressions. En effet, nous allons voir que dans cette configuration, il est indispensable de tenir compte de la présence des résistances de $50\ \Omega$ dans les circulateurs.

Importance des circulateurs dans le cas de la structure à trois branches

Jusqu'à présent, nous avons supposé que le système de mesure n'injectait aucun photon sur le système étudié. Il ne faisait que rajouter des photons en sortie, ce qui est équivalent à prendre en compte sa température de bruit T_N . Or dans le montage réel, les amplificateurs cryogéniques ont un bruit en courant non nul, et tout se passe comme s'il y avait une source de courant à leur entrée. Nous avons déjà vu que les amplificateurs cryogéniques sont précédés de circulateurs, permettant la circulation du courant dans un seul sens. Les circulateurs possèdent une résistance de $50\ \Omega$, et injectent du bruit sur le système étudié (bruit thermique d'une résistance placée à une température T_0). Le schéma réel de la prise de mesure par une chaîne est donc celui de la figure (8.8).

Le bruit en courant de l'amplificateur est injecté sur le circulateur : la résistance de $50\ \Omega$ contenue dans le circulateur absorbe tous les photons émis par l'amplificateur. Et elle émet elle-même un bruit thermique, qui est envoyé sur le système étudié. Enfin, le système étudié émet un signal qui va directement sur le système de mesure. On voit donc que la condition pour que la prise de mesure ne concerne que le signal émis par le système étudié, est que ce dernier ne réfléchisse pas le signal émis par la résistance de $50\ \Omega$ du circulateur. Autrement dit, il faut que le système étudié ait une impédance parfaitement adaptée à $50\ \Omega$. En effet, alors tout signal venant de la droite, c'est-à-dire émis par le système de mesure (en l'occurrence par la résistance du circulateur) est absorbé par le système étudié. On peut alors considérer que le système de mesure est parfait. Au contraire, si l'adaptation d'impédance n'est pas parfaite, une partie du signal émis par la résistance du circulateur est réfléchi vers la prise de mesure, et contribue au signal mesuré, il faut alors en tenir compte.

Dans les différentes configurations étudiées, une seule nécessite la prise en compte des cir-

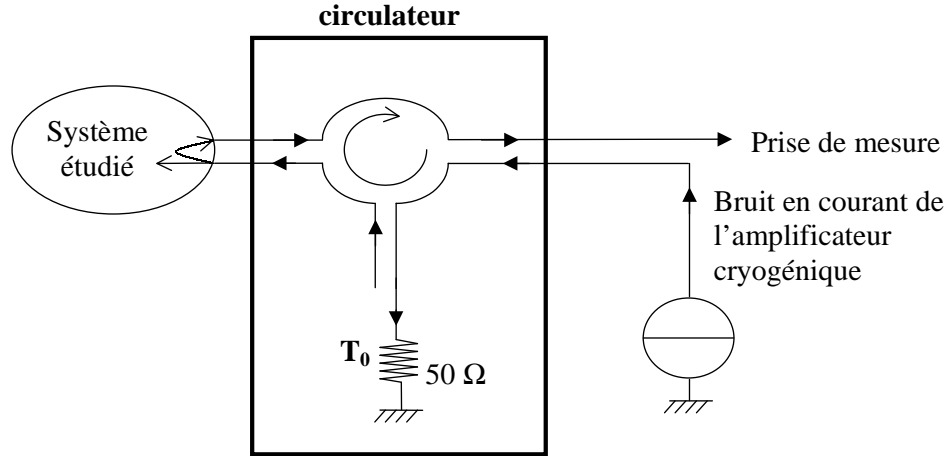


FIG. 8.8 – Schéma d'une chaîne de mesure, compte tenu du circulateur placé en amont de l'amplificateur cryogénique : le circulateur absorbe tout le bruit en courant émis par l'amplificateur, émet le bruit thermique de sa résistance de $50\ \Omega$ vers le système étudié. La prise de mesure se fera donc "sans voir" le circulateur, à condition que le système étudié ait une impédance de $50\ \Omega$ et absorbe entièrement le signal émis par le circulateur.

culateurs : il s'agit de la configuration à 3 branches avec un T. En effet, un signal arrivant sur l'une des branches du T est partiellement réfléchi, avec une probabilité de réflexion $R = 1/9$. Dans les autres cas, montage à deux branches et une seule chaîne de mesure ou bien montage à quatre branches avec le séparateur, le signal arrivant par l'une des branches n'est pas réfléchi, et on a donc supposé le système de mesure parfait.

Dans le cas du T, la situation réelle est schématisée sur la figure (8.9), et pour calculer les corrélations de puissance, on utilise maintenant une configuration à cinq branches, avec la matrice de diffusion schématisée sur la figure (8.10). Les formules prévues sont alors :

$$\begin{aligned} \langle P_1 \rangle &= \int [Df + (R + D)f_0] h\nu d\nu \\ \langle \Delta P_1^2 \rangle &= 2 \int [Df + (R + D)f_0] (1 + [Df + (R + D)f_0]) (h\nu)^2 d\nu \\ \langle \Delta P_1 \Delta P_2 \rangle &= 2 \int (D^2 f^2 + 4DRf_0^2 - 2D(r^*t + rt^*)f f_0) (h\nu)^2 d\nu \end{aligned} \quad (8.9)$$

On rappelle la matrice de diffusion du T :

$$S = \begin{pmatrix} -1/3 & 2/3 & 2/3 \\ 2/3 & -1/3 & 2/3 \\ 2/3 & 2/3 & -1/3 \end{pmatrix}$$

Dans ce cas particulier, la matrice de diffusion est telle que $4R = D$, et $r^*t + rt^* = -D$. On en déduit donc une nouvelle expression pour les corrélations croisées :

$$\langle \Delta P_1 \Delta P_2 \rangle = 2 \int D^2 (f - f_0)^2 (h\nu)^2 d\nu \quad (8.10)$$

avec $D = 4/9$ et $R = 4/9$. On retrouve une expression semblable à celle obtenue pour la structure à 4 branches, les corrélations croisées sont proportionnelles à $(f - f_0)^2$, et donc s'annulent pour des températures T et T_0 égales.

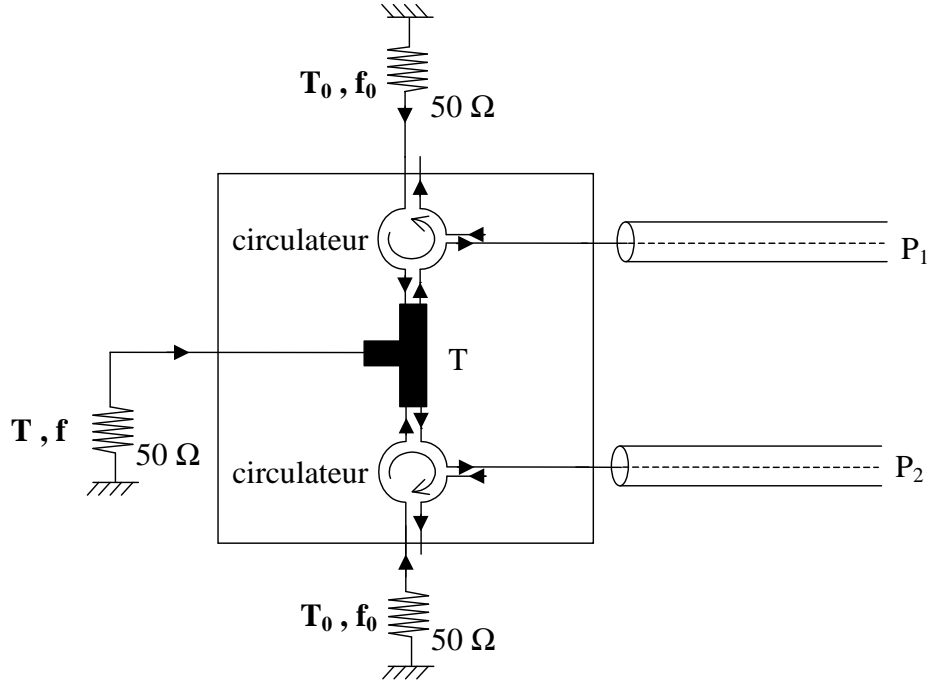


FIG. 8.9 – Schéma du montage avec deux chaînes de mesure, chacune comportant un circulateur, dans le cas où l'on étudie le T .

Développons maintenant les expressions (8.9) obtenues lorsque l'on tient compte des circulateurs :

$$\begin{aligned} \langle P_1 \rangle &= k_B \left(\frac{4}{9}T + \frac{5}{9}T_0 \right) \int d\nu \\ \langle \Delta P_1^2 \rangle &= 2 \left[k_B \left(\frac{4}{9}T + \frac{5}{9}T_0 \right) \right]^2 \int d\nu \\ \langle \Delta P_1 \Delta P_2 \rangle &= 2 \left[k_B \left(\frac{4}{9}T - \frac{4}{9}T_0 \right) \right]^2 \int d\nu \end{aligned} \quad (8.11)$$

Résultats expérimentaux

Si l'on écrit maintenant les expressions de puissance moyenne et de corrélations en sortie de chaîne de mesure, et que l'on tient compte du gain et du bruit en tension introduit par les amplificateurs, cela modifie les expressions (8.11). Ecrivons-les en se limitant aux termes classiques du développement, et en ramenant ces grandeurs à l'entrée de la chaîne de mesure :

$$\begin{aligned} \langle P_{in1} \rangle &= k_B \left(\frac{4}{9}T + \frac{5}{9}T_0 + T_N \right) \Delta F \\ \langle \Delta P_{in1}^2 \rangle &= 2 \left[k_B \left(\frac{4}{9}T + \frac{5}{9}T_0 + T_N \right) \right]^2 \Delta F \\ \langle \Delta P_{in1} \Delta P_{in2} \rangle &= 2 \left[k_B \left(\frac{4}{9}T - \frac{4}{9}T_0 \right) \right]^2 \Delta F \end{aligned} \quad (8.12)$$

Les résultats expérimentaux sont ceux de la figure (8.11) en ce qui concerne la puissance moyenne détectée, et ceux de la figure (8.12) en ce qui concerne les corrélations.

Sur la figure (8.11), nous avons tracé la puissance moyenne mesurée ramenée à l'entrée de la chaîne, et exprimée en unités de température : $\langle P_{in} \rangle / k_B \Delta F$ en fonction de $4/9 T$, T étant la température de la charge de $50\ \Omega$. Les points expérimentaux sont bien alignés, et la droite présentée sur cette figure est un ajustement linéaire des points expérimentaux. La pente attendue est 1. Et la droite doit couper l'axe des abscisses en $-(5/9 T_0 + T_N)$. Les ajustements linéaires

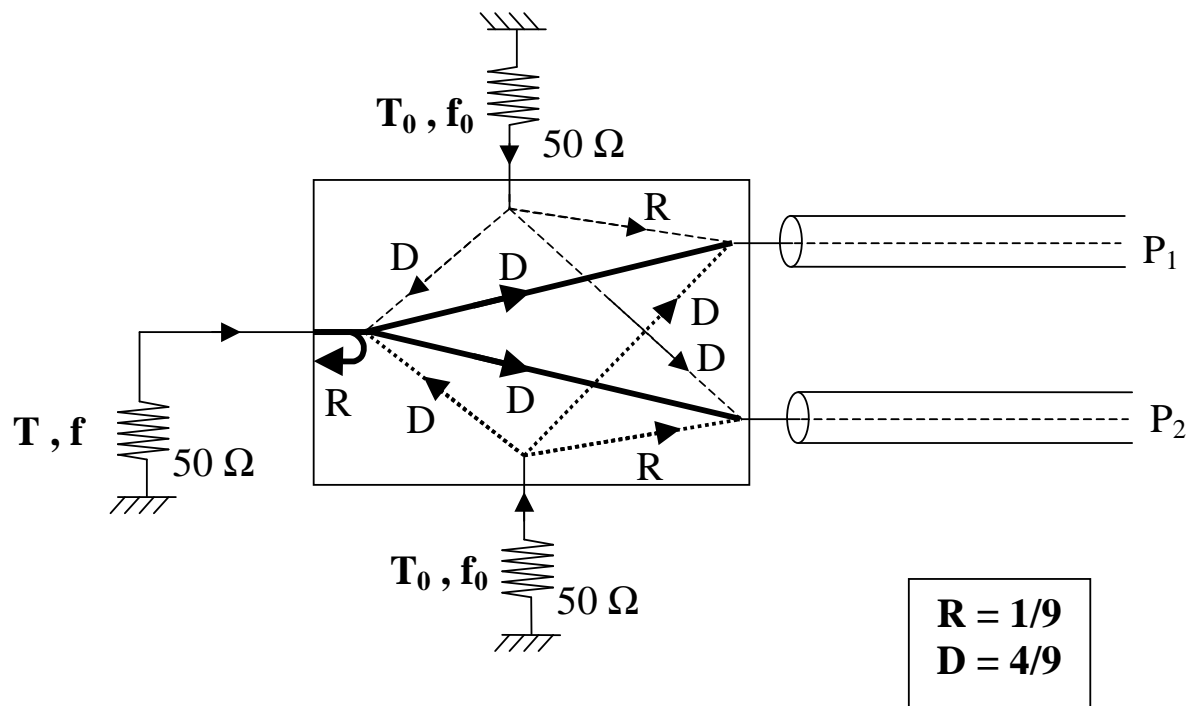


FIG. 8.10 – Schéma équivalent du montage avec deux chaînes de mesures et un T : il comporte maintenant trois sources, et deux contacts de mesure parfaits. Deux des sources sont les résistances des circulateurs. La matrice de diffusion de ce dispositif est indiquée sur le schéma. La résistance de $50\ \Omega$ d'un circulateur émet un signal vers le système étudié (probabilité de transmission D), vers l'un des contacts de mesure (probabilité R) et vers l'autre contact de mesure (probabilité D).

T, 3 branches Puissance moyenne

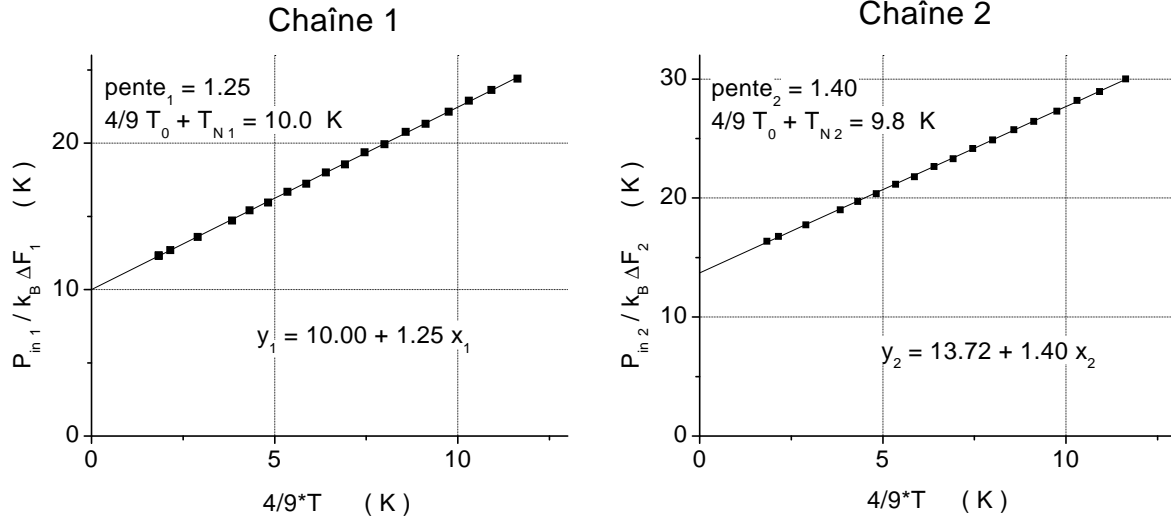


FIG. 8.11 – Configuration à 3 branches avec un T. La puissance moyenne détectée ramenée à l'entrée et exprimée en unités de température est tracée en fonction de $4/9T$. La pente attendue est de 1, et la droite coupe l'axe des abscisses en $-(4/9T_0 + T_N)$. Les valeurs obtenues par un ajustement linéaire sont présentées sur les graphiques.

ont pour équations :

$$y_1 = 1.25 x_1 + 10.00$$

$$y_2 = 1.57 x_2 + 12.59$$

Si l'on suppose que les circulateurs sont bien à $T_0 = 4.2 \text{ K}$, alors l'ordonnée à l'origine nous donne une estimation de la température de bruit des chaînes. Les résultats sont rassemblés dans le tableau (8.5). Sur la figure (8.12), nous avons reporté les données concernant l'autocorrélation

Chaîne	pente	T_N
Chaîne 1	1.25	7.7 K
Chaîne 2	1.57	10.3 K

TAB. 8.5 – Valeurs des pentes et des températures de bruit des deux chaînes obtenues par les mesures de puissance moyenne, en configuration à trois branches avec un T.

sur chacune des chaînes. Nous avons tracé $\sqrt{\langle \Delta P_{in}^2 \rangle / 2k_B^2 \Delta F}$ en fonction de $4/9T$. Les points expérimentaux sont parfaitement alignés, et un ajustement linéaire, comme prévu par la théorie, convient parfaitement :

$$y_1 = 1.22 x_1 + 8.77$$

$$y_2 = 1.41 x_2 + 12.56$$

Les valeurs des pentes de ces ajustements et les températures de bruit déduites sont présentées dans le tableau (8.6).

T, 3 branches Corrélations

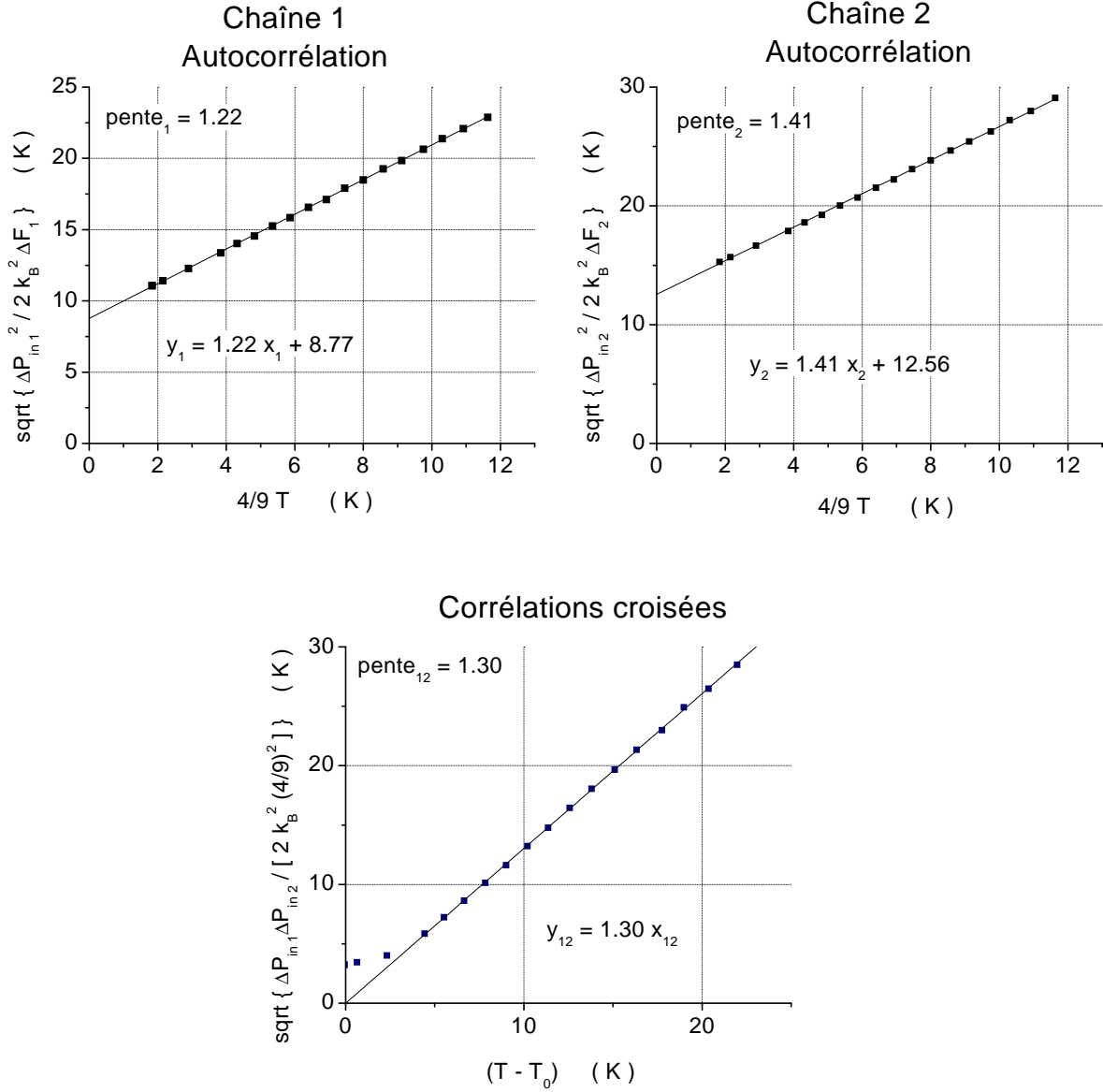


FIG. 8.12 – Nous avons tracé les fluctuations de puissance en autocorrélation pour chacune des voies (en haut). Elles sont exprimées en unités de température, et sont tracées en fonction de $4/9T$. Si l'on tient compte des circulateurs, on s'attend à une droite de pente 1 (voir l'équation (8.11)). En corrélations croisées, l'abscisse est $(T - T_0)$, écart de température entre la source et les circulateurs. L'accord avec la théorie est très bon qualitativement, et on retrouve toujours un certain écart concernant la pente.

Chaîne	pen	T_N
Chaîne 1	1.22	4.9 K
Chaîne 2	1.41	6.6 K

TAB. 8.6 – Valeurs des pentes et des température de bruit des deux chaînes obtenues par les mesures d’auto-corrélations de puissance, en configuration à trois branches avec un T.

En ce qui concerne les corrélations croisées, nous avons tracé $\sqrt{\langle \Delta P_{in1} \Delta P_{in2} \rangle / 2k_B^2 (\frac{4}{9})^2}$ en fonction de $T - T_0$. Encore une fois, on obtient une droite passant par l’origine, dont la pente théorique est 1. L’équation de l’ajustement est :

$$y_{12} = 1.30 x_{12}$$

Conclusions

- Nous avons testé les termes classiques des corrélations de photons de manière très satisfaisante dans différentes configurations : une ou deux sources, avec un ou deux contacts de mesure. Nous avons également vu que lorsque le système étudié n’a pas une impédance parfaitement adaptée, la mesure est sensible au bruit injecté par la résistance interne des circulateurs. Ces mesures sont un test concluant de notre système de mesure de bruit à haute fréquence.
- Un récapitulatif des résultats obtenus sur les pentes est présenté dans le tableau (8.7).

Grandeur mesurée	Chaîne 1			Chaîne 2		
	seule	séparateur	T	seule	séparateur	T
Puissance moyenne $\langle P_{in} \rangle$	1.22	1.23	1.25	1.36	1.40	1.40
Autocorrélation $\langle \Delta P_{in}^2 \rangle$	1.22	1.19	1.22	1.42	1.31	1.41
Corrélations croisées $\langle \Delta P_{in1} \Delta P_{in2} \rangle$	séparateur			T		
	1.25			1.30		

TAB. 8.7 – Valeurs des pentes obtenues par les mesures de puissance moyenne, en autocorrélation, et en corrélation croisée en configuration à deux, quatre et trois branches (resp. chaîne seule, avec un séparateur, et avec un T).

On constate que les pentes mesurées sont systématiquement trop grandes. Autrement dit, le gain mesuré à l’analyseur de réseau est sous-estimé. En ce qui concerne la chaîne 1, la valeur moyenne des pentes mesurées (pour la puissance moyenne et l’autocorrélation) est de 1.22 (soit un écart de 0.09 dB sur la valeur du gain d’environ 80 dB), et l’écart relatif sur ces différentes mesures est au maximum de 2.5%. On constate donc que les différentes expériences présentent des résultats quantitatifs cohérents, mais le gain mesuré est plus élevé que celui mesuré à l’analyseur de réseau. Pour la chaîne 2, la moyenne des pentes est de 1.38 (soit un écart de 0.14 dB par rapport à la valeur du gain de 80 dB environ), et l’écart relatif inférieur à 5%. Ces écarts peuvent être dû au fait que les montages utilisés pour ces deux types de mesures sont légèrement différents. Par exemple, nous avons vu que pour l’étalonnage des chaînes de mesure, il était nécessaire d’envoyer un signal extrêmement faible, d’environ -80 dBm . Par conséquent, nous avons utilisé des atténuateurs, non utilisés par la suite, et dont l’atténuation peut présenter un écart avec la valeur nominale. Par ailleurs, lors de l’étalonnage, le signal RF est injecté par un long câble coaxial semi-rigide, dont l’atténuation a été mesurée séparément et dont on a tenu compte. Cependant, il se

peut que les conditions de mesure n'aient pas été exactement identiques (par exemple le niveau d'hélium n'était certainement pas exactement le même, or l'atténuation du câble coaxial dépend du profil de température le long du câble), ce qui expliquerait un certain écart.

- On peut maintenant se poser la question de savoir comment nous pourrions “voir” un effet quantique sur les fluctuations de puissance. En effet, nous avons toujours fait des développements limités en supposant $k_B T / h\nu \gg 1$. Mais si la température est suffisamment basse pour que cette condition ne soit plus réalisée, alors le nombre moyen d'occupation d'un état est de l'ordre de 1, et la fonction de Bose Einstein n'est plus simplement $k_B T / h\nu$. Les expressions théoriques présentent des termes correctifs quantiques en puissances de $h\nu / k_B T$. Imaginons que l'on puisse placer la source thermique à une température de 10 mK , ce qui sera le cas dans le montage “définitif”, tout en maintenant le séparateur à une température de 4.2 K . Alors, en autocorrélation, le signal est proportionnel à $\langle N_{ph} \rangle (\langle N_{ph} \rangle + 1)$, où $\langle N_{ph} \rangle$ est le nombre moyen total de photons. Par conséquent, $\langle N_{ph} \rangle$ est très grand devant 1 puisqu'il contient d'une part le nombre de photons issus de la source du séparateur à 4.2 K , et d'autre part les photons émis par les chaînes d'amplification, dont la température de bruit est aussi de l'ordre de quelques Kelvins. Il ne sera toujours pas possible de voir le terme correctif quantique, c'est-à-dire de discerner 1 parmi $\langle N_{ph} \rangle$ en autocorrélation. Par contre, en corrélations croisées, le signal est proportionnel à $(f - f_0)^2$. Donc si la température de départ est très inférieure à $T_0 = 4.2\text{ K}$, on devrait pouvoir mettre en évidence la différence entre un comportement classique et un comportement quantique. La figure (8.13) montre ce que l'on attend en corrélation croisée à l'entrée des chaînes de mesure. En trait plein, la courbe correspond aux corrélations attendues, et en traits pointillés, il s'agit des corrélations que l'on obtiendrait en utilisant l'approximation classique $f \sim \frac{k_B T}{h\nu}$. On constate que pour des températures T de 10 à 50 mK , les deux courbes diffèrent notablement (d'environ 30 mK puisque nous avons tracé les corrélations croisées en unité de température). Pour voir les corrections quantiques, il est donc nécessaire de descendre à une température d'une dizaine de milliKelvins.

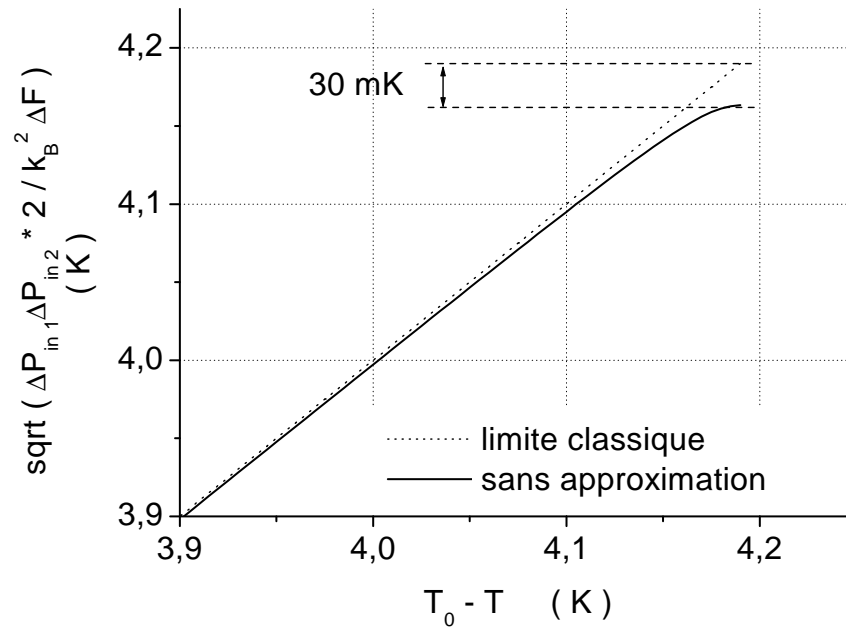


FIG. 8.13 – Prédictions théoriques pour les corrélations croisées de puissance en configuration à 4 branches avec un séparateur, lorsque ce dernier est à $T_0 = 4.2 K$, et que la température de la charge de 50Ω peut descendre jusqu'à $10 mK$. Nous avons tracé $\sqrt{\langle \Delta P_{in1} \Delta P_{in2} \rangle * 2 / k_B^2 \Delta F}$, où nous avons pris pour simplifier $\Delta F = 1 GHz$, en fonction de $T_0 - T$ en trait plein. En traits pointillés, il s'agit des corrélations croisées que l'on obtiendrait en utilisant l'approximation classique : $f \sim \frac{k_B T}{h\nu}$.

Chapitre 9

Source d'ondes Radio-Fréquences monochromatiques

Dans ce chapitre, nous présentons les résultats obtenus en utilisant une source d'ondes radiofréquences monochromatiques, dont la fréquence peut varier de 0.04 à 20 GHz , et dont la puissance va de -10 à $+23\text{ dBm}$. Nous avons vu dans le chapitre précédent que les sources thermiques sont des sources typiquement bosoniques, puisqu'elles émettent des photons avec une statistique de Bose Einstein. Afin de tester de manière concluante notre système de mesure, il est nécessaire de tester une autre statistique. Une source classique monochromatique de micro-ondes est l'analogue, en optique, du laser. Le laser a une statistique de photons poissonnienne, puisque l'état sortant est un état "classique" de la lumière, encore appelé état cohérent. On s'attend donc à ce que la source RF utilisée présente les caractéristiques d'une statistique poissonnienne. La théorie prévoit que, dans le cas d'une structure à 4 branches (2 sources et 2 contacts de mesure), l'autocorrélation varie linéairement avec la puissance, contrairement au cas de sources thermiques pour lesquelles l'autocorrélation varie de manière quadratique avec la puissance. Par ailleurs, une source poissonnienne ne présentant pas de corrélation croisée, on doit avoir $\langle \Delta P_1 \Delta P_2 \rangle = 0$. C'est ce que nous avons voulu vérifier. Dans un premier temps, nous allons rappeler quelques propriétés des états cohérents, et voir comment nous pouvons décrire l'état sortant de la source RF monochromatique en termes d'états cohérents. Puis nous reviendrons sur la théorie de la diffusion en seconde quantification, et nous verrons comment l'adapter pour pouvoir l'appliquer dans le cas d'une source classique. Ensuite, nous étudierons le rôle des amplificateurs et des atténuateurs du montage sur la statistique de la source cohérente. Enfin, après la description des légères modifications du montage expérimental, nous présenterons les résultats expérimentaux obtenus dans les différentes configurations envisagées : une seule chaîne de mesure, puis deux, avec le séparateur.

9.1 Analogie optique : état cohérent, statistique poissonnienne

Dans le chapitre 2, nous avons présenté la théorie de la diffusion permettant de calculer les corrélations de courant électronique dans des conducteurs mésoscopiques multicontacts. Pour cela, nous avons introduit les opérateurs de création et d'annihilation de particules. Puis, dans la partie 8.1, nous avons vu que nous pouvions généraliser cette approche dans le cas de photons issus d'une source thermique, en faisant intervenir cette fois des opérateurs \hat{a}^\dagger et \hat{a} de création et d'annihilation de photons.

Nous allons dans un premier temps rappeler les propriétés des états nombre utilisés jusqu'à

présent, puis nous introduirons les états cohérents du champ électromagnétique, dits quasi-classiques. Enfin, nous présenterons une manière de décrire la source RF comme une superposition cohérente d'états quasi-classiques.

9.1.1 Rappels sur les états nombre du champ électromagnétique

Dans cette partie, nous allons introduire des modes électromagnétiques quantifiés en considérant le champ électromagnétique dans une cavité “fictive” de taille L (nous utilisons ici les notations et la démarche du chapitre V de la référence [82], où les calculs sont effectués en détail). Nous indiquerons par l ces modes, d'énergie $\hbar\omega_l$. Le hamiltonien du champ électromagnétique s'écrit :

$$\hat{H} = \sum_l \hbar\omega_l \left(\hat{a}_l^\dagger \hat{a}_l + \frac{1}{2} \right)$$

Nous avons introduit les opérateurs de création et d'annihilation dans chaque mode l . Les champs électriques et magnétiques s'expriment en fonction de ces opérateurs :

$$\hat{\mathbf{E}}_\perp(\mathbf{r}) = i \sum_l \mathcal{E}_l \vec{\epsilon}_l \left(\hat{a}_l e^{i\mathbf{k}_l \cdot \mathbf{r}} - \hat{a}_l^\dagger e^{-i\mathbf{k}_l \cdot \mathbf{r}} \right) \quad (9.1)$$

$$\hat{\mathbf{B}}(\mathbf{r}) = i \sum_l \mathcal{E}_l \frac{\mathbf{k}_l \wedge \vec{\epsilon}_l}{\omega_l} \left(\hat{a}_l e^{i\mathbf{k}_l \cdot \mathbf{r}} - \hat{a}_l^\dagger e^{-i\mathbf{k}_l \cdot \mathbf{r}} \right) \quad (9.2)$$

La grandeur \mathcal{E}_l est donnée par :

$$\mathcal{E}_l = \sqrt{\frac{\hbar\omega_l}{2\epsilon_0 L^3}}$$

Les états nombre $|n_l\rangle$ sont définis comme étant les vecteurs propres de l'opérateur $\hat{N}_l = \hat{a}_l^\dagger \hat{a}_l$. Nous avons :

$$\hat{a}_l^\dagger \hat{a}_l |n_l\rangle = n_l |n_l\rangle$$

n_l peut prendre toute valeur entière positive. On peut calculer la moyenne du champ électrique, du champ magnétique, ainsi que leurs fluctuations, dans un état nombre $|n_l\rangle$. On obtient [82] :

$$\langle n_l | \hat{\mathbf{E}}_\perp(\mathbf{r}) | n_l \rangle = \langle n_l | \hat{\mathbf{B}}(\mathbf{r}) | n_l \rangle = 0$$

Et, concernant les fluctuations définies par exemple pour le champ électrique par :

$$(\Delta \hat{\mathbf{E}}_\perp)^2 = \langle n_l | \left(\hat{\mathbf{E}}_\perp(\mathbf{r}) \right)^2 | n_l \rangle - \left(\langle n_l | \hat{\mathbf{E}}_\perp(\mathbf{r}) | n_l \rangle \right)^2$$

on obtient les résultats suivants :

$$\begin{aligned} c^2 (\Delta \hat{\mathbf{B}})^2 = (\Delta \hat{\mathbf{E}}_\perp)^2 &= (2n_l + 1) (\mathcal{E}_l)^2 \\ &= \frac{(n_l + \frac{1}{2}) \hbar\omega_l}{\epsilon_0 L^3} \end{aligned}$$

On obtient donc en moyenne un champ électrique et un champ magnétique nuls dans un état nombre. Ces états ne correspondent donc pas du tout à l'image intuitive que l'on se fait d'un champ électromagnétique classique monomode, dont les champs \vec{E} et \vec{B} présentent une dépendance temporelle sinusoïdale à la fréquence ω_l . Par ailleurs, on constate que les fluctuations du champ électrique croissent linéairement avec l'énergie du mode, donc avec n_l . La grandeur \mathcal{E}_l donne un ordre de grandeur des fluctuations du vide dans le mode l . Nous allons maintenant voir qu'il existe des états qui correspondent à l'image classique du champ électromagnétique monomode oscillant à la fréquence ω_l , et qu'on appelle états quasi-classiques.

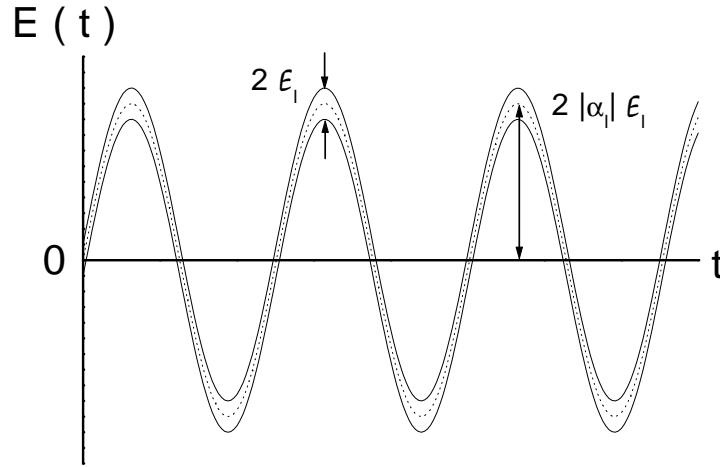


FIG. 9.1 – Représentation du champ électrique en un point donné en fonction du temps pour un état quasi-classique $|\alpha_l\rangle$. La valeur moyenne du champ électrique est représentée en pointillés, et les deux sinusoïdes en traits pleins correspondent à cette valeur moyenne, décalée de plus ou moins $\Delta\hat{\mathbf{E}}_\perp$.

9.1.2 Etats quasi-classiques ou cohérents du champ électromagnétique

On définit les états quasi-classiques $|\alpha_l\rangle$ dans le mode l comme étant les états propres de l'opérateur \hat{a}_l :

$$\hat{a}_l|\alpha_l\rangle = \alpha_l|\alpha_l\rangle$$

On peut également écrire :

$$\langle\alpha_l|\hat{a}_l^\dagger = \alpha_l^*\langle\alpha_l|$$

Cette fois, α_l est un nombre complexe pouvant prendre n'importe quelle valeur. On peut montrer que la décomposition d'un état cohérent (ou quasi-classique) sur la base des états nombre est la suivante :

$$|\alpha_l\rangle = \sum_{n_l=0}^{\infty} e^{-\frac{|\alpha_l|^2}{2}} \frac{\alpha_l^{n_l}}{\sqrt{n_l!}} |n_l\rangle \quad (9.3)$$

L'ensemble des états $|\alpha_l\rangle$ pour un mode donné ne constitue pas une base orthonormée des états du champ électromagnétique, car ces états, bien que normés, ne sont pas orthogonaux deux à deux. Une étude détaillée des propriétés de ces états est donnée dans [39]. Puisque ces états ne sont pas des états propres de l'hamiltonien du champ, ils vont évoluer dans le temps, et on peut montrer que si le champ est initialement dans l'état $|\alpha_l\rangle$, alors à un instant t quelconque, il se trouvera toujours dans un état quasi-classique, mais associé à la valeur propre $\alpha_l(t) = \alpha_l e^{-i\omega_l t}$. Au cours de son évolution, un état quasi-classique garde donc son caractère quasi-classique, mais avec une valeur propre qui évolue au cours du temps.

On peut maintenant calculer la valeur moyenne du champ électrique dans un état $|\alpha_l(t)\rangle$. Il vient :

$$\langle\alpha_l(t)|\hat{\mathbf{E}}_\perp(\vec{\mathbf{r}})|\alpha_l(t)\rangle = i\mathcal{E}_l\vec{\epsilon}_l \left\{ \alpha_l e^{i(\mathbf{k}_l \cdot \mathbf{r} - \omega_l t)} - \alpha_l^* e^{-i(\mathbf{k}_l \cdot \mathbf{r} - \omega_l t)} \right\} \quad (9.4)$$

On obtient cette fois un champ dont la valeur moyenne oscille au cours du temps, à la pulsation ω_l , comme un champ classique monomode, d'où la dénomination d'état "quasi-classique".

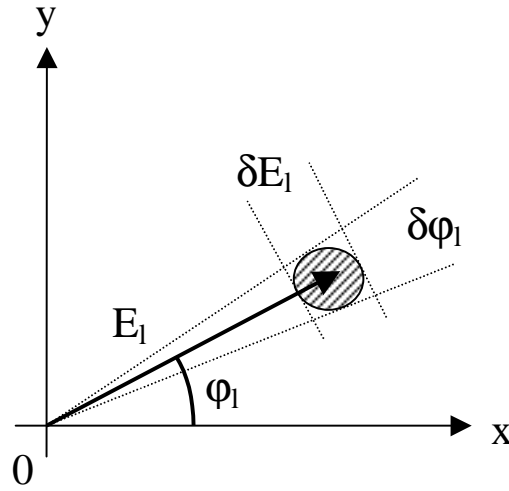


FIG. 9.2 – Représentation de Fresnel du champ électrique dans un état quasi-classique. L'extrémité du vecteur se trouve dans un petit disque dont les dimensions sont données par les écarts types sur l'amplitude et la phase du champ. Cet état est minimal en ce qui concerne la relation d'incertitude, et est le meilleur compromis pour la mesure simultanée des composantes en quadrature du champ électrique.

Le calcul des fluctuations du champ électrique conduit à :

$$(\Delta \hat{\mathbf{E}}_{\perp})^2 = \mathcal{E}_l^2$$

Cette valeur est indépendante de la valeur moyenne du champ et est la même pour tous les états quasi-classiques associés au mode l . Elle coïncide exactement avec l'amplitude des fluctuations du champ électrique dans le vide. Pour un champ macroscopique, correspondant à des valeurs de α_l telles que $|\alpha_l|^2 \gg 1$, les fluctuations du champ sont très petites devant son amplitude, et l'erreur faite en remplaçant le champ quantique par sa valeur moyenne "classique" est négligeable. Le champ associé à l'état quasi-classique $|\alpha_l\rangle$ peut être schématisé par la figure (9.1). Sur cette figure, la sinusoïde en pointillés correspond à la valeur moyenne du champ en un point \vec{r} donné, et la dispersion autour de cette valeur moyenne est représentée par la différence des ordonnées entre les deux courbes en traits pleins. Ce "ruban" indique la zone où il est fort probable de mesurer le champ électrique à l'instant t . Ce ruban a une largeur constante $2\mathcal{E}_l$. Cela revient à dire qu'un état quasi-classique est un état "minimal" pour la relation d'incertitude de Heisenberg : il minimise le produit entre l'incertitude sur \hat{N}_l et sur $\hat{\phi}_l$ (phase du champ électrique). De plus, un état quasi-classique réalise le meilleur compromis pour la mesure simultanée de \hat{N}_l et de $\hat{\phi}_l$. Nous avons, pour un tel état :

$$\begin{aligned} \Delta \hat{N}_l &= E_l / 2\mathcal{E}_l \\ \Delta \hat{\phi}_l &= \mathcal{E}_l / E_l \\ \Delta \hat{N}_l \Delta \hat{\phi}_l &= 1/2 \end{aligned}$$

où on a noté E_l l'amplitude du champ "classique" associé, c'est-à-dire l'amplitude de la moyenne du champ électrique dans cet état : $E_l = 2|\alpha_l|\mathcal{E}_l$. On peut également représenter ce champ par son vecteur de Fresnel (voir figure (9.2)) : il s'agit d'un vecteur dont l'extrémité se trouve dans le petit disque hachuré.

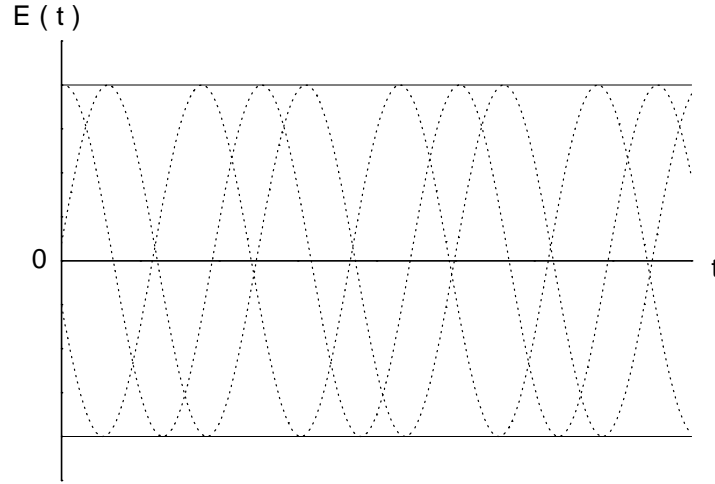


FIG. 9.3 – Représentation du champ électrique en un point donné en fonction du temps pour un état nombre. On peut l'écrire comme une somme de sinusôides (en pointillés) d'amplitudes parfaitement définies, mais de phases aléatoires. Le champ électrique est donc bien nul en moyenne.

Revenons aux états nombre afin de comparer leurs propriétés avec celle d'un état cohérent. Pour un état nombre, \hat{N}_l est parfaitement déterminé : $\Delta\hat{N}_l = 0$. La relation d'incertitude de Heisenberg pour un champ quantique quelconque impose $\Delta\hat{N}_l\Delta\hat{\phi}_l > 1/2$. On en déduit donc qu'un état nombre présente une phase ϕ_l totalement aléatoire, ce qui fait qu'en moyenne, le champ électrique est bien nul. Par conséquent, on peut représenter le champ électrique dans un état $|n_l\rangle$ par une somme de sinusôides d'amplitudes constantes, mais de phases aléatoires, dessinées en pointillés sur la figure (9.3). La représentation de Fresnel correspond à un cercle : l'amplitude du champ est parfaitement connue, alors que sa phase ne l'est pas du tout. On sait que l'extrémité du vecteur représentant le champ se trouvera sur ce cercle.

Enfin, intéressons-nous à la distribution du nombre de photons dans un état cohérent. Puisque ce n'est pas un état propre de l'hamiltonien, la valeur de l'énergie dans un tel état ne peut pas être prédite avec certitude. La probabilité de mesurer une énergie $(n_l + \frac{1}{2}) \hbar\omega_l$, ou encore de trouver la valeur n_l pour le nombre de photons est :

$$P(n_l) = e^{-|\alpha_l|^2} \frac{|\alpha_l|^{2n_l}}{n_l!} \quad (9.5)$$

Il s'agit donc d'une distribution de Poisson, de valeur moyenne $\langle\hat{N}_l\rangle = |\alpha_l|^2$. Les fluctuations du nombre de photons $(\Delta\hat{N}_l)^2$ pour une telle distribution se calcule aisément :

$$(\Delta\hat{N}_l)^2 = \langle\hat{N}_l\rangle \quad (9.6)$$

Cette dépendance est caractéristique de la distribution de Poisson. Pour de grandes valeurs de $\langle\hat{N}_l\rangle$, la distribution est caractérisée par une largeur très grande en valeur absolue, mais très petite en valeur relative : $(\Delta\hat{N}_l)/\langle\hat{N}_l\rangle$ tend vers zéro.

9.1.3 Description de la source RF en termes d'états cohérents

Nous avons vu dans la partie précédente comment décrire par un état quantique une source classique monomode. La source RF dont nous disposons pour nos expériences est une source

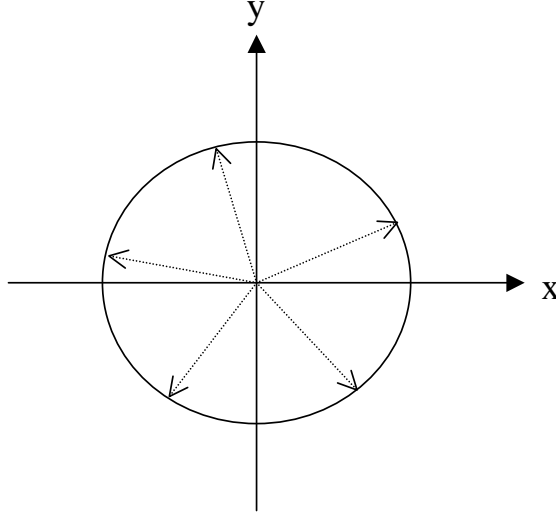


FIG. 9.4 – Représentation de Fresnel du champ électrique dans un état nombre. L'extrémité du vecteur se trouve sur un cercle de rayon parfaitement connu, mais sa phase est totalement aléatoire.

quasi-monochromatique, mais dont on ne peut négliger la largeur spectrale. C'est la raison pour laquelle on ne peut décrire le champ électromagnétique émis par un seul état cohérent $|\alpha_{l_0}\rangle$. Cependant, le spectre d'émission de la source est très étroit, et correspond à un pic centré en une fréquence ω_0 , et de largeur $\delta\omega$. Pour décrire l'état du champ électromagnétique, nous allons toujours discrétiser les modes en considérant une cavité fictive de taille L , et nous les indiquerons par l . L'émission de la source se fait donc dans plusieurs modes, centrés en l_0 et de largeur δl .

On décrit un tel état par une superposition cohérente d'états quasi-classiques $|\alpha_l\rangle$: l'état du champ électromagnétique issu de la source est parfaitement déterminé, il s'agit d'un état pur qu'on écrit $|\alpha_1, \dots, \alpha_{l..}\rangle$, où α_l est une fonction bien déterminée de l que l'on peut écrire :

$$\alpha_l = \alpha_{l_0} F(l - l_0)$$

où F est une fonction piquée, centrée en 0. Nous avons schématisé le module des α_l en fonction de l sur la figure (9.5). Ici, l'état du champ est donc déterminé par l'ensemble des valeurs de α_l pour chaque mode l , et ces différentes valeurs ont une relation bien déterminée entre elles. Nous verrons dans le paragraphe 9.2.1 que nous pouvons décrire une source thermique à partir d'états cohérents, mais où cette fois il n'y a aucune relation entre les α_l . C'est une différence essentielle, dont la conséquence se voit sur la statistique de chacune des sources. Pour une source classique, le point essentiel est que, même s'il s'agit d'une superposition de plusieurs états quasi-classiques associés à des modes différents, les valeurs α_l ne sont pas aléatoires, mais sont une fonction bien déterminée de l , dont la forme exacte importe peu.

Nous allons maintenant revenir sur la démarche suivie par Büttiker dans [4] pour calculer le bruit d'une source thermique (photonique ou électronique), afin de l'adapter au cas d'une source classique décrite par une superposition cohérente d'états quasi-classiques.

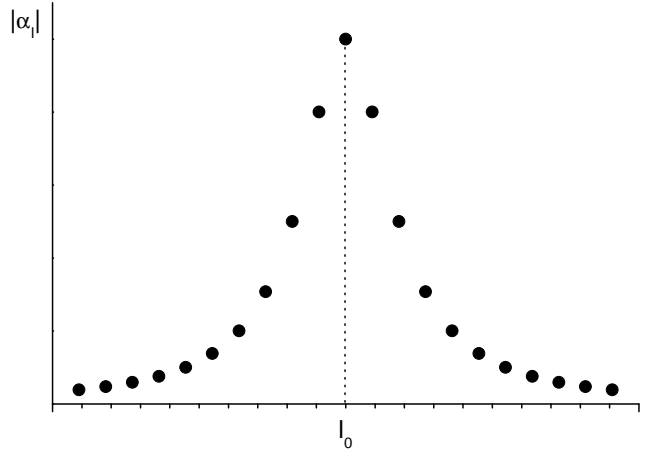


FIG. 9.5 – Description de la source RF comme une superposition cohérente d'états quasi-classiques. Les $|\alpha_l|$ sont une fonction de la valeur l du mode, piquée en l_0 et d'une certaine largeur correspondant à la largeur spectrale de la source.

9.2 Retour sur la démarche de la seconde quantification

9.2.1 Rappel sur la manière de traiter une source thermique

Dans un premier temps, nous allons rappeler les étapes essentielles intervenant dans le calcul du bruit dans le cas d'une source thermique de photons. Nous avons déjà vu (chapitre 2) que dans le calcul du bruit interviennent des moyennes à quatre opérateurs \hat{a} ou \hat{a}^\dagger . A nouveau, considérons des modes discrets, indicés par des indices l . Alors la grandeur intervenant dans les calculs de bruit s'écrit :

$$\langle \Delta \hat{N}_p \Delta \hat{N}_q \rangle = \sum_{m,n} \left[\langle \hat{a}_n^\dagger \hat{a}_{n+p} \hat{a}_m^\dagger \hat{a}_{m+q} \rangle - \langle \hat{a}_n^\dagger \hat{a}_{n+p} \rangle \langle \hat{a}_m^\dagger \hat{a}_{m+q} \rangle \right]$$

Il faut maintenant comprendre comment ces moyennes sont réalisées. Un état possible du système est entièrement déterminé par la donnée de tous les nombres d'occupation des différents modes. Dans [4], cet état est noté $|\sigma(E)\rangle$ puisque les différents modes sont traités de manière continue. Ici, avec une description discrète, on peut décrire un état possible de la source par l'ensemble des nombres d'occupation n_l des différents modes, on le note $|n_1, \dots, n_l, \dots\rangle$. Büttiker commence par calculer la moyenne des opérateurs dans cet état, puis il fait une moyenne statistique (qu'il indice par s) en supposant que les réservoirs sont à l'équilibre thermique : $\langle \sigma(E) \rangle_s = f_{BE}(E)$. Cela revient à dire que le mode l , est peuplé de n_l photons avec la probabilité :

$$P_l(n_l) = \frac{(\langle n_l \rangle)^{n_l}}{(1 + \langle n_l \rangle)^{n_l+1}}$$

où $\langle n_l \rangle = f_{BE}(\hbar\omega_l)$.

En résumé, on peut décrire la procédure suivie par Büttiker en introduisant la matrice densité ρ_{th} décrivant la source thermique. Cette dernière est décrite par une distribution statistique d'états $|n_1, \dots, n_l, \dots\rangle$, occupés avec la probabilité $P_1(n_1) \times \dots \times P_l(n_l) \times \dots$. Pour une telle distribution statistique, la matrice densité s'écrit :

$$\rho_{th} = \sum_{\text{états}} P_{\text{état}} |\text{état}\rangle \langle \text{état}|$$

$$= \sum_{n_1=0}^{\infty} \dots \sum_{n_l=0}^{\infty} \dots P_1(n_1) \dots P_l(n_l) \dots |n_1, \dots, n_l\rangle \langle n_1, \dots, n_l|$$

Alors le calcul de la moyenne d'un opérateur \hat{A} s'écrit simplement :

$$\begin{aligned} \langle \hat{A} \rangle &= \text{Tr}(\rho_{th} \hat{A}) \\ &= \sum_{n'_1=0}^{\infty} \dots \sum_{n'_l=0}^{\infty} \dots \langle n'_1, \dots, n'_l | \rho_{th} \hat{A} | n'_1, \dots, n'_l \rangle \end{aligned}$$

Comme la base des états nombre est une base orthonormée, alors cette somme s'écrit :

$$\langle \hat{A} \rangle = \sum_{n_1=0}^{\infty} \dots \sum_{n_l=0}^{\infty} \dots P_1(n_1) \dots P_l(n_l) \dots \langle n_1, \dots, n_l | \hat{A} | n_1, \dots, n_l \rangle$$

Calculons donc la moyenne de l'opérateur $\hat{a}_n^\dagger \hat{a}_{n+p} \hat{a}_m^\dagger \hat{a}_{m+q}$.

$$\langle \hat{a}_n^\dagger \hat{a}_{n+p} \hat{a}_m^\dagger \hat{a}_{m+q} \rangle = \sum_{n_1=0}^{\infty} \dots \sum_{n_l=0}^{\infty} \dots P_1(n_1) \dots P_l(n_l) \dots \langle n_1, \dots, n_l | \hat{a}_n^\dagger \hat{a}_{n+p} \hat{a}_m^\dagger \hat{a}_{m+q} | n_1, \dots, n_l \rangle$$

Pour que l'élément de matrice intervenant dans cette expression soit non nul, il faut qu'il y ait autant de \hat{a} que de \hat{a}^\dagger dans chaque mode. Cela impose donc :

- Soit $n = n + p$ et $m = m + q$, c'est-à-dire $p = q = 0$. On impose également $m \neq n$, car on néglige le cas où tous les indices sont égaux (voir [4]). En effet, nous sommes en présence d'un continuum de modes, donc le cas où tous les modes sont les mêmes correspond à un terme qui sera négligeable devant ceux tels que $m \neq n$. Dans ce cas, l'élément de matrice vaut $n_m n_n$, et la somme sur toutes les valeurs possibles de n_n et n_m pondérées par leurs probabilités conduit à l'apparition de $\langle n_n \rangle \langle n_m \rangle$.
- Soit $n = m + q$ et $n + p = m$, c'est-à-dire $p + q = 0$ et $n = m + q$. L'élément de matrice vaut alors $n_n + n_n n_m$ (ici aussi, on néglige le cas où tous les indices sont égaux), d'où l'apparition du terme $\langle n_n \rangle (1 + \langle n_m \rangle)$.

On obtient finalement :

$$\begin{aligned} \langle \Delta N_p \Delta N_q \rangle &= \sum_{n,m} \delta_{n,m+q} \delta_{p+q,0} \langle n_n \rangle (1 + \langle n_m \rangle) \\ &= \delta_{p+q,0} \sum_n \langle n_n \rangle (1 + \langle n_{n+p} \rangle) \end{aligned} \quad (9.7)$$

Ensuite, afin d'obtenir le bruit à fréquence nulle, il faut d'abord symétriser cette expression : $S_p = \frac{1}{2} \langle \Delta \hat{N}_p \Delta \hat{N}_{-p} + \Delta \hat{N}_{-p} \Delta \hat{N}_p \rangle$. Puis on fait tendre la fréquence de mesure vers 0 : $p \rightarrow 0$. On obtient finalement :

$$\langle \Delta \hat{N}_0 \Delta \hat{N}_{-0} \rangle = \sum_n \langle n_n \rangle (1 + \langle n_n \rangle)$$

Si l'on revient à une description continue des modes, et qu'on s'intéresse au bruit en puissance, alors ceci s'écrit, en reprenant les notations utilisées dans la partie concernant la source thermique :

$$\langle \Delta P^2 \rangle = 2 \int f_{BE} (1 + f_{BE}) (h\nu)^2 d\nu$$

On retrouve évidemment le résultat de l'équation (8.1) donnant l'autocorrélation en puissance (exprimée en W^2/Hz) dans le cas d'une source thermique reliée à une chaîne de mesure.

Nous allons, dans le paragraphe suivant, effectuer la même démarche dans le but de calculer le bruit en puissance d'une source quasi-monochromatique.

9.2.2 Source cohérente

Nous avons vu au paragraphe 9.1.3 que l'on pouvait décrire la source RF dont nous disposons par un état pur $|\alpha_1, \dots, \alpha_l\rangle$, où α_l est une fonction bien déterminée de l . Par conséquent, la moyenne d'un opérateur A intervenant dans le calcul du bruit va s'écrire simplement : $\langle \alpha_1, \dots, \alpha_l | A | \alpha_1, \dots, \alpha_l \rangle$. En effet, la matrice densité lorsqu'on connaît de manière certaine l'état du champ électromagnétique s'écrit :

$$\rho_{source RF} = |\alpha_1, \dots, \alpha_l\rangle \langle \alpha_1, \dots, \alpha_l|$$

Nous avons donc :

$$\begin{aligned} \langle a_n^\dagger a_{n+p} a_m^\dagger a_{m+q} \rangle &= \langle \alpha_1, \dots, \alpha_l | a_n^\dagger a_{n+p} a_m^\dagger a_{m+q} | \alpha_1, \dots, \alpha_l \rangle \\ &= \langle \alpha_1, \dots, \alpha_l | a_n^\dagger (\delta_{n+p,m} + a_m^\dagger a_{n+p}) a_{m+q} | \alpha_1, \dots, \alpha_l \rangle \\ &= \alpha_n^* \alpha_{m+q} \delta_{n+p,m} + \alpha_n^* \alpha_m^* \alpha_{n+p} \alpha_{m+q} \end{aligned}$$

Finalement, il vient :

$$\langle \Delta \hat{N}_p \Delta \hat{N}_q \rangle = \sum_n \alpha_n^* \alpha_{n+p+q}$$

Contrairement au cas de la source thermique, il n'apparaît pas lors du calcul, de terme $\delta_{p+q,0}$. Cependant, les mesures se faisant à très basse fréquence, on impose $p+q=0$ (voir l'annexe E pour plus de détails). Lorsque l'on symétrise cette expression, et que l'on prend la limite basse fréquence ($p \rightarrow 0$), il vient :

$$\langle \Delta \hat{N}_0 \Delta \hat{N}_{-0} \rangle = \sum_n |\alpha_n|^2$$

Or le nombre moyen de photons (à la fréquence p) s'écrit :

$$\begin{aligned} \langle \hat{N}_p \rangle &= \sum_n \langle a_n^\dagger a_{n+p} \rangle \\ &= \sum_n \alpha_n^* \alpha_{n+p} \end{aligned}$$

D'où, à fréquence nulle, le nombre moyen de photons :

$$\langle \hat{N}_0 \rangle = \sum_n |\alpha_n|^2$$

On constate donc que l'on a $S_0 \propto \langle \hat{N}_0 \rangle$, ce qui est caractéristique d'une statistique poissonnienne.

Revenons maintenant à une description continue des modes électromagnétiques. Les fluctuations de puissance s'écrivent :

$$\langle \Delta P^2 \rangle = 2 \int |\alpha|^2 (h\nu)^2 d\nu$$

Et la puissance moyenne :

$$\langle P \rangle = \int |\alpha|^2 (h\nu) d\nu$$

D'où le rapport entre ces deux grandeurs :

$$\frac{\langle \Delta P^2 \rangle}{\langle P \rangle} = 2 \frac{\int |\alpha|^2 (h\nu)^2 d\nu}{\int |\alpha|^2 (h\nu) d\nu}$$

On constate que le lien entre les fluctuations de puissance et la puissance moyenne mesurée n'est pas une simple proportionnalité, mais dépend de la forme spectrale de la source RF. Cependant, la fonction $|\alpha|^2$ est une fonction très piquée en ν_0 , fréquence centrale de la source, et de largeur $\delta\nu \ll \nu_0$. Par conséquent, les fonctions $(h\nu)^2$ et $(h\nu)$ varient peu sur l'intervalle $[\nu_0 - \frac{\delta\nu}{2}, \nu_0 + \frac{\delta\nu}{2}]$ où $|\alpha|^2$ est non nulle. On a donc approximativement :

$$\frac{\langle \Delta P^2 \rangle}{\langle P \rangle} = 2 h \nu_0 \quad (9.8)$$

On s'attend donc bien à ce que les fluctuations de puissance mesurées soient proportionnelles à la puissance moyenne de la source. Le facteur de proportionnalité attendu est $2 h \nu_0$.

9.2.3 Description de la source thermique en termes d'états cohérents

On a vu qu'on peut décrire le champ électromagnétique émis par une source thermique comme un mélange statistique d'états $|n\rangle$ correspondant à différents modes, peuplés avec une certaine probabilité. Cette description ne devrait pas dépendre de la base choisie $|n\rangle$. Les états cohérents ne forment pas une base orthonormée de l'espace de Hilbert. Cependant, on peut se demander s'il est possible d'écrire qu'une source thermique émet une distribution statistique d'états cohérents avec une probabilité $P_{th}(\alpha)$. Alors on doit pouvoir, par le formalisme de la seconde quantification retrouver le fait qu'une source thermique présente des corrélations de type "bosonique". Le lien serait alors parfaitement clair sur le passage d'une statistique poissonnienne, décrite par un état cohérent pur, à une statistique bosonique, décrite par une distribution statistique d'états cohérents ou par une distribution statistique d'états à n photons. Nous allons à nouveau raisonner sur des modes discrets l . Lorsqu'il y a un seul mode l , Glauber a démontré, dans [39] que l'on pouvait décrire une source thermique comme une source émettant une distribution statistique d'états $|\alpha_l\rangle$, où la distribution de probabilité de la valeur de α est une gaussienne, dépendant uniquement du module $|\alpha_l|$ de α_l :

$$P_l(\alpha_l) = \frac{1}{\pi \langle n_l \rangle} e^{-\frac{|\alpha_l|^2}{\langle n_l \rangle}}$$

avec $\langle n_l \rangle = f_{BE}(\hbar\omega_l)$. Ce résultat est également vrai dans le cas où il existe plusieurs modes : la source thermique émet un champ électromagnétique décrit par l'état $|\alpha_1, \dots, \alpha_l, \dots\rangle$ avec la probabilité $P_1(\alpha_1) \times \dots \times P_l(\alpha_l) \times \dots$. Cette fois, contrairement au cas de la source monochromatique, les valeurs des α correspondant à des modes différents sont complètement décorrélées. On peut schématiser la distribution statistique des états $|\alpha_1, \dots, \alpha_l, \dots\rangle$ par le schéma de la figure (9.6) : pour chaque mode l , la valeur de α_l n'est pas fixée, mais suit une loi de probabilité gaussienne centrée en 0, et de largeur proportionnelle à $\langle n_l \rangle$.

Bien que la base des états quasi-classiques ne soit pas orthonormée, on peut écrire (voir [39]) la matrice densité ρ_{th} sous la forme :

$$\rho_{th} = \int d\alpha_1 \dots \int d\alpha_l \dots P_1(\alpha_1) \dots P_l(\alpha_l) \dots |\alpha_1, \dots, \alpha_l, \dots\rangle \langle \alpha_1, \dots, \alpha_l, \dots|$$

Et la moyenne d'un opérateur \hat{A} s'écrit :

$$\begin{aligned} \langle \hat{A} \rangle &= Tr(\rho_{th} \hat{A}) \\ &= \int d\alpha_1 \dots \int d\alpha_l \dots P_1(\alpha_1) \dots P_l(\alpha_l) \dots \langle \alpha_1, \dots, \alpha_l, \dots | \hat{A} | \alpha_1, \dots, \alpha_l, \dots \rangle \end{aligned}$$

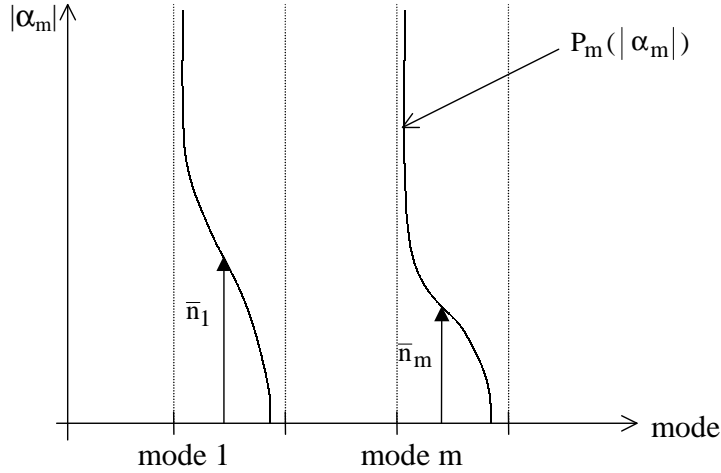


FIG. 9.6 – Description de la source thermique comme un mélange statistique d'états quasi-classiques $|\alpha_1, \dots, \alpha_l \dots\rangle$. La probabilité pour que le mode l soit dans l'état α_l est donnée par une gaussienne $P_l(\alpha_l)$ qui ne dépend que de $|\alpha_l|$, centrée en 0 et de largeur $\langle n_l \rangle$. Et par conséquent, l'état $|\alpha_1, \dots, \alpha_l \dots\rangle$ est occupé avec la probabilité $P_1(\alpha_1) \times \dots \times P_l(\alpha_l) \times \dots$

Calculons donc toujours la moyenne à quatre opérateurs suivante :

$$\begin{aligned}
 & \langle \hat{a}_n^\dagger \hat{a}_{n+p} \hat{a}_m^\dagger \hat{a}_{m+q} \rangle \\
 &= \int d\alpha_1 \dots \int d\alpha_l \dots P_1(\alpha_1) \dots P_l(\alpha_l) \dots \langle \alpha_1, \dots, \alpha_l, \dots | \hat{a}_n^\dagger \hat{a}_{n+p} \hat{a}_m^\dagger \hat{a}_{m+q} | \alpha_1, \dots, \alpha_l, \dots \rangle \\
 &= \int d\alpha_1 \dots \int d\alpha_l \dots P_1(\alpha_1) \dots P_l(\alpha_l) \dots (\alpha_n^* \alpha_{m+q} \delta_{n+p,m} + \alpha_n^* \alpha_m^* \alpha_{n+p} \alpha_{m+q})
 \end{aligned}$$

On rappelle que les α_l sont des grandeurs complexes, que l'on peut écrire $\alpha = r e^{i\theta}$. Et l'intégrale $\int d\alpha_l$ peut aussi s'écrire $\iint r dr d\theta$. Par conséquent, pour que ces intégrales soient non nulles, il est nécessaire que la grandeur à intégrer ne contienne pas de terme en $e^{i\theta}$. En négligeant toujours le terme correspondant à tous les indices égaux, il vient :

$$\begin{aligned}
 \langle \hat{a}_n^\dagger \hat{a}_{n+p} \hat{a}_m^\dagger \hat{a}_{m+q} \rangle &= \delta_{n+p,m} \delta_{n,m+q} \int d\alpha_n P_n(\alpha_n) |\alpha_n|^2 \\
 &+ \delta_{n,n+p} \delta_{m,m+q} \int d\alpha_n P_n(\alpha_n) |\alpha_n|^2 \int d\alpha_m P_m(\alpha_m) |\alpha_m|^2 \\
 &+ \delta_{n,m+q} \delta_{m,n+p} \int d\alpha_n P_n(\alpha_n) |\alpha_n|^2 \int d\alpha_m P_m(\alpha_m) |\alpha_m|^2
 \end{aligned}$$

On en déduit donc que :

$$\langle \Delta \hat{N}_p \Delta \hat{N}_q \rangle = \delta_{p+q,0} \sum_n \left(\int d\alpha_n P_n(\alpha_n) |\alpha_n|^2 \right) \left(1 + \int d\alpha_{n+p} P_{n+p}(\alpha_{n+p}) |\alpha_{n+p}|^2 \right)$$

Or puisque l'on connaît la loi de probabilité des α_n , on peut calculer ces grandeurs en fonction des $\langle n_n \rangle$:

$$\begin{aligned}
 \int d\alpha_n P_n(\alpha_n) |\alpha_n|^2 &= \iint r dr d\theta \frac{1}{\pi \langle n_n \rangle} e^{-\frac{r^2}{\langle n_n \rangle}} r^2 \\
 &= \langle n_n \rangle
 \end{aligned}$$

D'où finalement les résultats déjà vus plusieurs fois :

$$\langle \Delta \hat{N}_p \Delta \hat{N}_{-p} \rangle = \sum_n \langle n_n \rangle (1 + \langle n_{n+p} \rangle)$$

$$\langle \Delta \hat{N}_0 \Delta \hat{N}_{-0} \rangle = \sum_n \langle n_n \rangle (1 + \langle n_n \rangle)$$

9.2.4 Conclusion

En reprenant en détail la démarche suivie par Büttiker dans [4], nous avons pu généraliser les calculs de bruit au cas d'une source quasi-monochromatique décrite comme un produit tensoriel d'états quasi-classiques à différentes fréquences. De plus, nous avons retrouvé la statistique bosonique d'une source thermique en la décrivant non plus comme un mélange statistique d'états nombre, mais comme un mélange statistique d'états cohérents. En ce qui concerne la source RF, nous avons démontré que les fluctuations de puissance sont proportionnelles à la puissance moyenne délivrée par la source, caractéristique d'une statistique poissonnienne. On s'attend à un facteur de proportionnalité de $2h\nu_0$, ν_0 étant la fréquence centrale de l'onde émise par la source. Par ailleurs, on peut généraliser les calculs précédents dans le cas des corrélations croisées : on trouve qu'elles sont nulles.

Jusqu'à présent, nous n'avons pas tenu compte des conditions expérimentales, à savoir : d'une part, la source est atténuée avant d'être reliée aux chaînes de mesure, et d'autre part, la mesure consiste notamment à amplifier le signal. Il est donc nécessaire de savoir si ces éléments vont modifier la statistique poissonnienne de la source, et comment. Nous commencerons donc, dans le paragraphe suivant, par décrire un amplificateur (et un atténuateur) de manière quantique, et étudier leur rôle sur les corrélations de puissance. Puis nous décrirons les petits changements de montage faits pour cette expérience. Enfin, nous présenterons les résultats expérimentaux.

9.3 Rôle et description des amplificateurs linéaires et des atténuateurs

Nous allons voir comment décrire un amplificateur ou un atténuateur de manière rigoureuse en calculant les grandeurs **mesurées**. Nous allons donc tenir compte de l'atténuation et de l'amplification, et toujours "ramener ces grandeurs à l'entrée" en divisant la puissance moyenne par le gain G_{moy} de la chaîne, et les fluctuations de puissance par le gain au carré. Nous verrons comment intervient le bruit des amplificateurs ainsi que le bruit thermique ajouté par les atténuateurs dans le cas d'une source monochromatique, ainsi que dans le cas d'une source thermique.

Dans un premier temps, nous allons décrire un amplificateur ou un atténuateur en termes d'opérateurs bosoniques, puis nous verrons leur effet sur la puissance moyenne mesurée. Ensuite, nous étudierons le bruit en sortie d'un tel élément, ou de plusieurs éléments placés en série dans le montage, dans le cas d'une source thermique ou d'une source monochromatique. Enfin, nous récapitulerons les résultats théoriques.

9.3.1 Amplificateur et atténuateur : action sur les opérateurs bosoniques \hat{a} et sur la puissance moyenne

Opérateurs de sortie \hat{b}

Pour décrire un élément, de gain G (pouvant être supérieur ou inférieur à 1 suivant qu'il s'agit d'un amplificateur ou d'un atténuateur) en termes d'opérateurs, on introduit les opérateurs d'entrée \hat{a} , et les opérateurs de sortie \hat{b} , qui sont tous deux des opérateurs d'annihilation de photons. Les relations entre ces opérateurs doivent être telles que :

- d'une part le nombre moyen de photons sortant et le nombre moyen de photons entrant soient reliés par le gain G de cet élément
- d'autre part que les relations de commutations bosoniques soient vérifiées à l'entrée comme à la sortie : $[\hat{a}, \hat{a}^\dagger] = [\hat{b}, \hat{b}^\dagger] = 1$.

Il est alors nécessaire d'introduire des opérateurs \hat{F} et \hat{F}^\dagger pour pouvoir écrire les relations suivantes [83],[84] :

$$\begin{aligned}\hat{b} &= \sqrt{G}\hat{a} + \hat{F} \\ \hat{b}^\dagger &= \sqrt{G}\hat{a}^\dagger + \hat{F}^\dagger\end{aligned}$$

La conservation des lois de commutation imposent alors aux opérateurs \hat{F} la relation suivante :

$$[\hat{F}, \hat{F}^\dagger] = 1 - G \quad (9.9)$$

On distingue alors deux cas, suivant que le gain est inférieur à 1 (cas d'un atténuateur) ou supérieur à 1 (cas d'un amplificateur).

- **Cas $G > 1$, amplificateur**

On introduit les opérateurs \hat{f} et \hat{f}^\dagger tels que : $\hat{F} = \sqrt{G-1}\hat{f}^\dagger$ et $\hat{F}^\dagger = \sqrt{G-1}\hat{f}$. Alors les opérateurs \hat{f} et \hat{f}^\dagger vérifient les lois de commutation bosoniques $[\hat{f}, \hat{f}^\dagger] = 1$. On a donc les relations suivantes :

$$\hat{b} = \sqrt{G}\hat{a} + \sqrt{G-1}\hat{f}^\dagger \quad (9.10)$$

$$\hat{b}^\dagger = \sqrt{G}\hat{a}^\dagger + \sqrt{G-1}\hat{f} \quad (9.11)$$

- **Cas $G < 1$, atténuateur**

De la même manière que pour un amplificateur, on pose : $\hat{F} = \sqrt{1-G}\hat{f}$ et $\hat{F}^\dagger = \sqrt{1-G}\hat{f}^\dagger$. On a encore $[\hat{f}, \hat{f}^\dagger] = 1$, et les relations suivantes entre les opérateurs entrants et sortants :

$$\hat{b} = \sqrt{G}\hat{a} + \sqrt{1-G}\hat{f} \quad (9.12)$$

$$\hat{b}^\dagger = \sqrt{G}\hat{a}^\dagger + \sqrt{1-G}\hat{f}^\dagger \quad (9.13)$$

Les opérateurs \hat{f} ainsi définis sont des opérateurs bosoniques, agissant sur les états issus d'un réservoir supplémentaire représentant le bruit introduit par le dispositif étudié : \hat{f} annihile un photon incident venant de ce réservoir, et \hat{f}^\dagger en crée un. Le schéma d'un tel dispositif fait intervenir un troisième "contact" en plus de l'entrée et la sortie, comme on peut le voir sur le schéma de droite de la figure (9.7). Les opérateurs \hat{a} et \hat{f} commutent, puisqu'ils n'agissent pas sur le même espace.

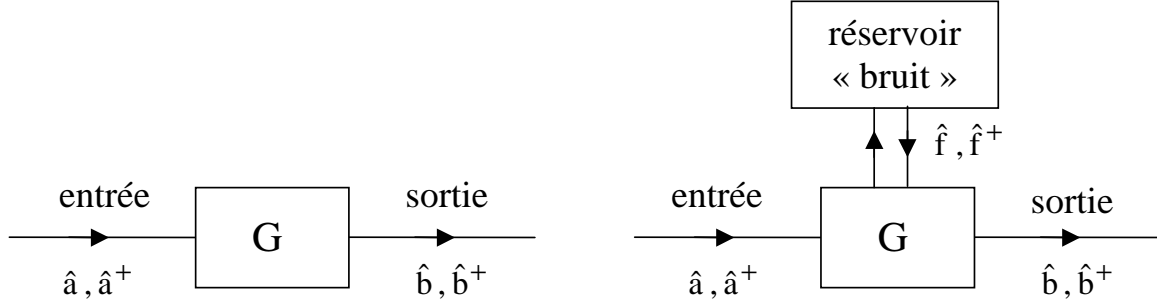


FIG. 9.7 – À gauche, schématisation “intuitive” d’un amplificateur, à droite, on a introduit un réservoir supplémentaire, représentant le bruit introduit par l’élément de gain G , pouvant être un atténuateur ou un amplificateur.

Dans la suite, nous décrirons le réservoir “bruit” par un mélange statistique d’états nombre. Adoptons à nouveau une description discrète des modes électromagnétiques du circuit. Alors tous les opérateurs \hat{a} , \hat{b} et \hat{f} sont indicés par l , lorsqu’ils annihilent un photon dans le mode l . Les états sur lesquels agissent les opérateurs \hat{f}_l s’écrivent : $|n_1, \dots, n_l, \dots\rangle_b$. L’indice b (comme bruit) a été introduit pour ne pas confondre ces états avec ceux d’entrée sur lesquels agissent les opérateurs \hat{a} , qui sont notés sans indice. Cet état $|n_1, \dots, n_l, \dots\rangle_b$ est occupé avec la probabilité $P_{th,b}(n_1) \dots P_{th,b}(n_l) \dots$. La distribution de probabilité $P_{th,b}$ est donnée par la température T_b du réservoir introduisant le bruit. Nous verrons ultérieurement le lien entre la température de bruit des amplificateurs T_N mesurée et cette température T_b . Autrement dit, nous allons désormais décrire un état entrant du système par le produit tensoriel de deux états, l’un décrivant l’état de la source, l’autre décrivant l’état du “bruit” : $|entrée\rangle |bruit\rangle$. On a les relations suivantes :

$$\begin{aligned} {}_b\langle n_1, \dots, n_l, \dots | \hat{f}_i | n_1, \dots, n_l, \dots \rangle_b &= 0 \\ {}_b\langle n_1, \dots, n_l, \dots | \hat{f}_i^\dagger | n_1, \dots, n_l, \dots \rangle_b &= 0 \\ {}_b\langle n_1, \dots, n_l, \dots | \hat{f}_i^\dagger \hat{f}_i | n_1, \dots, n_l, \dots \rangle_b &= n_i \end{aligned}$$

Dans la suite, nous nous intéresserons aux moyennes d’opérateurs $\langle \hat{B} \rangle$ faisant intervenir les opérateurs \hat{b}_l de sortie de l’élément étudié. Il s’agit toujours (comme au paragraphe 9.2) de moyennes statistiques, mais cette fois, les états quantiques sont ceux de l’entrée et du réservoir de bruit : $\langle \hat{B} \rangle = \text{Tr}(\rho \hat{B})$.

Puissance moyenne en sortie

Nous allons maintenant calculer le nombre moyen de photons en sortie d’un élément de gain G , en utilisant le formalisme de la seconde quantification. Il vaut : $\langle \hat{N}_0 \rangle = \sum_n \langle \hat{b}_n^\dagger \hat{b}_n \rangle$.

• Cas $G > 1$, amplificateur

On a vu (équation (9.10)) que $\hat{b}_n = \sqrt{G} \hat{a}_n + \sqrt{G-1} \hat{f}_n^\dagger$. On en déduit donc que :

$$\begin{aligned} \langle \hat{b}_n^\dagger \hat{b}_n \rangle &= \langle (\sqrt{G} \hat{a}_n^\dagger + \sqrt{G-1} \hat{f}_n) (\sqrt{G} \hat{a}_n + \sqrt{G-1} \hat{f}_n^\dagger) \rangle \\ &= G \langle \hat{a}_n^\dagger \hat{a}_n \rangle + (G-1) \langle \hat{f}_n \hat{f}_n^\dagger \rangle \\ &= G \langle \hat{a}_n^\dagger \hat{a}_n \rangle + (G-1) (1 + \langle n_{n,b} \rangle) \end{aligned}$$

Introduisons quelques notations supplémentaires. On pose :

$$\begin{aligned}\langle N_{n,b} \rangle &= (G-1)(1 + \langle n_{n,b} \rangle) \\ \langle m_{n,b} \rangle &= \frac{\langle N_{n,b} \rangle}{G} = \frac{G-1}{G}(1 + \langle n_{n,b} \rangle)\end{aligned}$$

$\langle N_{n,b} \rangle$ représente le bruit ajouté par l'amplificateur dans le mode n , à sa sortie, et ce bruit ramené à l'entrée de l'amplificateur est $\langle m_{n,b} \rangle$. On peut alors écrire le nombre total de photons en sortie de l'élément étudié :

$$\begin{aligned}\langle \hat{N}_0 \rangle &= G \langle \hat{N}_0 \rangle_{\text{entrée}} + \sum_n \langle N_{n,b} \rangle \\ &= G \left(\langle \hat{N}_0 \rangle_{\text{entrée}} + \sum_n \langle m_{n,b} \rangle \right)\end{aligned}$$

Si l'on passe à une description continue des modes électromagnétiques et que l'on s'intéresse maintenant à la puissance moyenne en sortie en fonction de la puissance moyenne à l'entrée de l'amplificateur, il vient :

$$\langle P_{\text{out}} \rangle = G P_{\text{entrée}} + G \int \langle m_b(\nu) \rangle (h\nu) d\nu$$

Par convention, nous avons choisi de toujours présenter les résultats en ramenant les grandeurs mesurées à l'entrée de la chaîne de mesure. Nous avons toujours noté $\langle P_{in} \rangle$ la puissance moyenne mesurée et ramenée à l'entrée. Elle vaut :

$$\langle P_{in} \rangle = P_{\text{entrée}} + \int \langle m_b(\nu) \rangle (h\nu) d\nu$$

La température de bruit des amplificateurs a été définie à partir de l'ordonnée à l'origine de la droite donnant la puissance moyenne $\langle P_{in} \rangle$ en fonction de la puissance injectée $P_{\text{entrée}}$ par :

$$k_B T_N \Delta F = \int \langle m_b(\nu) \rangle (h\nu) d\nu$$

En fait, la température de bruit de l'amplificateur correspond au bruit qu'il introduit en sortie, ramené à l'entrée. Vu l'égalité ci-dessus, on peut dire que T_N serait la température décrivant la distribution d'équilibre des $\langle m_b(\nu) \rangle$. Or on constate que cette grandeur ne correspond pas à la température T_b du réservoir de bruit que l'on a introduit, et qui décrit la distribution d'équilibre des $\langle n_b(\nu) \rangle$. En effet, nous avons vu que :

$$\langle m_b(\nu) \rangle = \frac{G-1}{G}(1 + \langle n_b(\nu) \rangle)$$

Imaginons un amplificateur idéal, où le réservoir "bruit" serait dans l'état vide, donc tel que $\langle n_b(\nu) \rangle = 0$, soit $T_b = 0$. Alors on aurait $\langle m_b(\nu) \rangle = \frac{G-1}{G} \neq 0$. On en déduit donc que même un amplificateur de gain $G > 1$ idéal rajoute un bruit ($T_N \neq 0$), dû aux fluctuations quantiques du vide associé au réservoir "bruit". De manière générale, la température de bruit T_N que l'on introduit ne correspond pas à la température T_b du réservoir "bruit".

Par contre, lorsque $G \gg 1$, ce qui est le cas dans notre montage, et lorsque $k_B T_N \gg h\nu$, ce qui est également le cas, alors $\langle n_b(\nu) \rangle \gg 1$, et donc $\langle m_b(\nu) \rangle \simeq \langle n_b(\nu) \rangle$. On en déduit que $T_N \simeq T_b$.

Examinons maintenant le cas d'un atténuateur.

• **Cas $G < 1$, atténuateur**

Pour un atténuateur, nous avons (équation (9.12)) $\hat{b}_n = \sqrt{G}\hat{a}_n + \sqrt{1-G}\hat{f}_n$. On obtient donc pour le nombre moyen de photons en sortie de l'atténuateur :

$$\begin{aligned}\langle \hat{b}_n^\dagger \hat{b}_n \rangle &= G \langle \hat{a}_n^\dagger \hat{a}_n \rangle + (1-G) \langle \hat{f}_n^\dagger \hat{f}_n \rangle \\ &= G \langle \hat{a}_n^\dagger \hat{a}_n \rangle + (1-G) \langle n_{n,b} \rangle\end{aligned}$$

Ici encore, nous introduisons les notations suivantes :

$$\begin{aligned}\langle N_{n,b} \rangle &= (1-G) \langle n_{n,b} \rangle \\ \langle m_{n,b} \rangle &= \frac{\langle N_{n,b} \rangle}{G} = \frac{1-G}{G} \langle n_{n,b} \rangle\end{aligned}$$

Alors les expressions concernant l'atténuateur sont identiques à celles de l'amplificateur :

$$\begin{aligned}\langle \hat{N}_0 \rangle &= G \langle \hat{N}_0 \rangle_{\text{entrée}} + \sum_n \langle N_{n,b} \rangle \\ &= G \left(\langle \hat{N}_0 \rangle_{\text{entrée}} + \sum_n \langle m_{n,b} \rangle \right)\end{aligned}\tag{9.14}$$

Cependant, cette fois, les grandeurs $\langle m \rangle$ et $\langle N \rangle$ sont proportionnelles à $\langle n \rangle$, et si on suppose l'atténuateur parfait, c'est-à-dire que le réservoir "bruit" est dans l'état vide, alors $\langle n_{n,b} \rangle = 0$ et $\langle m_{n,b} \rangle = \langle N_{n,b} \rangle = 0$. On a simplement $\langle \hat{N}_0 \rangle = G \langle \hat{N}_0 \rangle_{\text{entrée}}$. De manière générale, pour l'atténuateur, on peut réécrire l'équation (9.14) sous la forme :

$$\langle \hat{N}_0 \rangle = G \langle \hat{N}_0 \rangle_{\text{entrée}} + (1-G) \sum_n \langle n_{n,b} \rangle$$

Ecrivons ceci en termes de puissance, en passant à une description continue de l'énergie :

$$\langle P_{\text{out}} \rangle = G P_{\text{entrée}} + (1-G) \int \langle n_b(\nu) \rangle (h\nu) d\nu$$

Cette fois, le terme $\int \langle n_b(\nu) \rangle (h\nu) d\nu$ correspond bien à la puissance du bruit thermique injecté par le réservoir "bruit" à la température T_b , qui est donc la température réelle de l'atténuateur. Si $k_B T_b \gg h\nu$, alors ce terme s'écrit $k_B T_b \Delta F$ et on a le résultat intuitif suivant (voir annexe F) :

$$\langle P_{\text{out}} \rangle = G P_{\text{entrée}} + (1-G) k_B T_b \Delta F$$

Enfin, si l'on écrit les grandeurs ramenées à l'entrée :

$$\begin{aligned}\langle P_{\text{in}} \rangle &= P_{\text{entrée}} + \frac{1-G}{G} \int \langle n_b(\nu) \rangle (h\nu) d\nu \\ \langle P_{\text{in}} \rangle &= P_{\text{entrée}} + \int \langle m_b(\nu) \rangle (h\nu) d\nu\end{aligned}\tag{9.15}$$

Ainsi, nous avons vu l'influence d'un amplificateur et d'un atténuateur sur la puissance moyenne des photons. Nous avons vu que leur rôle se décrit de manière tout à fait similaire en introduisant

les grandeurs $\langle N_{n,b} \rangle$ et $\langle m_{n,b} \rangle$ décrivant le bruit que ces éléments ajoutent respectivement à leur sortie, et ramené à leur entrée :

$$\begin{aligned} \langle \hat{N}_0 \rangle &= G \langle \hat{N}_0 \rangle_{\text{entrée}} + \sum_n \langle N_{n,b} \rangle \\ &= G \left(\langle \hat{N}_0 \rangle_{\text{entrée}} + \sum_n \langle m_{n,b} \rangle \right) \end{aligned}$$

Cependant, une différence essentielle est qu'un amplificateur même idéal rajoute un bruit au signal d'entrée (dès que son gain est supérieur à 1), contrairement à un atténuateur, dont le bruit ajouté est directement relié à sa propre température. Placé à température nulle, un atténuateur ne rajoute pas de bruit au signal d'entrée et l'atténue simplement.

Maintenant, nous allons nous intéresser à l'effet de ces deux éléments sur les fluctuations du nombre de photons, en autocorrélation.

9.3.2 Bruit en sortie d'un amplificateur ou atténuateur

On s'intéresse désormais à la quantité habituelle intervenant dans le calcul d'autocorrélation en sortie d'un élément de gain G :

$$\langle \Delta \hat{N}_{n,p} \Delta \hat{N}_{m,q} \rangle = \langle \hat{b}_n^\dagger \hat{b}_{n+p} \hat{b}_m^\dagger \hat{b}_{m+q} \rangle - \langle \hat{b}_n^\dagger \hat{b}_{n+p} \rangle \langle \hat{b}_m^\dagger \hat{b}_{m+q} \rangle$$

Nous allons effectuer ce calcul dans le cas d'un amplificateur. Dans le cas d'un atténuateur, les calculs se font d'une manière tout-à-fait similaire, et on aboutit au même résultat à condition d'introduire les notations du paragraphe précédent $\langle N_{n,b} \rangle$.

Commençons par calculer les moyennes à deux opérateurs. Puisque les opérateurs \hat{a} et \hat{f} commutent, il reste :

$$\begin{aligned} \langle \hat{b}_n^\dagger \hat{b}_{n+p} \rangle &= G \langle \hat{a}_n^\dagger \hat{a}_{n+p} \rangle + (G-1) \langle \hat{f}_n \hat{f}_{n+p}^\dagger \rangle \\ &= G \langle \hat{a}_n^\dagger \hat{a}_{n+p} \rangle + (G-1) \delta_{p,0} (1 + \langle n_{n,b} \rangle) \end{aligned}$$

En effet, puisque l'on décrit le réservoir "bruit" par un mélange statistique d'états nombre, il est nécessaire d'avoir autant de fois l'opérateur \hat{f} dans un mode que \hat{f}^\dagger pour que la valeur moyenne de l'opérateur considéré soit non nulle. Faisons maintenant les moyennes à quatre opérateurs, en ne conservant que les termes faisant intervenir un nombre pair de fois \hat{a} et un nombre pair de fois \hat{f} :

$$\begin{aligned} \langle \hat{b}_n^\dagger \hat{b}_{n+p} \hat{b}_m^\dagger \hat{b}_{m+q} \rangle &= \langle \left(\sqrt{G} \hat{a}_n^\dagger + \sqrt{G-1} \hat{f}_n \right) \\ &\quad \left(\sqrt{G} \hat{a}_{n+p} + \sqrt{G-1} \hat{f}_{n+p}^\dagger \right) \\ &\quad \left(\sqrt{G} \hat{a}_m^\dagger + \sqrt{G-1} \hat{f}_m \right) \\ &\quad \left(\sqrt{G} \hat{a}_{m+q} + \sqrt{G-1} \hat{f}_{m+q}^\dagger \right) \rangle \\ \langle \hat{b}_n^\dagger \hat{b}_{n+p} \hat{b}_m^\dagger \hat{b}_{m+q} \rangle &= G^2 \langle \hat{a}_n^\dagger \hat{a}_{n+p} \hat{a}_m^\dagger \hat{a}_{m+q} \rangle \\ &+ G(G-1) \langle \hat{a}_n^\dagger \hat{a}_{n+p} \rangle \langle \hat{f}_m \hat{f}_{m+q}^\dagger \rangle \\ &+ G(G-1) \langle \hat{a}_n^\dagger \hat{a}_{m+q} \rangle \langle \hat{f}_{n+p} \hat{f}_m^\dagger \rangle \\ &+ (G-1)^2 \langle \hat{f}_n \hat{f}_{n+p}^\dagger \hat{f}_m \hat{f}_{m+q}^\dagger \rangle \\ &+ G(G-1) \langle \hat{f}_n \hat{f}_{n+p}^\dagger \rangle \langle \hat{a}_m^\dagger \hat{a}_{m+q} \rangle \\ &+ G(G-1)^2 \langle \hat{f}_n \hat{f}_{m+q}^\dagger \rangle \langle \hat{a}_{n+p} \hat{a}_m^\dagger \rangle \end{aligned}$$

Maintenant, exprimons les moyennes sur les opérateurs \hat{f} , et retranchons le produit des valeurs moyennes à deux opérateurs. On obtient :

$$\begin{aligned}\langle \Delta \hat{N}_{n,p} \Delta \hat{N}_{m,q} \rangle &= G^2 \langle \Delta \hat{N}_{n,p} \Delta \hat{N}_{m,q} \rangle_{\text{entrée}} \\ &+ G(G-1) \delta_{n+p,m} \langle n_{m,b} \rangle \langle \hat{a}_n^\dagger \hat{a}_{m+q} \rangle \\ &+ G(G-1) \delta_{n,m+q} (1 + \langle n_{n,b} \rangle) \langle \hat{a}_{n+p} \hat{a}_m^\dagger \rangle \\ &+ (G-1)^2 \langle \Delta \hat{F}_{n,p} \Delta \hat{F}_{m,q} \rangle\end{aligned}$$

Dans cette expression, nous avons noté :

$$\begin{aligned}\langle \Delta \hat{F}_{n,p} \Delta \hat{F}_{m,q} \rangle &= \langle \hat{f}_n \hat{f}_{n+p}^\dagger \hat{f}_m \hat{f}_{m+q}^\dagger \rangle - \langle \hat{f}_n \hat{f}_{n+p}^\dagger \rangle \langle \hat{f}_m \hat{f}_{m+q}^\dagger \rangle \\ &= \delta_{n,m+q} \delta_{p+q,0} (1 + \langle n_{n,b} \rangle) \langle n_{n+p,b} \rangle\end{aligned}$$

On en déduit finalement l'expression des fluctuations du nombre de photons à basse fréquence en faisant la somme de ces expressions sur n et m , puis en prenant $p+q=0$, et enfin en faisant tendre p vers 0. On suit exactement la même démarche que lorsque l'on fait les calculs sur les grandeurs à l'entrée. On obtient finalement :

$$\begin{aligned}\langle \Delta \hat{N}_0 \Delta \hat{N}_{-0} \rangle &= G^2 \langle \Delta \hat{N}_0 \Delta \hat{N}_{-0} \rangle_{\text{entrée}} \\ &+ G(G-1) \sum_n \langle \hat{a}_n^\dagger \hat{a}_n \rangle (1 + 2\langle n_{n,b} \rangle) \\ &+ G(G-1) \sum_n (1 + \langle n_{n,b} \rangle) \\ &+ (G-1)^2 \sum_n \langle n_{n,b} \rangle (1 + \langle n_{n,b} \rangle)\end{aligned}$$

Réécrivons cette relation en ne faisant plus intervenir les $\langle n_{n,b} \rangle$, mais les notations introduites précédemment $\langle N_{n,b} \rangle$. On obtient :

$$\begin{aligned}\langle \Delta \hat{N}_0 \Delta \hat{N}_{-0} \rangle &= G^2 \langle \Delta \hat{N}_0 \Delta \hat{N}_{-0} \rangle_{\text{entrée}} \\ &+ G \sum_n \langle \hat{a}_n^\dagger \hat{a}_n \rangle (1 - G + 2\langle N_{n,b} \rangle) \\ &+ \sum_n \langle N_{n,b} \rangle (1 + \langle N_{n,b} \rangle)\end{aligned} \tag{9.16}$$

On peut montrer que l'on obtient rigoureusement la même formule dans le cas de l'atténuateur (en ayant bien entendu pris la définition adaptée des $\langle N_{n,b} \rangle$ que l'on rappelle :

pour un amplificateur : $\langle N_{n,b} \rangle = (G-1)(1 + \langle n_{n,b} \rangle)$

pour un atténuateur : $\langle N_{n,b} \rangle = (1-G)\langle n_{n,b} \rangle$.

L'effet de l'amplificateur (resp. l'atténuateur) est donc d'une part d'amplifier (resp atténuer) les corrélations en entrée, ce qui correspond au premier terme de droite de l'égalité (9.16). D'autre part, l'amplificateur (resp. atténuateur) rajoute une constante indépendante du signal injecté à l'entrée de l'amplificateur, et qui correspond au dernier terme de droite de l'égalité précédente. Enfin, on constate qu'il existe un terme supplémentaire, qui couple l'état d'entrée de l'amplificateur (resp. atténuateur) et le bruit qu'il introduit.

Dans le paragraphe suivant, nous allons appliquer ces résultats dans le cas d'une source thermique amplifiée, et d'une source monochromatique amplifiée. Nous verrons, dans ce dernier cas, que le terme de couplage entre l'entrée de l'amplificateur et son bruit est responsable de l'augmentation du facteur de Fano.

9.3.3 Bruit d'une source thermique, et d'une source monochromatique amplifiée et/ou atténuée

Source thermique amplifiée

Rappelons que dans le cas de la source thermique, nous avons les résultats déjà présentés au paragraphe 9.2.1 :

$$\begin{aligned}\langle \Delta \hat{N}_0 \Delta \hat{N}_{-0} \rangle_{entrée} &= \sum_n \langle n_n \rangle (1 + \langle n_n \rangle) \\ \langle \hat{a}_n^\dagger \hat{a}_n \rangle &= \langle n_n \rangle\end{aligned}$$

où on a noté $\langle n_n \rangle$ le nombre moyen de particules dans le mode n , c'est-à-dire la fonction de Bose-Einstein évaluée à l'énergie du mode n . En remplaçant ces expressions dans l'équation (9.16), on obtient :

$$\begin{aligned}\langle \Delta \hat{N}_0 \Delta \hat{N}_{-0} \rangle &= \sum_n (G \langle n_n \rangle + \langle N_{n,b} \rangle) (1 + G \langle n_n \rangle + \langle N_{n,b} \rangle) \\ &= \sum_n G (\langle n_n \rangle + \langle m_{n,b} \rangle) (1 + G (\langle n_n \rangle + \langle m_{n,b} \rangle))\end{aligned}$$

Adoptons une description continue de l'énergie, et passons au cas général où le gain G dépend de la fréquence ν (ou de l'indice n du mode). On trouve :

$$\langle \Delta P_{out}^2 \rangle = 2 \int G(\nu) (f + \langle m_b \rangle) (1 + G(f + \langle m_b \rangle)) (h\nu)^2 d\nu$$

Dans cette équation, f est la fonction de Bose-Einstein de la source thermique utilisée, et $\langle m_b(\nu) \rangle$ est le bruit ajouté par l'amplificateur, ramené à l'entrée. Introduire une température de bruit $T_N(\nu)$ revient à considérer $\langle m_b(\nu) \rangle$ comme une distribution de Bose-Einstein à la température $T_N(\nu)$. Dans nos expériences, la température de la source thermique est telle que $k_B T \gg h\nu$, donc la fonction de Bose-Einstein est simplement égale à $k_B T / h\nu$, et de plus, on peut négliger le terme 1 devant $G(f + \langle m_b \rangle)$. On peut écrire :

$$\langle \Delta P_{out}^2 \rangle \simeq 2 \int G^2(\nu) [k_B(T + T_N)]^2 d\nu$$

Si l'on suppose que la température de bruit des amplificateurs ne dépend pas de la fréquence (ce qui est le cas dans la bande de fréquences utilisée d'après les données du constructeur), on peut finalement écrire :

$$\langle \Delta P_{out}^2 \rangle \simeq 2 G_{moy}^2 [k_B(T + T_N)]^2 \Delta F$$

On retrouve bien le résultat classique utilisé dans le chapitre 8 que les fluctuations de puissance sont proportionnelles au carré de la température, non pas de la source toute seule, mais de la somme de la température de la source et de la température de bruit des amplificateurs. Réécrivons ces résultats à l'entrée de la chaîne de mesure :

$$\langle \Delta P_{in}^2 \rangle = \frac{\langle \Delta P_{out}^2 \rangle}{G_{moy}^2} \simeq 2 [k_B(T + T_N)]^2 \Delta F$$

Source monochromatique amplifiée

Dans le cas d'une source quasi-monochromatique, nous avons vu au paragraphe 9.2.2 que :

$$\begin{aligned}\langle \Delta \hat{N}_0 \Delta \hat{N}_{-0} \rangle_{\text{entrée}} &= \sum_n |\alpha_n|^2 \\ \langle \hat{a}_n^\dagger \hat{a}_n \rangle &= |\alpha_n|^2\end{aligned}$$

Remplaçons ces grandeurs par leurs expressions dans l'équation (9.16), et tenons compte de la dépendance du gain G avec la fréquence ν (ou avec n). Il vient, en sortie de l'amplificateur :

$$\begin{aligned}\langle \Delta \hat{N}_0 \Delta \hat{N}_{-0} \rangle &= \sum_n G |\alpha_n|^2 (1 + 2\langle N_{n,b} \rangle) \\ &+ \sum_n \langle N_{n,b} \rangle (1 + \langle N_{n,b} \rangle)\end{aligned}$$

Les fluctuations de puissance s'écrivent alors :

$$\langle \Delta P_{\text{out}}^2 \rangle = 2 \int G |\alpha|^2 (1 + 2G\langle m_b(\nu) \rangle) (h\nu)^2 d\nu + 2 \int G\langle m_b(\nu) \rangle (1 + G\langle m_b(\nu) \rangle) (h\nu)^2 d\nu$$

La fonction $|\alpha|^2$ étant très piquée autour de ν_0 , la fréquence centrale de la source, on peut écrire que :

$$\begin{aligned}\langle \Delta P_{\text{out}}^2 \rangle &\simeq 2G(\nu_0)(h\nu_0)(1 + 2G(\nu_0)\langle m_b(\nu_0) \rangle) \int |\alpha|^2(h\nu) d\nu \\ &+ 2 \int G\langle m_b(\nu) \rangle (1 + G\langle m_b(\nu) \rangle) (h\nu)^2 d\nu\end{aligned}$$

Or la puissance à l'entrée s'écrit : $P_{\text{entrée}} = \int |\alpha|^2(h\nu) d\nu$. On peut donc finalement écrire :

$$\begin{aligned}\langle \Delta P_{\text{out}}^2 \rangle &\simeq 2G(\nu_0)(h\nu_0)(1 + 2G(\nu_0)\langle m_b(\nu_0) \rangle) P_{\text{entrée}} \\ &+ 2 \int G\langle m_b(\nu) \rangle (1 + G\langle m_b(\nu) \rangle) (h\nu)^2 d\nu\end{aligned}$$

Comme nous l'avons déjà mentionné, $G \gg 1$, et $\langle m_b \rangle \gg 1$, et si nous ramenons cette expression à l'entrée de la chaîne en divisant par $G(\nu_0)^2$, il vient :

$$\begin{aligned}\langle \Delta P_{\text{in}}^2 \rangle &\simeq 2(h\nu_0)(2\langle m_b(\nu_0) \rangle) P_{\text{entrée}} \\ &+ 2 \frac{1}{G(\nu_0)^2} \int G^2 \langle m_b(\nu) \rangle^2 (h\nu)^2 d\nu\end{aligned}$$

Les fluctuations de puissance observées dépendent toujours linéairement de la puissance à l'entrée, mais la pente n'est pas ce que l'on attendait $2h\nu_0$, elle est multipliée par le facteur de Fano $\mathcal{F} = 2\langle m_b(\nu_0) \rangle$. Dans notre cas, nous avons vu que le bruit ramené à l'entrée correspond à une température T_N de l'ordre de $7K$. Pour une fréquence de mesure de $1.5GHz$, on obtient donc un facteur de Fano de $2\langle m_b(\nu_0) \rangle \simeq 2k_B T_N / h\nu_0 \simeq 200$, au lieu d'un simple facteur 1 si l'on ne tient pas compte du bruit introduit par les amplificateurs !

Jusqu'à présent, nous n'avons pas tenu compte du fait que le signal de la source était atténué avant d'arriver sur la chaîne de mesure. Dans le paragraphe suivant, nous allons étudier l'effet sur le bruit de deux éléments de gains G_1 et G_2 placés en série.

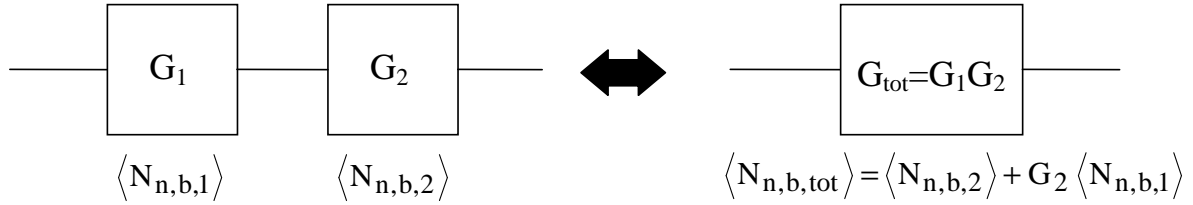


FIG. 9.8 – Schéma de la mise en série de deux éléments de gains G_1 et G_2 , et de bruits $\langle N_{n,b,1} \rangle$ et $\langle N_{n,b,2} \rangle$. L'ensemble peut être décrit de manière équivalente (pour la puissance moyenne comme pour le bruit en sortie) par un seul élément de gain $G_{tot} = G_1 G_2$ et de bruit $\langle N_{n,b,tot} \rangle = \langle N_{n,b,2} \rangle + G_2 \langle N_{n,b,1} \rangle$.

9.3.4 Deux éléments en série

Considérons deux éléments, amplificateur ou atténuateur, placés en série. On peut effectuer simplement les calculs précédents en deux étapes, et finalement exprimer le bruit en sortie du système en fonction des opérateurs bosoniques à l'entrée du premier élément. On obtient :

$$\begin{aligned}
 \langle \Delta \hat{N}_0 \Delta \hat{N}_{-0} \rangle &= (G_1 G_2)^2 \langle \Delta \hat{N}_0 \Delta \hat{N}_{-0} \rangle_{\text{entrée}} \\
 &+ G_1 G_2 \sum_n \langle \hat{a}_n^\dagger \hat{a}_n \rangle (1 - G_1 G_2 + 2(\langle N_{n,b,2} \rangle + G_2 \langle N_{n,b,1} \rangle)) \\
 &+ \sum_n (\langle N_{n,b,2} \rangle + G_2 \langle N_{n,b,1} \rangle) (1 + \langle N_{n,b,2} \rangle + G_2 \langle N_{n,b,1} \rangle)
 \end{aligned}$$

On voit qu'on obtient une équation semblable à (9.16), mais cette fois avec le gain total $G_{tot} = G_1 G_2$, et le bruit total $\langle N_{n,b,tot} \rangle = \langle N_{n,b,2} \rangle + G_2 \langle N_{n,b,1} \rangle$. Il y a donc une sorte d'additivité du bruit lorsque l'on met en série plusieurs éléments. Le résultat est schématisé sur la figure (9.8).

9.3.5 Cas expérimental : source monochromatique atténuée, une chaîne d'amplification

Dans notre expérience, nous commençons par atténuer la source RF en plaçant un atténuateur de 100 dB à une température de 4.2 K. Puis nous amplifions le signal par une chaîne d'amplification comportant elle-même plusieurs amplificateurs et plusieurs atténuateurs. Cependant, cette chaîne a été étalonnée dans son ensemble, si bien que nous avons déterminé son gain total $G_{chaîne}$ qui est de l'ordre de 10^8 , et son bruit total $\langle N_{b,chaîne} \rangle = G_{chaîne} \langle m_{b,chaîne} \rangle$. Son bruit correspond, d'après les mesures d'étalonnage, à une température de bruit d'environ 7 K (nous nous limitons ici à une description approximative : nous prenons des ordres de grandeurs, communs à chacune des chaînes). On peut donc schématiser la situation par la figure (9.9). Le gain total (atténuation et amplification) vaut $D_{att} G_{chaîne}$, et le bruit total vaut :

$$\begin{aligned}
 \langle N_b \rangle &= \langle N_{b,chaîne} \rangle + G_{chaîne} \langle N_{b,att} \rangle \\
 &= G_{chaîne} (\langle m_{b,chaîne} \rangle + \langle N_{b,att} \rangle) \\
 \langle m_b \rangle &= \langle m_{b,chaîne} \rangle + \langle N_{b,att} \rangle
 \end{aligned}$$

On rappelle que $\langle m_{b,chaîne} \rangle$ est la distribution de Bose à la température $T_{N,chaîne} \simeq 7 K$, et que $\langle N_{b,att} \rangle = (1 - D_{att}) \langle n_{b,att} \rangle$, où $\langle n_{b,att} \rangle$ est la distribution de Bose à la température $T_{att} = 4.2 K$ de l'atténuateur. On a d'une part $D_{att} = 10^{-10} \ll 1$, et d'autre part $k_B T_{N,b}$ et $k_B T_{att}$

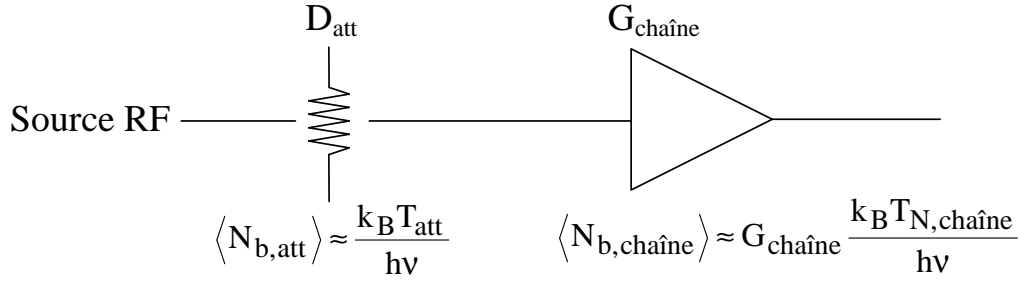


FIG. 9.9 – Schéma de l'utilisation de la source RF : elle est d'abord atténuée de 100 dB, puis amplifiée par la chaîne de mesure. On peut donc assimiler l'ensemble à un seul amplificateur de gain $D_{att}G_{chaîne}$ et de bruit $\langle N_b \rangle = \langle N_{b,chaîne} \rangle + G_{chaîne} \langle N_{b,att} \rangle$, avec $\langle N_{b,att} \rangle \simeq k_B T_{att} / h\nu$, et $\langle N_{b,chaîne} \rangle \simeq G_{chaîne} k_B T_{N,chaîne} / h\nu$.

qui sont très grand devant $h\nu$, ν étant la fréquence de mesure (on rappelle que $h\nu \sim 100 \text{ mK}$), on peut écrire finalement que :

$$\langle m_b(\nu_0) \rangle = \left(\frac{k_B(T_{N,chaîne} + T_{att})}{h\nu_0} \right) \quad (9.17)$$

En ce qui concerne la puissance moyenne mesurée ramenée à l'entrée de la chaîne, nous aurons le résultat suivant :

$$\begin{aligned} \langle P_{in} \rangle &= \frac{\langle P_{out} \rangle}{G_{chaîne}(\nu_0)} = D_{att} P_{source} + \frac{1}{G_{chaîne}(\nu_0)} \int G \langle m_b(\nu) \rangle (h\nu) d\nu \\ &= D_{att} P_{source} + \frac{G_{moy,chaîne}}{G_{chaîne}(\nu_0)} k_B(T_{N,chaîne} + T_{att}) \Delta F \end{aligned} \quad (9.18)$$

Tous les graphiques expérimentaux présentés par la suite (dans le paragraphe 9.5) auront en abscisse la grandeur $D_{att}P_{source} = 10^{-10} P_{source}$, ou bien $D_{att}P_{source} / 2$ dans le cas du séparateur.

En ce qui concerne l'autocorrélation de puissance, nous aurons en sortie de chaîne :

$$\begin{aligned} \langle \Delta P_{in}^2 \rangle &= 2(h\nu_0) \mathcal{F} D_{att} P_{source} + 2 \frac{1}{G_{chaîne}(\nu_0)^2} \int G^2 \langle m_b \rangle^2 (h\nu)^2 d\nu \\ &= 2(h\nu_0) \mathcal{F} D_{att} P_{source} + 2 \frac{G_{moy,chaîne}^2}{G_{chaîne}(\nu_0)^2} [k_B(T_{N,chaîne} + T_{att})]^2 \Delta F \end{aligned} \quad (9.19)$$

où le facteur de Fano \mathcal{F} vaut :

$$\begin{aligned} \mathcal{F} &= 2 \langle m_b(\nu_0) \rangle \\ \mathcal{F} &= 2 \frac{k_B(T_{N,chaîne} + T_{att})}{h\nu_0} \end{aligned}$$

Calculons un ordre de grandeur de \mathcal{F} . Les atténuateurs sont placés à $T_{att} = T_0 = 4.2 \text{ K}$, et on prend toujours $T_N \simeq 7 \text{ K}$. Alors, pour une fréquence RF $\nu_0 = 1.5 \text{ GHz}$, on trouve $\mathcal{F} \simeq 310$.

$\langle P_{in} \rangle$	$=$	$D_{att} P_{source} + \frac{G_{moy, chaîne}}{G_{chaîne}(\nu_0)} k_B (T_N + T_{att}) \Delta F$
$\langle \Delta P_{in}^2 \rangle$	$=$	$2 (h\nu_0) \mathcal{F} D_{att} P_{source} + cste$
$\langle \Delta P_{in1} \Delta P_{in2} \rangle$	$=$	0

TAB. 9.1 – Expressions théoriques .

9.3.6 Récapitulatif des résultats théoriques

Récapitulons les résultats essentiels de cette partie théorique concernant la source monochromatique. Les formules principales concernant la puissance moyenne, l'autocorrélation et les corrélations de puissance, ramenées à l'entrée, sont présentées dans le tableau (9.1).

Les résultats essentiels sont les suivants :

- L'autocorrélation en puissance reste bien proportionnelle à la puissance $D_{att} P_{source}$ injectée, mais avec un facteur de proportionnalité bien plus grand que celui attendu si l'on ne tient pas compte du bruit des amplificateurs. Le facteur d'augmentation est le facteur de Fano, qu'on estime dans notre expérience à environ 300.
- Par ailleurs, une caractéristique de la statistique poissonnienne est la nullité des corrélations croisées. Cette propriété reste inchangée en présence d'atténuation ou d'amplification.

Nous allons maintenant décrire les changements de montage, puis nous comparerons les résultats expérimentaux aux expressions théoriques du tableau (9.1).

9.4 Modifications du montage expérimental

9.4.1 Atténuation du signal délivré par la source

La source utilisée délivre des puissances supérieures à -10 dBm . Or le système d'amplification et de détection des photons est extrêmement sensible et ne tolérerait pas de telles puissances. C'est pourquoi, afin de tester la statistique de cette source, il est nécessaire dans un premier temps de l'atténuer. Pour cela, nous avons placé à froid plusieurs atténuateurs, dont l'atténuation totale est de 100 dB . On peut dire que l'atténuateur a une transmission $D_{att} = 10^{-10}$. Alors le signal en sortie de l'atténuateur est égal à la somme du signal de sortie de la source multiplié par D_{att} et du bruit émis par l'atténuateur (placé à 4.2 K), comme nous l'avons vu au paragraphe précédent. Nous renvoyons le lecteur à l'annexe F pour un modèle de l'atténuateur en termes de matrice de diffusion.

En résumé, le montage expérimental d'injection de la RF par la source est schématisé sur la figure (9.10). La puissance à la sortie de l'atténuateur s'écrit :

$$\begin{aligned}
 P &= 10^{-10} P_{source} + (1 - 10^{-10}) k_B T_{att} \Delta F \\
 &\simeq 10^{-10} P_{source} + k_B T_{att} \Delta F
 \end{aligned} \tag{9.20}$$

Ici, les atténuateurs sont placés dans l'hélium liquide, donc $T_{att} = T_0 = 4.2 \text{ K}$.

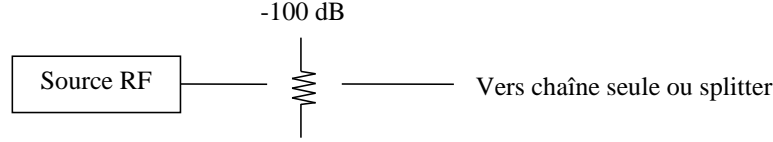


FIG. 9.10 – Schéma de l'atténuation de la source RF : on place un atténuateur de 100 dB à une température $T_0 = 4.2 K$. Une fois atténué, le signal est envoyé soit vers une chaîne de mesure, soit vers le séparateur.

Sur tous les graphiques présentés dans ce chapitre, nous tracerons toutes les grandeurs en fonction de la puissance de la source après atténuation : la grandeur en abscisse est $D_{att}P_{source} = 10^{-10}P_{source}$.

9.4.2 Filtrage

Dans la partie précédente, nous avons vu que les atténuateurs injectent un bruit thermique, dont la puissance sera d'autant plus importante que la bande de fréquences de mesure est large (bruit proportionnel à ΔF). De plus, on retrouve le même problème dans le cas du montage avec le séparateur : la présence d'une résistance de 50Ω émettant un bruit thermique, de puissance proportionnelle à ΔF . Pour diminuer l'importance relative de ce bruit, par rapport au signal de la source, qui est lui monochromatique, on intercale entre les amplificateurs cryogéniques et la chaîne d'amplification à $300 K$ des filtres plus étroits que les filtres utilisés précédemment.

Nous avons utilisé trois bandes de fréquences différentes qui sont approximativement les suivantes (voir tableau (9.2) pour des résultats précis) :

- une bande de largeur 190 MHz autour de 1.5 GHz (filtres A1 et A2)
- une bande de largeur 170 MHz autour de 1.7 GHz (filtres B1 et B2)
- une bande de largeur 155 MHz autour de 1.2 GHz (filtres C1 et C2)

Pour chacun des filtres, nous avons étalonné les chaînes d'amplification de manière précise, avec l'analyseur de réseau. Nous ne présentons ici que le résultat de la calibration de la chaîne 1 avec le filtre A1. Nous avons déjà présenté l'étalonnage du filtre A1 seul sur la figure (7.9). La figure (9.11) donne le coefficient S_{21} de la matrice de scattering de la chaîne totale avec le filtre A1, ce qui correspond au gain, en fonction de la fréquence. Les deux courbes représentent la même grandeur, celle de gauche en unités logarithmiques, celle de droite en échelle linéaire. Comme pour l'étalonnage des chaînes en l'absence de filtre étroit, on détermine le gain moyen $G_{moy A1}$ et la largeur de la bande passante ΔF_{A1} en écrivant :

$$\begin{aligned} \int G^2 d\nu &= G_{moy A1}^2 \Delta F_{A1} \\ \int G d\nu &= G_{moy A1} \Delta F_{A1} \end{aligned}$$

Les résultats concernant les différents filtres sont résumés dans le tableau (9.2).

Nous avons vu que la présentation des résultats utilise les grandeurs ramenées à l'entrée. Or dans le cas d'une source monochromatique, il est naturel de définir ces grandeurs comme nous l'avons fait pour l'équation (9.18) : on divise la puissance moyenne par la valeur du gain de la chaîne à la fréquence ν_0 (et les autocorrélations par ce gain au carré). L'étalonnage de la chaîne à l'analyseur de réseau permet d'avoir accès à la grandeur $G_{chaîne}(\nu_0)$. Cependant, comme on peut le voir sur la figure (9.11), le gain en fonction de la fréquence est une courbe d'apparence très bruitée. Ce bruit peut soit être un réel bruit temporel, soit résulter d'oscillations très rapides de G avec la fréquence qui seraient dues à des réflexions multiples. Dans ce dernier

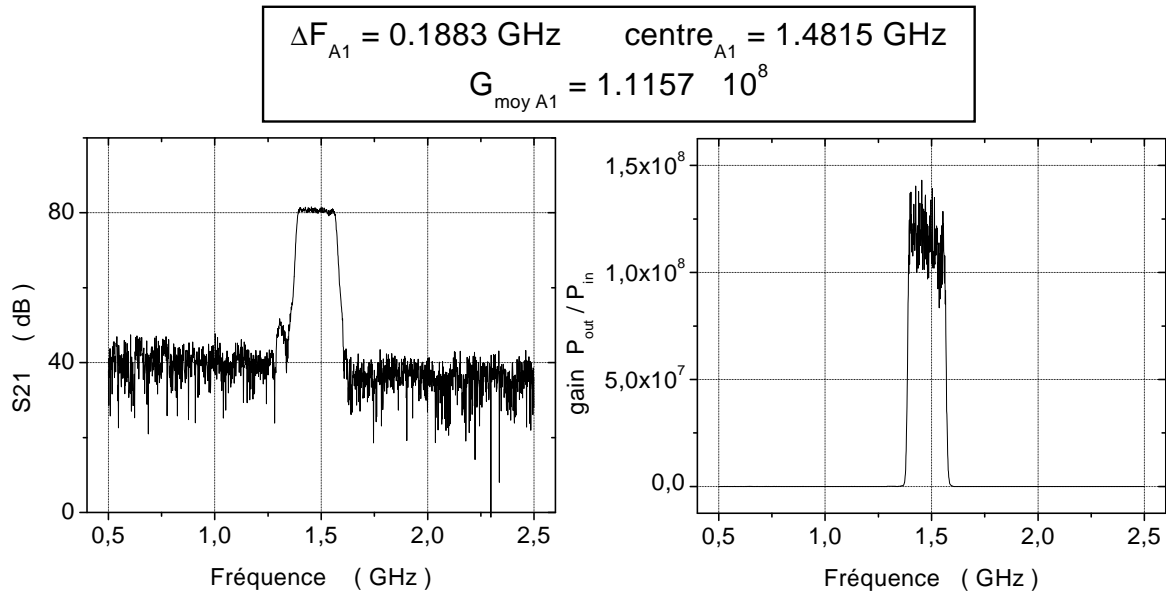


FIG. 9.11 – Test à l’analyseur de réseau de la chaîne d’amplification 1 en présence du filtre étroit A1. A gauche, le coefficient S_{21} , c’est-à-dire le gain de la chaîne, est tracé en fonction de la fréquence en échelle logarithmique. A droite, le gain est tracé en échelle linéaire.

Filtre	ΔF	centre	G_{moy}
Filtre A1	0.1883 GHz	1.481 GHz	$1.1157 \cdot 10^8$
Filtre A2	0.1936 GHz	1.487 GHz	$0.8850 \cdot 10^8$
Filtre B1	0.1734 GHz	1.710 GHz	$0.9937 \cdot 10^8$
Filtre B2	0.1673 GHz	1.707 GHz	$0.8306 \cdot 10^8$
Filtre C1	0.1508 GHz	1.197 GHz	$0.6966 \cdot 10^8$
Filtre C2	0.1640 GHz	1.196 GHz	$0.5854 \cdot 10^8$

TAB. 9.2 – Valeurs des bandes passantes et des gains de chacune des chaînes, en présence des différents filtres

cas, puisque l’on déconnecte et reconnecte des câbles entre l’étalonnage et la mesure, la valeur précise $G_{\text{chaîne}}(\nu_0)$ a pu changer. C’est la raison pour laquelle nous avons ramené les grandeurs à l’entrée en utilisant non pas la valeur du gain à la fréquence ν_0 mesurée à l’analyseur de réseau, mais la valeur moyenne du gain sur la bande passante. On a donc calculé :

$$\langle P_{\text{in}} \rangle = \frac{\langle P_{\text{out}} \rangle}{G_{\text{moy,chaîne}}}$$

$$\langle \Delta P_{\text{in}}^2 \rangle = \frac{\langle \Delta P_{\text{out}}^2 \rangle}{G_{\text{moy,chaîne}}^2}$$

Sur la courbe de droite de la figure (9.11), on voit que la valeur réelle du gain à la fréquence ν_0 se situe autour de $G_{\text{moy,chaîne}}$ à $\pm 20\%$. Par conséquent, les résultats quantitatifs concernant la puissance moyenne auront cette incertitude, et ceux concernant les corrélations auront une incertitude deux fois plus grande, puisque le gain intervient au carré.

9.5 Résultats expérimentaux

Dans ce paragraphe, nous allons présenter les résultats expérimentaux concernant la source monochromatique. Dans un premier temps, nous avons fait des mesures avec une seule chaîne, et ensuite, nous avons étudié le cas où le faisceau incident est divisé en deux par un séparateur. Dans chacun des cas, nous étudierons d'abord la puissance moyenne afin de vérifier qu'on obtient une pente en accord avec le gain de chacune des chaînes. Puis nous étudierons les fluctuations de puissance en sortie de chaîne et nous verrons que les résultats obtenus correspondent bien à la statistique poissonnienne attendue.

9.5.1 Chaîne seule

Puissance moyenne

Nous avons fait des mesures de puissance moyenne en sortie de chaîne avec les filtres A. La fréquence d'émission de la source est alors de 1.50 GHz . Sur la figure (9.12) sont présentés les résultats : nous avons tracé la puissance moyenne mesurée ramenée à l'entrée en fonction de $D_{att}P_{source}$. Rappelons que la puissance ramenée à l'entrée s'obtient en divisant par le gain moyen de la chaîne $G_{moy,chaîneA}$. On obtient bien des points parfaitement alignés pour chacune des chaînes. Un ajustement linéaire des données expérimentales donne une pente de 1.02 pour la voie 1, et de 1.09 pour la voie 2, en accord avec la pente théorique de 1 à laquelle on s'attend, compte tenu de l'incertitude sur $G_{chaîne}(1.50\text{ GHz})$.

A partir de l'ordonnée à l'origine de ces deux droites, on peut déduire la température de bruit totale $T_{N,tot}$, qui doit être la somme $T_{N,chaîne} + T_{att} = T_{N,chaîne} + T_0$. On obtient :

$$\begin{aligned} T_{N,tot1} &= 17.3\text{ K} \\ T_{N,tot2} &= 23.2\text{ K} \end{aligned}$$

Sachant que la température de l'atténuateur doit être de 4.2 K , et que la température de bruit des chaînes totales est de l'ordre de 7 K , ces résultats sont plus élevés que ce à quoi on s'attend.

Autocorrélations de puissance

Sur la figure (9.13) sont présentés les résultats expérimentaux correspondant aux mesures d'autocorrélation de puissance. Nous avons tracé, pour chacune des voies, $\langle \Delta P_{in}^2 \rangle$ en unité de puissance, c'est-à-dire $\langle \Delta P_{in}^2 \rangle / 2h\nu_0$, en fonction de $D_{att}P_{source}$, avec :

$$\langle \Delta P_{in}^2 \rangle = \langle \Delta P_{out}^2 \rangle / G_{moy,chaîne}^2$$

On s'attend à une relation linéaire entre ces deux grandeurs, conformément à ce que donne une source à statistique poissonnienne : les fluctuations de puissance dépendent linéairement de la puissance moyenne, contrairement au cas d'une source thermique pour laquelle on obtient une dépendance quadratique. Mais la pente n'est pas 1 comme on s'y attendrait si l'on ne tient pas compte du bruit introduit par l'atténuation et l'amplification, mais est donnée par le facteur de Fano :

$$\mathcal{F} = 2k_B(T_N + T_0)/h\nu_0$$

(voir tableau récapitulatif (9.1)). On constate sur la figure (9.13) que l'on obtient bien une relation linéaire entre ces deux grandeurs. Les pentes mesurées sont :

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_1 &= 354 \\ \mathcal{F}_2 &= 516 \end{aligned}$$

CHAINES SEULES, Filtres A - 1.50 GHz Puissance moyenne

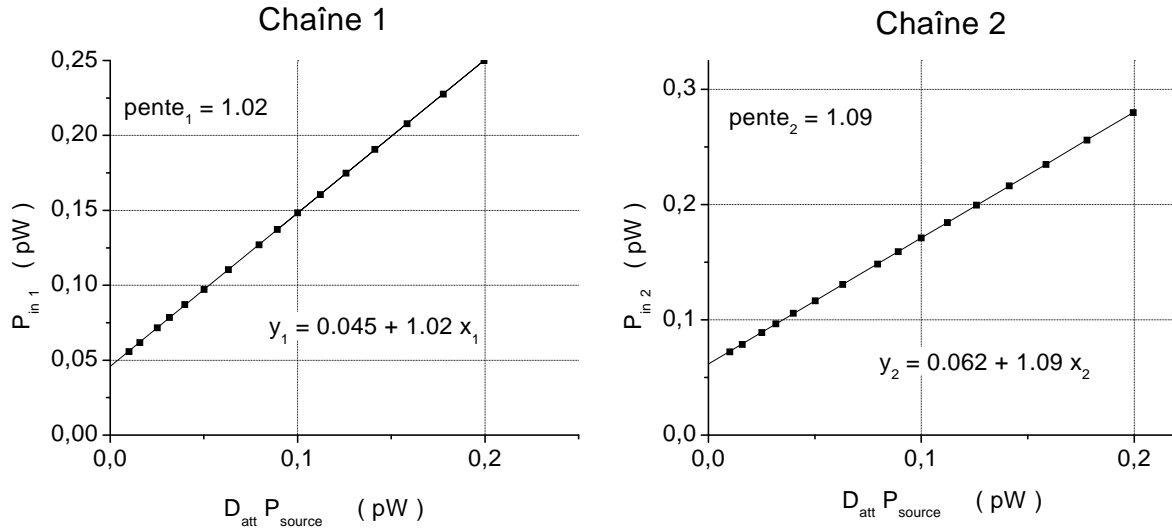


FIG. 9.12 – Puissance mesurée, ramenée à l’entrée, en fonction de $D_{att}P_{source} = 10^{-10}P_{source}$, lorsque la source RF est reliée à une seule chaîne de mesure. Ces mesures ont été faites en présence des filtres étroits A1 et A2 sur les chaînes 1 et 2. A gauche sont présentés les résultats de la chaîne 1 et à droite ceux de la chaîne 2. On obtient une pente égale à 1, conformément à ce que l’on attend (tableau (9.1)).

Les mesures de puissance moyenne nous ont permis de déterminer la température de bruit $T_{N,tot} = T_N + T_0$. On peut alors calculer le facteur de Fano correspondant à cette valeur $\mathcal{F} = 2k_B T_{N,tot} / h\nu_0$, et comparer cette valeur au facteur de Fano mesuré. On trouve :

$$\begin{aligned} 2 \frac{k_B T_{N,tot 1}}{h\nu_0} &= 481 \\ 2 \frac{k_B T_{N,tot 2}}{h\nu_0} &= 645 \end{aligned}$$

Ces valeurs du facteur de Fano diffèrent d’environ 30% des valeurs mesurées. Peut-être est-ce dû à l’erreur faite sur $G_{chaîne}(\nu_0)$.

9.5.2 Séparateur

La source monochromatique est d’abord atténuée (toujours de 100 dB). Un séparateur fournit ensuite deux faisceaux. Enfin le signal de chaque faisceau est amplifié par la chaîne de mesure. Nous avons vu que le fait de mettre un atténuateur et un amplificateur en série peut se décrire par un seul élément, dont le gain est le produit des gains, et le bruit est une addition “pondérée” des bruits des éléments séparés (voir paragraphe 9.3.5).

Or un séparateur peut se décrire en termes de matrice de diffusion, et l’opérateur de sortie \hat{b} peut s’écrire en fonction de l’opérateur d’entrée \hat{a} et de l’opérateur correspondant au bruit ajouté par le séparateur \hat{f} . Le bruit ajouté par le séparateur correspond au signal émis par la résistance de 50 Ω située à l’intérieur du séparateur, et donc placée à 4.2 K.

$$\hat{b} = \sqrt{D_s} \hat{a} + \sqrt{1 - D_s} \hat{f}$$

CHAINES SEULES, Filtres A - 1.50 GHz Corrélations

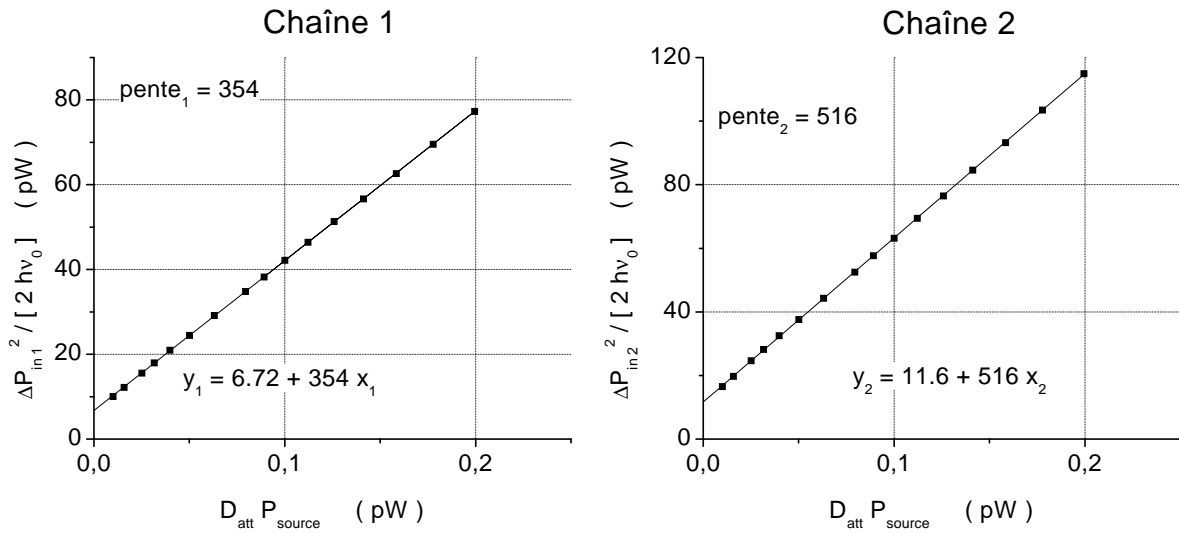


FIG. 9.13 – Autocorrélations de puissance mesurées et ramenées à l'entrée, exprimées en termes de puissance, dans le cas où la source RF est reliée à une seule chaîne de mesure (contenant les filtres étroits A1 pour la chaîne 1 ou A2 pour la chaîne 2). On obtient des corrélations qui sont proportionnelles à la puissance émise par la source, ce qui est typique d'une source à statistique poissonnienne. La pente est en accord avec les prévisions théoriques, à moins de 10% près.

Cette relation est tout-à-fait semblable à celle caractérisant un atténuateur, de coefficient d'atténuation D_s , avec ici $D_s = 1/2$. Par conséquent, il n'est pas nécessaire de refaire tous les calculs, et on peut directement dire que, en autocorrélation, tout se passe comme si l'on avait un seul "amplificateur" (placé après la source), de gain :

$$G_{total} = D_{att} D_s G_{chaîne}$$

et dont le bruit total vaut :

$$\langle N_{b,total} \rangle = \langle N_{b,chaîne} \rangle + G_{chaîne} \langle N_{b,s} \rangle + D_s G_{chaîne} \langle N_{b,att} \rangle$$

avec :

$$\begin{aligned} \langle N_{b,chaîne} \rangle &= G_{chaîne} \langle m_{b,chaîne} \rangle \\ \langle N_{b,s} \rangle &= (1 - D_s) \langle n_{b,s} \rangle \\ \langle N_{b,att} \rangle &= (1 - D_{att}) \langle n_{b,att} \rangle \end{aligned}$$

Dans ces équations, $\langle m_{b,chaîne} \rangle$ est une distribution de Bose correspondant à la température de bruit de la chaîne $T_{N,chaîne}(\nu)$ supposée indépendante de la fréquence ; $\langle n_{b,s} \rangle$ et $\langle n_{b,att} \rangle$ sont les distributions de Bose correspondant à la température du séparateur et de l'atténuateur. Or tous deux sont placés dans l'hélium liquide, ils sont tous deux à $T_0 = 4.2 K$. On en déduit que le bruit total à la fréquence ν_0 $\langle N_{b,total}(\nu_0) \rangle$ est donné par :

$$\begin{aligned} \langle N_{b,total} \rangle &= G_{chaîne} (\langle m_{b,chaîne} \rangle + (1 - D_s) \langle n_{b,s} \rangle + D_s (1 - D_{att}) \langle n_{b,att} \rangle) \\ &= G_{chaîne} \left(\frac{k_B T_{N,chaîne}}{h\nu_0} + (1 - D_s) \frac{k_B T_0}{h\nu_0} + D_s (1 - D_{att}) \frac{k_B T_0}{h\nu_0} \right) \end{aligned}$$

Or l'atténuation $D_{att} \ll 1$, et le séparateur est tel que $D_s = 1/2$, le bruit total vaut donc :

$$\begin{aligned} \langle N_{b,total} \rangle &= G_{chaîne} \left(\frac{k_B T_{N,chaîne}}{h\nu_0} + \frac{k_B T_0}{h\nu_0} \right) \\ \langle m_{b,total} \rangle &= \left(\frac{k_B T_{N,chaîne}}{h\nu_0} + \frac{k_B T_0}{h\nu_0} \right) \end{aligned}$$

On retrouve exactement le même bruit que dans le cas d'une chaîne seule. En effet, le bruit thermique de l'atténuateur est atténué d'un facteur 2 par le séparateur, et le bruit ajouté par le séparateur est également transmis avec un facteur 1/2, donc, puisque tous deux sont à la même température, il est logique de retrouver le même bruit que lorsque l'atténuateur est seul. Par conséquent, le facteur de Fano est inchangé, et vaut toujours :

$$\mathcal{F} = 2 \langle m_{b,total} \rangle = 2 \frac{k_B (T_0 + T_{N,chaîne})}{h\nu_0}$$

Le gain est lui multiplié par le facteur $D_s = 1/2$.

Nous avons réalisé ces mesures avec les différents filtres A, B et C, correspondant aux trois fréquences d'émission suivantes de la source RF : $1.50 GHz$, $1.72 GHz$ et $1.15 GHz$. Tous les graphiques présentés sont tracés avec pour abscisse la grandeur habituelle :

$D_{att} P_{source}$.

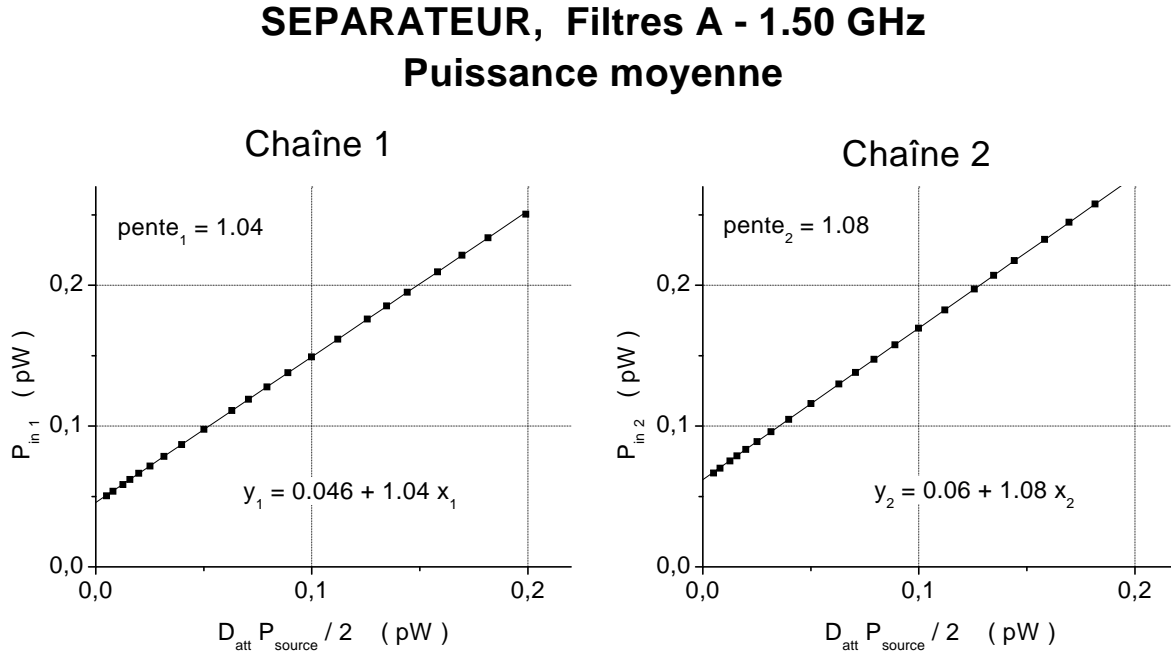


FIG. 9.14 – Puissance mesurée, ramenée à l'entrée, en fonction de $D_{att} P_{source} = 10^{-10} P_{source}$ lorsque la source RF est utilisée avec un séparateur, et les filtres A sur les chaînes d'amplification. La fréquence d'émission de la source est de 1.5 GHz . On s'attend à une pente égale à 1.

Puissance moyenne

Les résultats sont présentés sur les figures (9.14), (9.15), et (9.16). Nous avons tracé la puissance ramenée à l'entrée :

$$\langle P_{in} \rangle = \frac{\langle P_{out} \rangle}{G_{moy,chaîne}}$$

en fonction de $D_{att} P_{source} / 2$. Les pentes obtenues sont reportées dans le tableau (9.3), ainsi que les températures de bruit totales $T_{N,tot}$ déduites des ordonnées à l'origine.

Filtre (ν_0)	pente mesurée		$T_{N,tot}$	
	Chaîne 1	Chaîne 2	Chaîne 1	Chaîne 2
Filtre A (1.50 GHz)	1.04	1.08	17.7 K	22.5 K
Filtre B (1.72 GHz)	1.04	1.05	19.6 K	25.6 K
Filtre C (1.15 GHz)	0.73	0.75	28.4 K	30.0 K

TAB. 9.3 – Valeurs numériques des pentes, et des températures de bruit totales $T_{N,tot}$ de chacune des chaînes, déduites des ordonnées à l'origine des droites des figures (9.14), (9.15), et (9.16).

Corrélations : autocorrélation et corrélation croisée

Les résultats expérimentaux avec les trois filtres sont présentés sur les figures (9.17), (9.18) et (9.19). Nous avons tracé $\langle \Delta P_{in}^2 \rangle / 2h\nu_0$ en fonction de $D_{att} P_{source} / 2$. Ici encore, on constate

SEPARATEUR, Filtres B - 1.72 GHz

Puissance moyenne

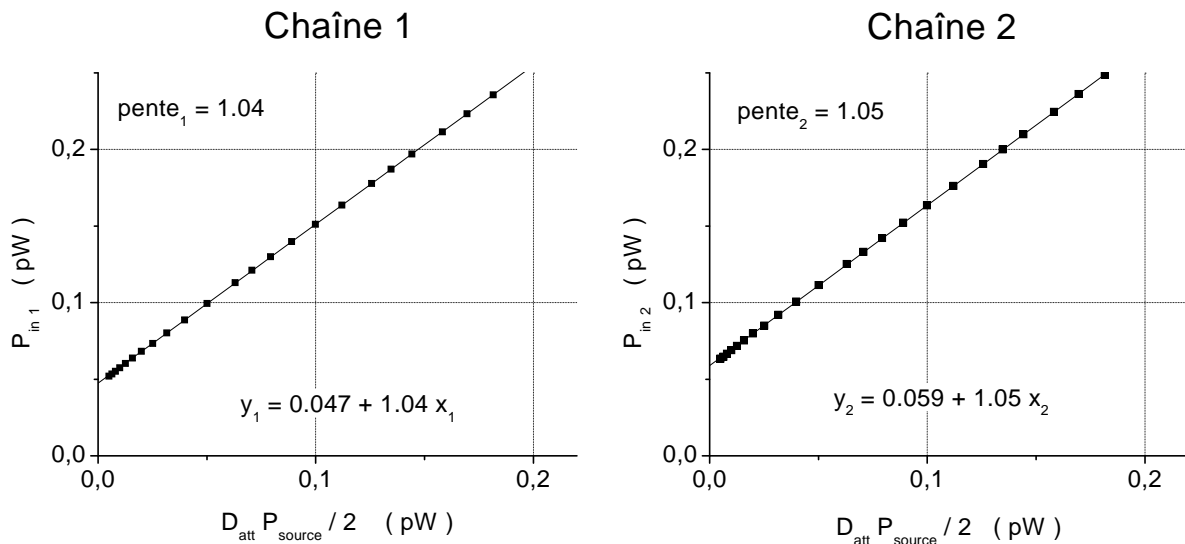


FIG. 9.15 – Les courbes ci-dessus sont obtenues dans le même cas que les courbes (9.14), mais avec les filtres B (B1 sur la chaîne 1, et B2 sur la chaîne 2). La fréquence d'émission de la source RF a été choisie égale à 1.72 GHz.

SEPARATEUR, Filtres C - 1.15 GHz

Puissance moyenne

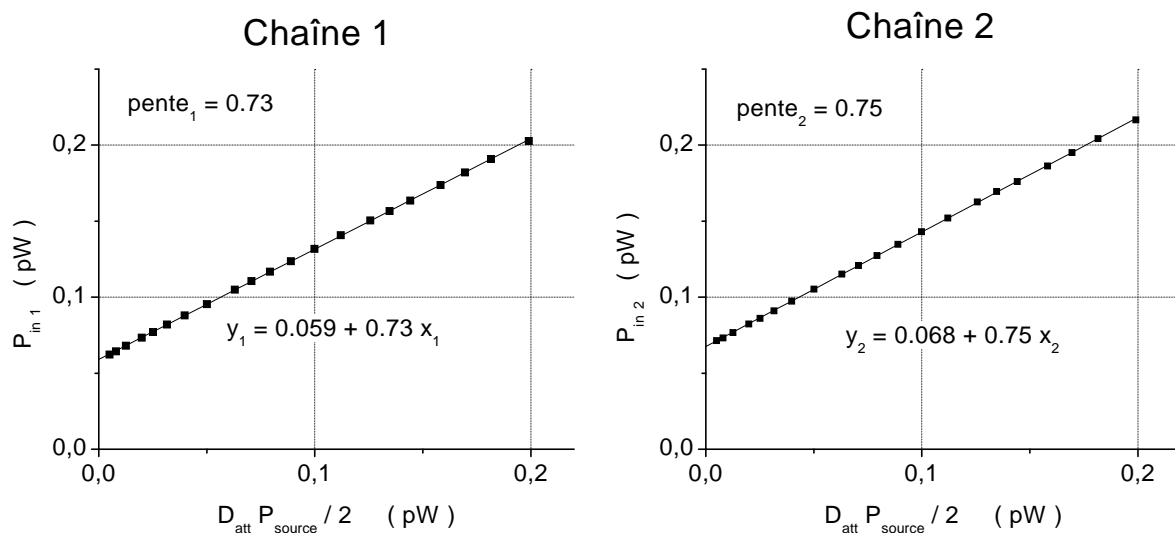


FIG. 9.16 – Courbes semblables à celles de la figure (9.14), obtenues avec les filtres C, et une fréquence d'émission de la source RF de 1.15 GHz. On obtient une pente inférieure à celle des cas précédents, car les filtres C sont de moins bonne qualité, et présentent à l'intérieur de leur bande passante, une atténuation de 1.4 dB.

qu'on obtient la bonne dépendance des fluctuations de puissance en autocorrélation en fonction de la puissance à l'entrée de chaîne. La pente obtenue est le facteur de Fano. Les valeurs de \mathcal{F} mesurées sont données dans le tableau (9.4), avec les valeurs prévues à partir des mesures de $T_{N,tot}$ du tableau (9.3). Mis à part pour les filtres C , les résultats obtenus présentent un désaccord maximal de 30%. Les filtres C donnent un facteur de Fano trois fois plus petit que prévu !

Filtre	Autocorrélations (séparateur)			
	Chaîne 1		Chaîne 2	
	$\mathcal{F}_{prévu}$	$\mathcal{F}_{mesuré}$	$\mathcal{F}_{prévu}$	$\mathcal{F}_{mesuré}$
Filtre A (1.50 GHz)	492	360	624	516
Filtre B (1.72 GHz)	476	427	619	520
Filtre C (1.15 GHz)	1030	322	1089	502

TAB. 9.4 – Valeurs des pentes mesurées en autocorrélation correspondant au facteur de Fano mesuré. Le facteur de Fano prévu correspond à $2k_B T_{N,tot}/h\nu_0$, où $T_{N,tot}$ a été déduit des mesures de puissance moyenne.

En corrélations croisées, on observe également une dépendance linéaire, mais on constate que l'ordre de grandeur des corrélations est bien inférieur à celui des autocorrélations : nous avons tracé sur la même échelle autocorrélations et corrélations croisées. Ces dernières sont bien négligeables. Le fait que les corrélations croisées augmentent avec la puissance moyenne vient peut-être du fait que lorsque la puissance de la source augmente, l'atténuateur de 100 dB chauffe. Dans ce cas, on verrait apparaître des corrélations croisées puisque les deux sources thermiques (atténuateur d'une part, et séparateur d'autre part) aux deux entrées du séparateur ne seraient pas à la même température.

SEPARATEUR, Filtres A - 1.50 GHz

Corrélations

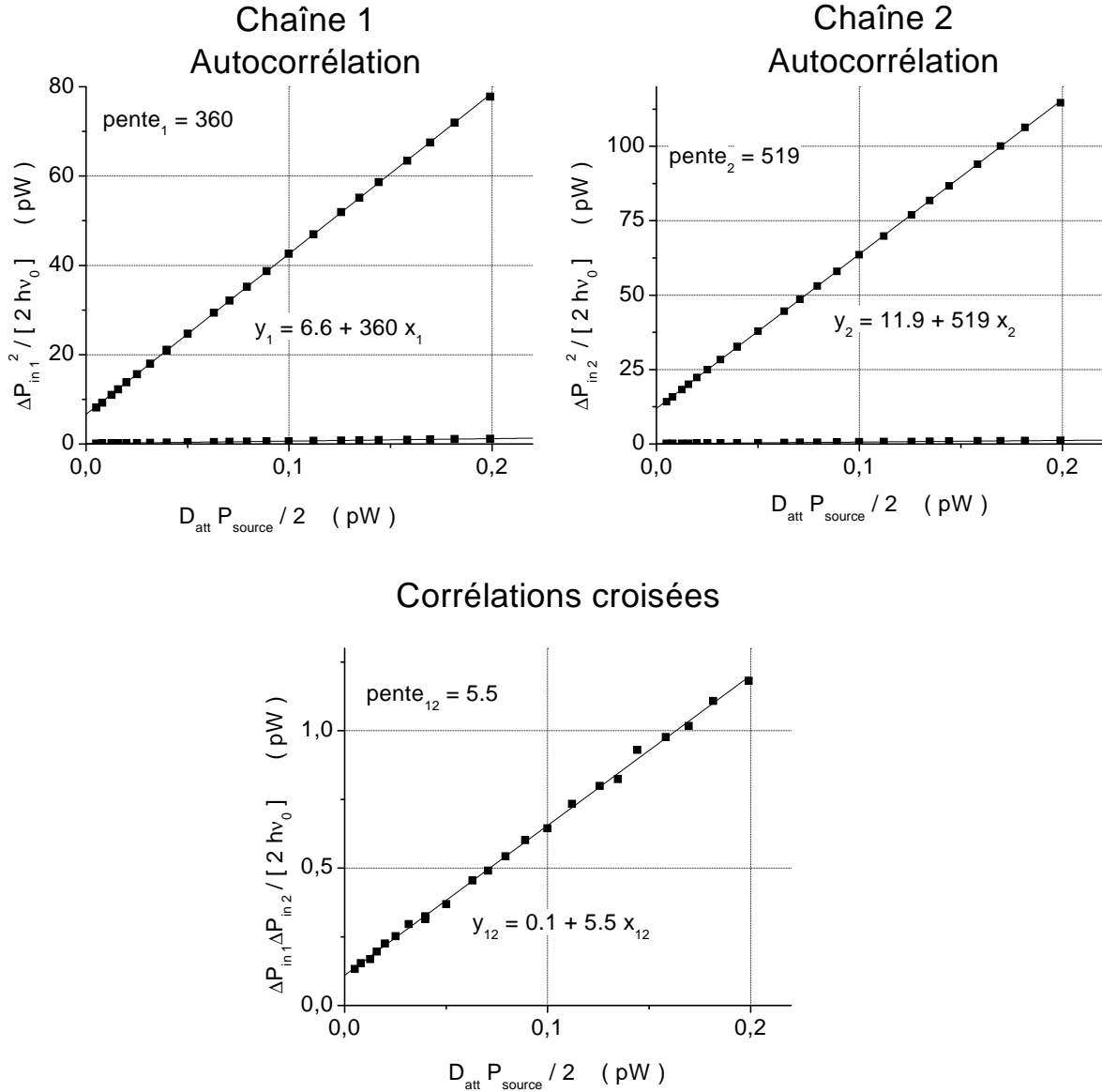


FIG. 9.17 – Autocorrélations et corrélations croisées de puissance dans le cas de la source RF avec un séparateur, en présence des filtres A sur les chaînes de mesures. La fréquence de la source est de 1.5 GHz. Les grandeurs sont ramenées à l'entrée et exprimées en termes de puissance. L'autocorrélation est bien proportionnelle à la puissance à l'entrée des amplis, en accord avec ce que l'on attend pour une statistique poissonnienne. En corrélations croisées, on observe également une dépendance linéaire, mais on constate que l'ordre de grandeur des corrélations croisées est bien inférieur à celui des autocorrélations : nous avons tracé sur la même échelle autocorrélations et corrélations croisées. On constate que ces dernières sont tout-à-fait négligeables, et on peut dire que l'absence de corrélations croisées confirme la statistique poissonnienne de la source monochromatique.

SEPARATEUR, Filtres B - 1.72 GHz Corrélations

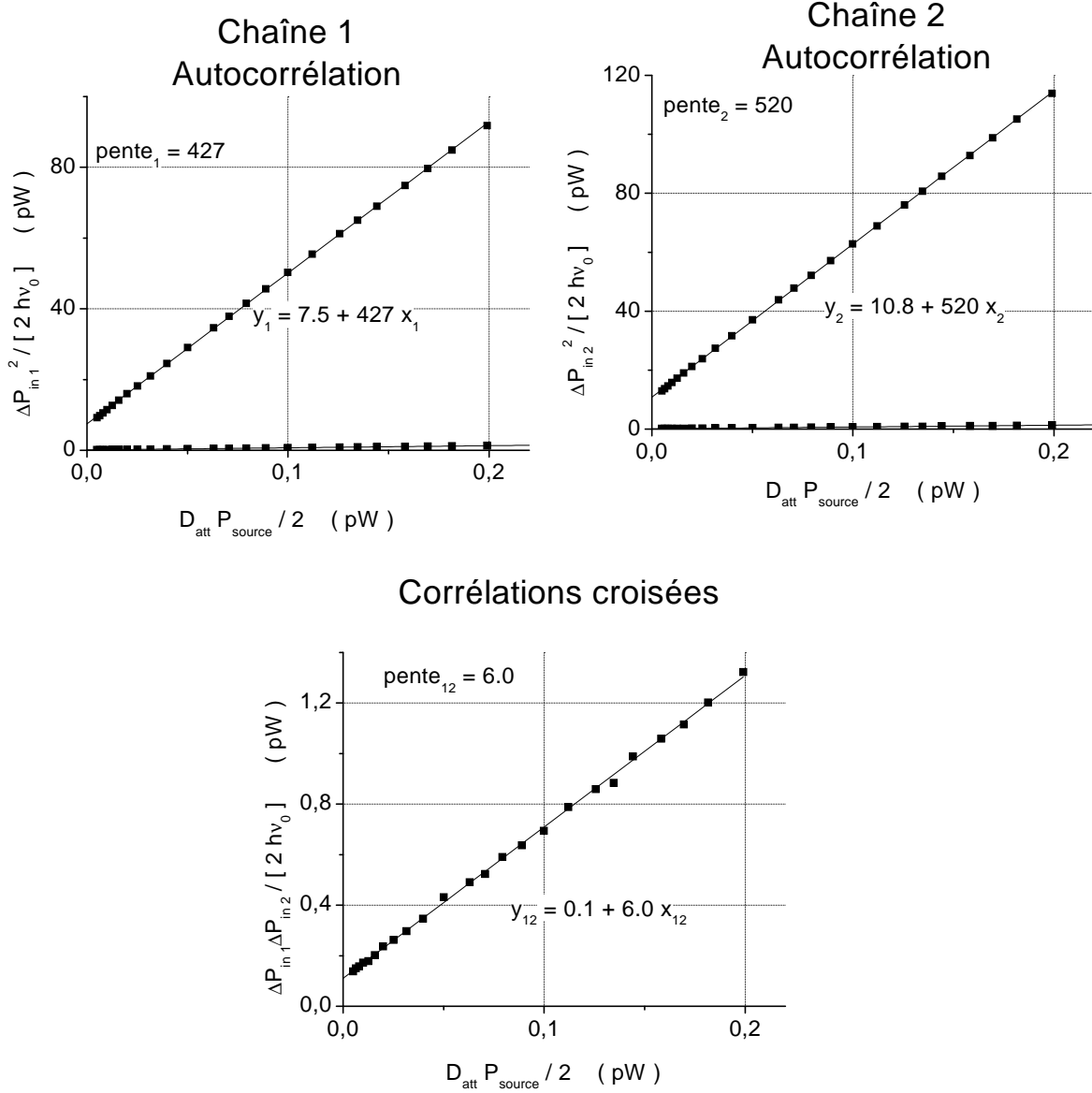


FIG. 9.18 – Courbes identiques aux courbes de la figure (9.17), mais obtenues avec les filtres B, et une fréquence d'émission de 1.72 GHz.

SEPARATEUR, Filtres C - 1.15 GHz Corrélations

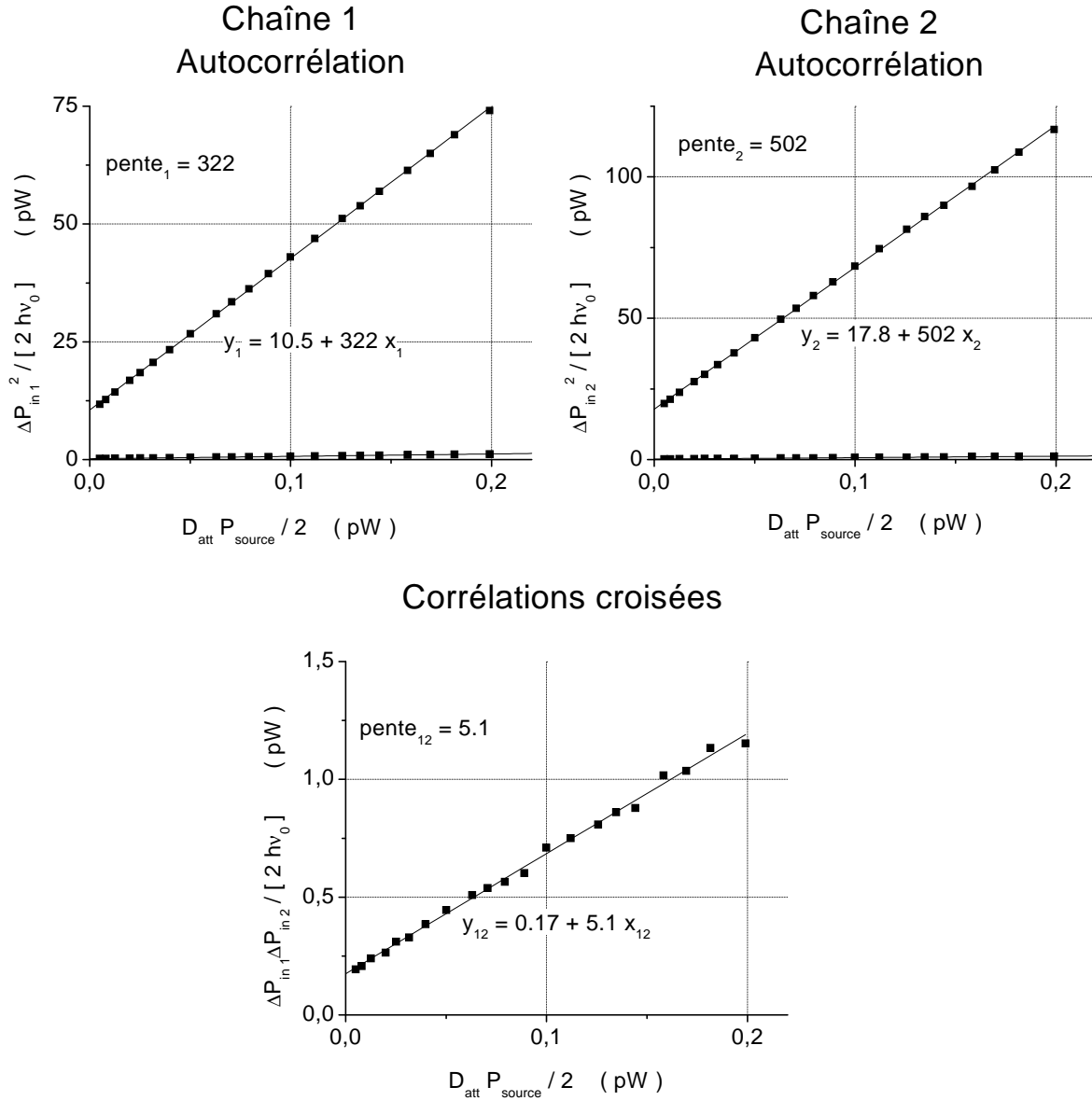


FIG. 9.19 – Courbes semblables à celles de la figure (9.17), obtenues avec les filtres C, et la source RF émettant un signal monochromatique à une fréquence de 1.15 GHz.

Chapitre 10

Conclusions et perspectives

10.1 Conclusion

Les expériences réalisées au cours de cette thèse constituent un test excellent du système de mesure, destiné à faire des mesures de bruit à haute fréquence (de l'ordre du GHz) dans un conducteur mésoscopique. Dans un premier temps, nous avons testé de manière quantitative les relations de corrélations de photons établies par la théorie de la diffusion pour des sources de photons thermiques [4], et cela dans différentes configurations, avec un nombre variable de “contacts”. Ensuite, afin de confirmer notre méthode de mesure, nous avons utilisé une source présentant une statistique différente d’une source thermique : il s’agit d’une source cohérente monochromatique. Encore une fois, nous avons obtenu un parfait accord avec les résultats théoriques, à condition de prendre en compte le bruit introduit par les amplificateurs : la source a une statistique poissonnienne, et le facteur de Fano mesuré est dû au bruit des chaînes de mesure.

10.2 Le bruit électronique comme source de photons

Une étape suivante consiste à étudier la statistique des photons émis non pas par une résistance macroscopique, mais par un conducteur mésoscopique. Nous avons vu que le moment d’ordre 2 en ce qui concerne le bruit en courant est relié au nombre moyen de photons transmis (ou de leur puissance moyenne). La mesure d’un moment d’ordre 2 électronique est relié à la mesure d’un moment d’ordre 1 photonique. Dans le montage expérimental, nous sommes capables de mesurer le moment d’ordre 2 photonique. Il est donc relié à celui d’ordre 4 électronique. Si la source de photons est le bruit de partition d’un conducteur quantique avec un canal de transmission D à température nulle, alors nous avons vu (paragraphe 1.4.2) que :

$$\langle (\Delta N_\tau)^4 \rangle - \langle (\Delta N_\tau)^2 \rangle^2 = \langle (\Delta N_\tau)^2 \rangle (1 - 4D(1 - D))$$

On peut s’attendre, vu la dualité entre le nombre de photons et les fluctuations du nombre d’électrons, à avoir¹ :

$$\langle N_{ph}^2 \rangle - \langle N_{ph} \rangle^2 = \langle N_{ph} \rangle (1 - 4D(1 - D))$$

Cela signifie que le conducteur mésoscopique serait une source de photons avec une statistique sous-poissonnienne, et en particulier, pour une transmission $D = 1/2$, il s’agirait d’une source de photons dont la variance serait nulle, donc très peu bruyante. La dualité entre fluctuations

¹Rappelons qu’une source thermique de photons est telle que : $\langle (\Delta N_{ph})^2 \rangle = \langle N_{ph} \rangle^2$.

du nombre N_τ et nombre de photons N_{ph} évoquée ci-dessus (voir paragraphe 6.1) suppose que le photodétecteur ne détecte que les photons de fréquence exactement égale à ν . En pratique, il faut tenir compte de sa fonction réponse et de sa largeur finie. De plus, il faudrait inclure une description quantique du couplage entre les fluctuations de courant et l'émission de photons dans le circuit de mesure [29, 85].

La statistique des photons produits par le bruit de partition d'un conducteur mésoscopique a été étudiée par Beenakker et Schomerus dans [29]. Les auteurs utilisent un modèle de photodétecteur parfait, celui introduit par Glauber [69], et s'intéressent au nombre de photons n détectés pendant le temps de mesure τ , et à la probabilité $P(n)$ de détecter n photons pendant τ . Ils établissent l'expression générale du nombre moyen de photons détectés $\langle n \rangle$ et de la variance de n en fonction de la matrice de diffusion du conducteur mésoscopique, à température nulle, auquel on applique une différence de potentiel V . Ils retrouvent bien le résultat connu qu'un courant classique produit des photons dont la statistique est poissonnienne [39].

10.3 Mesure des moments d'ordres supérieurs des fluctuations du courant

Dans la théorie présentée en partie 2 [4, 3], nous calculons les moments d'ordre 1 et 2 du bruit en courant dans un conducteur mésoscopique, lorsque ce dernier est polarisé en tension (nous avons toujours considéré V comme parfaitement connu et non fluctuant). Le taux d'injection des électrons sur la barrière de potentiel (ou encore fréquence d'essais) est de eV/h , et c'est le nombre d'électrons transmis qui fluctue. Or ce que nous mesurons réellement, ce sont les fluctuations de tension aux bornes de ce conducteur, en le supposant parfaitement polarisé en courant. Donc cette fois, le nombre d'électrons transmis N_t est parfaitement fixé, et c'est le potentiel V et la fréquence d'essais qui fluctuent afin de maintenir le nombre d'essais "réussis" N_t constant. Le lien entre fluctuations en tension et en courant est établi [4, 86] pour les moments d'ordre 1 et 2. Il s'agit simplement d'un facteur tenant compte de l'impédance macroscopique R_{pol} permettant l'injection du courant (voir figure (10.1)). En effet, nous avons utilisé :

$$V = \frac{1}{(1 + R_{pol}G_{éch})} I$$

$$S_V = \frac{1}{(1 + R_{pol}G_{éch})^2} S_I$$

On peut alors se demander si le lien entre bruit en courant et bruit en tension pour les moments d'ordre supérieur à 3 se réduit au facteur de normalisation $1/(1 + R_{pol}G_{éch})$ à une certaine puissance. Ce problème a été récemment étudié par Kindermann *et al.* dans [87]. Au lieu de considérer les variables conjuguées I et V , les auteurs définissent la charge transférée $Q = N_t e = \int_0^\tau I(t) dt$ et la phase accumulée $\Phi = 2\pi\phi = (e/\hbar) \int_0^\tau V(t) dt$ pendant le temps de mesure τ . Tous les moments de Q ont déjà été calculés dans le cas d'un conducteur polarisé en tension (voir partie 1.4.2, [56, 23, 24, 26]). La distribution de probabilité de N_t (noté q dans la référence [87]) à potentiel fixé V_0 , soit à ϕ_0 fixé est une loi binômiale :

$$P_{\phi_0}(N_t) = C_{\phi_0}^{N_t} D^{N_t} (1 - D)^{\phi_0 - N_t}$$

Nous avons considéré ici un conducteur avec un seul canal de transmission D . Dans le cas d'un conducteur polarisé en courant de manière parfaite (I_0 est fixé et ne fluctue pas), les moments

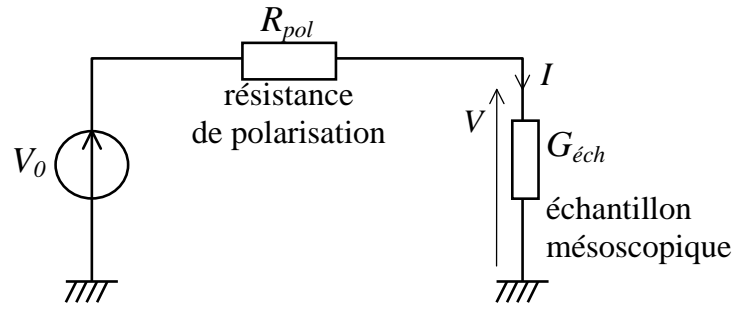


FIG. 10.1 – Schéma du montage étudié par Kindermann *et al* dans [87]. L'échantillon mésoscopique est polarisé en courant via une résistance R_{pol} . Une polarisation parfaite en tension correspond au cas $R_{pol} = 0$, et une polarisation parfaite en courant correspond au cas $R_{pol} \rightarrow \infty$. Dans [87], les auteurs étudient les cumulants d'ordre quelconque de la distribution de charge transmise dans le cas où R_{pol} est quelconque.

de ϕ n'ont été calculés que jusqu'à l'ordre 2 [4, 86]. Dans ce cas, la loi de distribution de la phase ϕ à I_0 fixé, c'est-à-dire $N_{t,0}$ fixé, est une loi de Pascal [87] :

$$P_{N_{t,0}}(\phi) = C_{N_{t,0}-1}^{\phi-1} D^{N_{t,0}} (1-D)^{\phi-N_{t,0}}$$

Dans une situation intermédiaire, où la polarisation en courant n'est pas parfaite ($R_{pol}G_{éch}$ est très grand devant 1, mais n'est pas infini), le moment d'ordre 3 vaut [87] :

$$\langle\langle N_t^3 \rangle\rangle = \frac{\langle\langle N_t^3 \rangle\rangle_0}{(1 + R_{pol}G_{éch})^4} - \frac{3R_{pol}G_{éch}}{(1 + R_{pol}G_{éch})^5} \frac{(\langle\langle N_t^2 \rangle\rangle_0)^2}{\langle N_t \rangle_0}$$

où $\langle\langle N_t^3 \rangle\rangle$ est le cumulant mesuré en présence de la résistance R_{pol} , et $\langle\langle N_t^3 \rangle\rangle_0$ est le cumulant d'ordre 3 lorsque la résistance R_{pol} est nulle, *ie* lorsque le conducteur est polarisé en tension. On constate que, pour les cumulants d'ordre $k \geq 3$, le lien entre le bruit en tension lorsque l'échantillon est polarisé en courant, et le bruit en courant lorsque l'échantillon est polarisé en tension ne se réduit pas au facteur de proportionnalité $1/(1 + R_{pol}G_{éch})$. Il fait intervenir tous les cumulants d'ordre $k - 1$.

Nous avons vu que les chaînes de mesure de notre expérience ont une impédance d'entrée de 50Ω , or puisque nous souhaitons mesurer le bruit d'un échantillon mésoscopique, il faudra pouvoir adapter la mesure à des impédances de l'ordre de h/e^2 . Pour cela, nous pourrions envisager le schéma de mesure de la figure (10.2), où le conducteur mésoscopique serait en série avec une résistance r de 50Ω , et où la grandeur mesurée serait la tension aux bornes de r . Alors, comme on vient de le voir, la statistique mesurée à cet endroit du circuit est reliée de manière non triviale à la statistique des charges transmises dans le conducteur lui-même lorsqu'il est polarisé en tension.

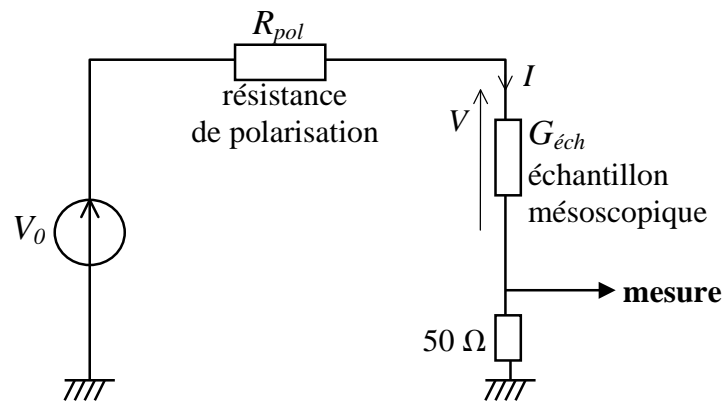


FIG. 10.2 – Schéma du montage expérimental envisagé pour mesurer les moments d'ordres supérieurs du bruit produit par un conducteur mésoscopique. Ce dernier est placé en série avec une résistance de $50\ \Omega$ permettant une bonne adaptation d'impédance avec les amplificateurs haute fréquence. L'échantillon est polarisé en courant via la résistance R_{pol} , et nous mesurons ainsi les fluctuations de tension aux bornes de la résistance de $50\ \Omega$.

Conclusion générale

Dans cette thèse, nous nous sommes intéressés au bruit d'un conducteur mésoscopique. Les investigations expérimentales dans ce domaine se sont beaucoup développées ces dix dernières années, depuis que l'on arrive à réaliser des échantillons de taille inférieure à la longueur de cohérence de phase des électrons. Alors le transport doit être décrit de manière quantique, les électrons ayant des propriétés à la fois ondulatoires et corpusculaires. Ces dernières sont mises en évidence lors des mesures de bruit. En effet, dans un conducteur mésoscopique, les particules subissent une partition quantique, donnant lieu à des fluctuations de courant appelées "bruit de partition". Le bruit de partition apporte des informations sur la statistique des particules participant au transport. Des développements théoriques récents portent sur l'étude de la statistique complète (moments d'ordres supérieurs à deux) des charges transmises dans un conducteur quantique, ou des photons qu'elles émettent. Enfin, le bruit à haute fréquence est également l'objet de nombreuses recherches théoriques et nécessite des investigations expérimentales.

Dans la première partie de cette thèse, nous avons replacé notre travail dans son contexte, en rappelant les expériences qui ont marqué les dernières années, les développements théoriques actuels et les expériences à développer. Puis nous avons présenté la théorie de la diffusion quantique, qui est un outil très puissant pour calculer le bruit dans de nombreuses situations.

Dans la deuxième partie, nous avons présenté les résultats expérimentaux concernant le bruit en courant d'un contact ponctuel quantique dont l'un des contacts est irradié de photons micro-ondes. Dans cette situation, nous avons observé un bruit de partition en l'absence de transport moyen à travers l'échantillon. Nous avons pu comparer de manière très précise nos résultats expérimentaux avec la théorie de la diffusion, car nous avons fait un étalonnage des différents paramètres intervenant dans la théorie : la température électronique (T), et la force du couplage entre les électrons et les photons (α). Enfin, nous avons mesuré le facteur de Fano associé à ce bruit de partition en mesurant le bruit en l'absence de différence de potentiel aux bornes du contact ponctuel quantique (QPC), en fonction de sa transmission. Enfin, le test final de la théorie du bruit photo-assisté a consisté en l'étude de la situation hors d'équilibre pour deux raisons : on applique une différence de potentiel, et on irradie le QPC. Alors nous avons pu montrer que l'échelle caractéristique de variation du bruit est $h\nu$, ν étant la fréquence des photons micro-ondes irradiant le contact. Un accord parfait avec les résultats théoriques est obtenu pour plusieurs fréquences micro-ondes incidentes.

Une autre situation, permettant d'observer du bruit de partition en l'absence de courant moyen, et jamais étudiée expérimentalement, serait de chauffer l'échantillon de manière dissymétrique. Les deux réservoirs auraient alors des températures différentes, et par conséquent des distributions différentes, même en l'absence de tension appliquée. Il en résulterait un bruit de partition dont on pourrait mesurer le facteur de Fano. Une autre exploitation de cette expérience pourrait être de faire des mesures de bruit photo-assisté en régime d'effet Hall quantique fractionnaire.

La troisième partie de cette thèse a consisté à tester un système de mesure de bruit à haute fréquence. A terme, cette expérience permettra de mesurer le bruit à haute fréquence (radio-fréquences) d'un conducteur mésoscopique, ainsi que les moments d'ordre 3 et 4 des fluctuations du courant. Nous avons vu que, lorsque l'on s'intéresse au bruit à haute fréquence, il y a une dualité entre la description électronique du circuit, et sa description photonique. En effet, la puissance de bruit mesurée peut être vue à la fois comme une puissance de bruit électronique, et comme une puissance de photons se propageant dans les câbles coaxiaux. Nous avons utilisé cette dualité et validé notre système de mesure en termes de photo-détection en étudiant la statistique de deux sources de photons. Pour cela, nous nous sommes inspirés des expériences réalisées par Hanbury-Brown et Twiss sur des photons optiques. Nous avons utilisé la même géométrie, mais pour des photons micro-ondes, ce qui implique une technologie différente. La première source que nous avons étudiée est une source incohérente, qui émet des photons dont la

distribution est celle de l'équilibre thermique. Il s'agit d'une résistance macroscopique de $50\ \Omega$. Nous avons montré que la statistique d'une telle source est super-poissonnienne, puisque les fluctuations de puissance sont proportionnelles au carré de la puissance moyenne. La seconde source est une source monochromatique cohérente, qui présente une statistique poissonnienne : nous avons montré que les corrélations croisées sont nulles, et que les fluctuations de puissance sont bien proportionnelles à la puissance moyenne. Par contre, le facteur de proportionnalité n'est pas une caractéristique de la source, mais est entièrement déterminé par les atténuateurs et amplificateurs utilisés.

Dans un premier temps, l'étude de la source thermique incohérente va être prolongée. En effet, si on place la source à une température suffisamment basse (telle que $k_B T \leq h\nu$), alors les fluctuations de puissance ne sont pas exactement proportionnelles au carré de la puissance moyenne, mais comprennent un terme correctif quantique. On s'attend donc à une déviation par rapport aux résultats classiques. Le système mis en place au cours de cette thèse permettra également de mesurer la statistique des photons émis par le bruit électronique d'un échantillon mésoscopique.

Annexe A

Corrélations pour différentes statistiques

Dans cette annexe, nous montrons dans une expérience de pensée simple, l'importance des effets de la statistique des particules sur le bruit. On considère des particules incidentes sur une lame semi-réfléchissante, de sorte que le faisceau incident (indiqué par i) est divisé en deux : un faisceau réfléchi (indiqué par r) et un faisceau transmis (indiqué par t). Pour simplifier, on suppose que ces particules ne peuvent être que dans un seul état ou mode, d'énergie E . Le nombre de particules dans ce mode fluctue, car on suppose qu'elles sont émises par un réservoir à la température T . On va donc considérer le système formé par ce mode d'énergie E , et nous allons le traiter avec le formalisme grand canonique. Une particule incidente est transmise avec la probabilité D et réfléchi avec la probabilité R .

A.1 Calculs bosoniques

A.1.1. Faisceau incident

Dans un premier temps, nous allons supposer que les particules incidentes sont des bosons. Le nombre de particules incidentes N_i dans le mode considéré peut donc varier de 0 à $+\infty$. La fonction de grand partition s'écrit donc :

$$\Xi = \sum_{n=0}^{+\infty} e^{-nE/k_B T} = \frac{1}{1 - e^{-E/k_B T}}$$

La probabilité que l'état d'énergie E soit peuplé de n bosons est :

$$\begin{aligned} P(n) &= \frac{e^{-nE/k_B T}}{\Xi} \\ P(n) &= e^{-nE/k_B T} (1 - e^{-E/k_B T}) \end{aligned}$$

Retrouvons alors l'expression de la fonction de Bose-Einstein. Le nombre moyen de particules dans l'état considéré est :

$$\begin{aligned} \overline{N_i} &= \sum_{N_i=0}^{+\infty} N_i P(N_i) \\ \overline{N_i} &= \frac{1}{e^{-E/k_B T} - 1} = f_{BE} \end{aligned}$$

Le nombre moyen de bosons incidents est donné par la fonction de Bose-Einstein.

Calculons maintenant les fluctuations du nombre d'occupation autour de la valeur moyenne que l'on vient de calculer.

$$\overline{\Delta N_i^2} = \overline{N_i^2} - \overline{N_i}^2$$

Le calcul de $\overline{N_i^2}$ donne :

$$\overline{N_i^2} = \frac{e^{-E/k_B T} (1 + e^{-E/k_B T})}{(1 - e^{-E/k_B T})^2}$$

On en déduit que :

$$\begin{aligned} \overline{\Delta N_i^2} &= \overline{N_i}(1 + \overline{N_i}) \\ &= f_{BE}(1 + f_{BE}) \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

A.1.2. Faisceaux transmis et réfléchis

Calcul de $\overline{N_t}$ et $\overline{N_r}$

On peut toujours écrire que $\overline{N_t} = \sum_{N_t=0}^{+\infty} N_t P(N_t)$, où $P(N_t)$ est la probabilité pour qu'il y ait N_t bosons transmis. On peut réécrire ceci de la manière suivante :

$$\overline{N_t} = \sum_{N_i=0}^{+\infty} P(N_i) * \sum_{N_t=0}^{N_i} N_t P(N_t|N_i)$$

Sachant qu'il y a N_i particules incidentes (ce qui arrive avec la probabilité $P(N_i)$), la probabilité conditionnelle qu'il y ait N_t particules transmises parmi les N_i incidentes a été notée $P(N_t|N_i)$. Elle vaut :

$$P(N_t|N_i) = C_{N_i}^{N_t} D^{N_t} R^{N_i - N_t}$$

En effet, pour qu'il y ait N_t particules transmises, il faut d'une part les choisir parmi les N_i incidentes, d'où le facteur $C_{N_i}^{N_t}$, puis il faut que les $N_i - N_t$ restantes soient réfléchies. Finalement, on obtient après de brefs calculs, le résultat intuitif suivant :

$$\begin{aligned} \overline{N_t} &= D \overline{N_i} \\ &= D f_{BE} \end{aligned}$$

De la même manière, on obtient :

$$\begin{aligned} \overline{N_r} &= R \overline{N_i} \\ &= R f_{BE} \end{aligned}$$

Calcul des fluctuations $\overline{\Delta N_t^2}$, $\overline{\Delta N_r^2}$ et $\overline{\Delta N_t \Delta N_r}$

- Afin de calculer les fluctuations du nombre d'occupation dans le faisceau transmis, il faut commencer par calculer

$$\begin{aligned} \overline{N_t^2} &= \sum_{N_t=0}^{N_t=+\infty} N_t^2 P(N_t) \\ \overline{N_t^2} &= \sum_{N_i=0}^{+\infty} P(N_i) * \sum_{N_t=0}^{N_i} N_t^2 P(N_t|N_i) \end{aligned}$$

On peut ensuite calculer les fluctuations. Il vient :

$$\begin{aligned}\overline{\Delta N_t^2} &= D \overline{N_i} (1 + D \overline{N_i}) \\ &= D f_{BE} (1 + D f_{BE}) \\ &= \overline{N_t} (1 + \overline{N_t})\end{aligned}\tag{A.2}$$

- De la même manière, on trouve des résultats analogues pour le faisceau réfléchi, en remplaçant T par R .
- Le calcul des corrélations croisées entre faisceau réfléchi et transmis $\overline{\Delta N_t \Delta N_r}$ nécessite le calcul préalable de $\overline{N_t N_r}$ puisque $\overline{\Delta N_t \Delta N_r} = \overline{N_t N_r} - \overline{N_t} \overline{N_r}$.

$$\overline{N_t N_r} = \sum_{N_i=0}^{+\infty} P(N_i) * \sum_{N_t=0}^{N_i} N_t (N_i - N_t) P(N_t | N_i)$$

On obtient finalement :

$$\begin{aligned}\overline{\Delta N_t \Delta N_r} &= D (1 - D) \overline{N_i}^2 \\ &= D (1 - D) f_{BE}^2\end{aligned}\tag{A.3}$$

A.1.3. Comparaison avec le cas d'un faisceau incident non bruyant

Dans le cas d'un faisceau non bruyant, on sait qu'il y a N_i particules incidentes dans l'état d'énergie E . Alors on peut évaluer les différentes grandeurs calculées précédemment. On obtient des valeurs moyennes identiques :

$$\begin{aligned}\overline{N_t} &= D N_i \\ \overline{N_r} &= (1 - D) N_i\end{aligned}$$

En ce qui concerne l'autocorrélation, on trouve :

$$\overline{\Delta N_t^2} = \overline{\Delta N_r^2} = D(1 - D) N_i$$

Et enfin, la corrélation croisée devient :

$$\overline{\Delta N_t \Delta N_r} = -N_i D(1 - D)$$

On obtient des corrélations croisées négatives, contrairement au cas précédent. En effet, comme le nombre de photons incidents est bien déterminé, si $N_t > \overline{N_t}$, alors $N_r < \overline{N_r}$ puisque l'on a à chaque réalisation $N_t + N_r = N_i = \text{cste}$. Ce résultat reste vrai pour un faisceau non bruyant de fermions, avec cette fois $N_i = 1$.

Par contre, lorsque le nombre de photons dans l'état incident fluctue en suivant la distribution de Bose-Einstein, les corrélations croisées sont toujours positives, c'est le phénomène de *bunching* : les photons ont tendance à être émis par paquets par la source, si bien que pour ces paquets, on a à la fois $N_t > \overline{N_t}$ et $N_r > \overline{N_r}$. D'où les corrélations croisées **positives**. Par ailleurs, dans la formule (A.4), on voit que les corrélations croisées sont proportionnelles à f_{BE}^2 . Cela met en évidence le fait qu'il s'agit bien d'un effet à deux particules.

Enfin, pour relier ces résultats aux résultats expérimentaux, il ne faut pas oublier qu'il n'y a pas un seul état incident dans le cas de sources thermiques, mais une infinité d'états d'énergies différentes. Lorsque l'on tient compte des effets d'échange entre deux photons d'énergies E et E' , et que l'on s'intéresse au bruit à basse fréquence (c'est-à-dire au cas où $E' \rightarrow E$), on trouve que les grandeurs $\overline{\Delta N_t^2}$, $\overline{\Delta N_r^2}$ et $\overline{\Delta N_t \Delta N_r}$ des expressions (A.3) et (A.4) sont multipliées par un facteur 2.

A.2 Calculs fermioniques

Supposons maintenant que les particules incidentes dans l'état d'énergie E sont des fermions. On ne peut avoir que $N_i = 0$ ou 1 . Traitons de la même manière l'état d'énergie E en formalisme grand-canonique.

A.2.1. Faisceau incident

La fonction de grand partition s'écrit :

$$\Xi = 1 + e^{-E/k_B T}$$

La probabilité pour que l'état incident contienne n fermions est donc nulle si $n > 1$, et si $n = 0$ ou 1 , alors :

$$P(n) = \frac{e^{-nE/k_B T}}{1 + e^{-E/k_B T}}$$

On peut alors calculer différentes moyennes, et retrouver la fonction de Fermi-Dirac. Le nombre moyen de particules dans l'état incident est :

$$\begin{aligned} \overline{N_i} &= P(1) \\ &= \frac{1}{1 + e^{-E/k_B T}} \\ &= f_{FD}(E) \end{aligned}$$

On a également, puisque $N_i = 0$ ou 1 , $N_i^2 = N_i$ à chaque réalisation, si bien que $\overline{N_i^2} = \overline{N_i}$. D'où :

$$\begin{aligned} \overline{\Delta N_i^2} &= \overline{N_i} (1 - \overline{N_i}) \\ &= f_{FD}(1 - f_{FD}) \end{aligned}$$

A.2.2. Faisceaux transmis et réfléchis

Les expressions de $\overline{N_t}$ et $\overline{N_r}$ s'obtiennent de la même façon que pour des bosons, sauf qu'il faut désormais faire des sommes pour deux valeurs de N_i seulement. On obtient :

$$\begin{aligned} \overline{N_t} &= D \overline{N_i} \\ &= D f_{FD} \\ \overline{N_r} &= (1 - D) \overline{N_i} \\ &= R f_{FD} \end{aligned}$$

Les calculs de corrélation se font simplement et donnent :

$$\begin{aligned} \overline{\Delta N_t^2} &= D \overline{N_i} (1 - D \overline{N_i}) \\ &= D f_{FD} (1 - D f_{FD}) \\ &= \overline{N_t} (1 - \overline{N_t}) \end{aligned} \tag{A.4}$$

$$\begin{aligned} \overline{\Delta N_r^2} &= R \overline{N_i} (1 - R \overline{N_i}) \\ &= R f_{FD} (1 - R f_{FD}) \\ &= \overline{N_r} (1 - \overline{N_r}) \end{aligned} \tag{A.5}$$

$$\begin{aligned} \overline{\Delta N_t \Delta N_r} &= -\overline{N_t} \overline{N_r} \\ &= -D(1 - D) \overline{N_i}^2 \\ &= -D(1 - D) f_{FD}^2 \end{aligned} \tag{A.6}$$

Ici, on constate que la corrélation croisée est **négative**. En effet, puisqu'il y a au plus un fermion dans l'état d'énergie E , alors ce fermion est soit transmis, soit réfléchi, si bien que le produit $N_t N_r$ est toujours nul, et $\overline{\Delta N_t \Delta N_r} = -\overline{N_t N_r} < 0$. Par ailleurs, comme dans le cas bosonique, lorsqu'on tient compte du fait qu'il n'y a pas un seul état incident, mais une infinité, alors on obtient pour les expressions (A.4) à (A.6) un facteur 2 supplémentaire.

A.3 Calculs classiques

Maintenant, supposons que les particules envoyées sur la lame semi-réfléchissante (ou barrière de potentiel) soient des particules classiques. Elles vérifient la statistique de Maxwell-Boltzmann, c'est-à-dire qu'on peut mettre une infinité de particules dans l'état incident d'énergie E , mais on introduit "à la main" un facteur $N!$ pour tenir compte de l'indiscernabilité des particules.

A.3.1. Faisceau incident

La fonction de grand partition s'écrit alors :

$$\Xi = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{e^{-nE/k_B T}}{n!}$$

$$\Xi = \exp\left(e^{-E/k_B T}\right)$$

La probabilité qu'il y ait n particules dans l'état incident vaut donc :

$$P(n) = \frac{e^{-nE/k_B T}}{n! \exp\left(e^{-E/k_B T}\right)}$$

On peut alors calculer le nombre moyen de particules dans l'état incident ainsi que ses fluctuations :

$$\begin{aligned} \overline{N_i} &= \sum_{N_i=0}^{+\infty} N_i P(N_i) \\ &= e^{-E/k_B T} \\ &= f_{MB}(E) \\ \overline{\Delta N_i^2} &= \sum_{N_i=0}^{+\infty} N_i^2 P(N_i) - \overline{N_i}^2 \\ &= \overline{N_i} \end{aligned}$$

On trouve que les fluctuations du nombre de particules dans l'état incident sont proportionnelles au nombre moyen de particules dans cet état. Cela est caractéristique d'une statistique poissonnienne. En effet, exprimons la probabilité $P(n)$ en fonction du nombre moyen de particules $\bar{n} = e^{-E/k_B T}$:

$$P(n) = \frac{\bar{n}^n e^{-\bar{n}}}{n!}$$

On retrouve bien l'expression de la probabilité de Poisson.

A.3.2. Faisceaux transmis et réfléchis

En ce qui concerne les faisceaux transmis et réfléchis, on obtient toujours :

$$\begin{aligned}\overline{N_t} &= D\overline{N_i} \\ &= Df_{MB} \\ \overline{N_r} &= R\overline{N_i} \\ &= Rf_{MB}\end{aligned}$$

Et concernant les corrélations,

$$\begin{aligned}\overline{\Delta N_t^2} &= D\overline{N_i} \\ \overline{\Delta N_r^2} &= R\overline{N_i} \\ \overline{\Delta N_t \Delta N_r} &= 0\end{aligned}$$

On s'attend à ce que les corrélations croisées dans le cas de particules classiques soit nulle.

Les résultats obtenus dans cette annexe sont résumés dans le tableau (A.1).

Particules	$\overline{\Delta N_i^2}$	$\overline{\Delta N_t^2}$	$\overline{\Delta N_t \Delta N_r}$
Bosons	$f(1 + f)$	$Df(1 + Df)$	$+RDf^2$
Fermions	$f(1 - f)$	$Df(1 - Df)$	$-RDf^2$
Classiques	f	Df	0

TAB. A.1 – Résumé des résultats des calculs de corrélations pour différents types de particules. Nous avons noté f le nombre moyen de particules incidentes dans l'état d'énergie E . La fonction f est celle de Bose Einstein dans le cas de bosons, celle de Fermi Dirac dans le cas de fermions, et celle de Maxwell Boltzmann dans le cas de particules classiques. Les corrélations croisées sont positives pour des bosons, négatives pour des fermions, et nulles pour des particules classiques, c'est donc une grandeur importante à mesurer pour déterminer la statistique des particules incidentes.

Annexe B

Les fluctuations quantiques du vide

Dans la théorie de diffusion [3], nous introduisons la fonction de corrélation symétrisée :

$$S_{L,L}(t - t') = \frac{1}{2} \langle \Delta \hat{I}_L(t) \Delta \hat{I}_L(t') + \Delta \hat{I}_L(t') \Delta \hat{I}_L(t) \rangle$$

En effet, les opérateurs $\Delta \hat{I}_L$ pris à deux temps différents ne commutent pas nécessairement. Puis nous définissons $S_{L,L}(\omega)$ (que l'on note $S(\omega)$ dans cette annexe pour simplifier) comme la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation. Or il faut se poser la question de savoir si la densité spectrale de bruit mesurée $S_M(\omega)$ correspond à la grandeur symétrisée ou non.

Pour cela, nous allons tenir compte [21, 34] de la nature du détecteur, et nous allons supposer qu'il s'agit d'un circuit résonnant, couplé de manière inductive à l'échantillon mésoscopique (c'est-à-dire que le détecteur est considéré comme un oscillateur harmonique, soumis à une force proportionnelle à la dérivée du courant traversant le conducteur quantique). On note T_0 la température du détecteur, et l'oscillateur représentant le détecteur présente le nombre d'occupation $f_{T_0}(\omega)$ à la fréquence ω . f_{T_0} est la fonction de Bose-Einstein à la température T_0 .

Introduisons la fonction d'autocorrélation non symétrisée $\langle \Delta \hat{I}_L(t) \Delta \hat{I}_L(t') \rangle$ et sa transformée de Fourier $S_Q(\omega) = \int d\tau \langle \Delta \hat{I}_L(t) \Delta \hat{I}_L(t + \tau) \rangle e^{i\omega\tau}$. Alors la densité spectrale de bruit symétrisée s'écrit :

$$S(\omega) = S_Q(\omega) - S_Q(-\omega)$$

Lorsque le conducteur est à l'équilibre à la température T , on a :

$$S_Q(\omega) = S_Q(-\omega) e^{-\frac{\hbar\omega}{k_B T}}$$

La propriété de symétrie $S(\omega) = S(-\omega)$ n'est pas vérifiée par la fonction non symétrisée, à moins que l'on fasse des mesures à des fréquences telles que $\hbar\omega \ll k_B T$ (c'est-à-dire qu'on se place dans la limite des fréquences nulles, comme dans le paragraphe 2.3).

Lorsqu'on ne se place pas dans ce cas, on peut montrer que la densité spectrale de bruit mesurée est [21, 34] :

$$S_M(\omega) = S_Q(\omega) [f_{T_0}(\omega) + 1] - f_{T_0}(\omega) S_Q(-\omega)$$

- ◇ Lorsque l'on utilise un détecteur passif, c'est-à-dire à température nulle, on a $f_{T_0}(\omega) = 0$, donc la grandeur mesurée correspond à la densité spectrale de bruit non symétrisée $S_Q(\omega)$, qui vaut 0 lorsque le conducteur est dans son état fondamental [21]. Le détecteur ne peut donc pas mesurer les fluctuations quantiques de point zéro.

- ◇ Au contraire, lorsque le détecteur est actif, c'est-à-dire lorsque sa température T_0 n'est pas nulle, alors le détecteur est sensible aux fluctuations du vide. Il peut céder un quantum d'énergie au conducteur mésoscopique qui est dans son état fondamental. Lorsque la température du détecteur est telle que $k_B T_0 \gg \hbar\omega$, alors on mesure :

$$\begin{aligned} S_M(\omega) &\simeq f_{T_0}(\omega) [S_Q(\omega) - S_Q(-\omega)] \\ &\simeq f_{T_0}(\omega) S(\omega) \end{aligned}$$

Cette fois, on mesure bien la densité spectrale de bruit symétrisée, qui vaut, à température du conducteur nulle :

$$S(\omega) = 2\hbar\omega G$$

où G est la conductance du conducteur mésoscopique.

Cependant, si le détecteur est à haute température, alors on peut écrire : $f_{T_0}(\omega) \simeq k_B T_0 / \hbar\omega$, et la grandeur mesurée devient :

$$S_M(\omega) = 2k_B T_0 G$$

En réalité, on mesure l'effet du bruit thermique en courant du détecteur, injecté sur le circuit de conductance G (à température nulle). Cette situation expérimentale ne permet pas de mettre en évidence les fluctuations de point zéro par leur dépendance avec la fréquence.

Annexe C

Bruit dans une géométrie à plusieurs contacts et plusieurs canaux

Courant moyen dans un conducteur multicontacts multicanaux

Dans cette annexe, nous allons donner l'expression de l'opérateur courant $\hat{I}_\alpha(t)$ dans le contact α d'un conducteur comportant un nombre quelconque de contacts, indicés par les lettres grecques. Chaque contact a plusieurs canaux, indicés par les lettres minuscules l, m, n, \dots . On note M_α le nombre de canaux dans le contact α . On peut généraliser la théorie de la seconde quantification, et on obtient :

$$\hat{I}_\alpha(t) = \frac{e}{h} \sum_{\beta, \gamma, m, n} \int dE dE' e^{i(E-E')t/\hbar} \hat{a}_{\beta, m}^\dagger(E) A_{\beta\gamma, mn}(\alpha; E, E') \hat{a}_{\gamma, n}(E')$$

L'opérateur $\hat{a}_{\beta, m}(E)$ annihile une particule incidente d'énergie E dans le contact β et le canal m . On définit les vecteurs $(\hat{a}_\beta(E))$ dont les M_β composantes sont les $\hat{a}_{\beta, m}(E)$. On définit également la matrice de diffusion du contact γ vers le contact β : $S_{\beta, \gamma}(E)$ est telle que :

$$(\hat{b}_\beta(E)) = S_{\beta, \gamma}(E) (\hat{a}_\gamma(E))$$

Cette matrice a pour dimension $M_\beta \times M_\gamma$. Alors les nombres $A_{\beta\gamma, mn}(\alpha; E, E')$ sont les coefficients de la matrice :

$$A_{\beta\gamma}(\alpha; E, E') = \delta_{\alpha, \beta} \delta_{\alpha, \gamma} 1_\alpha - S_{\alpha, \beta}^\dagger(E) S_{\alpha, \gamma}(E')$$

et ils valent :

$$A_{\beta\gamma, mn}(\alpha; E, E') = \delta_{\alpha, \beta} \delta_{\alpha, \gamma} \delta_{m, n} - \sum_{k=1}^{M_\alpha} S_{\alpha\beta, mk}^\dagger(E) S_{\alpha\gamma, kn}(E')$$

$A_{\beta\gamma}(\alpha; E, E')$ peut être interprété comme l'élément de matrice courant évalué dans le contact α entre les états de diffusion $\Psi_{\beta, m}(E)$ (électron incident dans le contact β , canal m à l'énergie E), et $\Psi_{\gamma, n}(E')$ (électron incident dans le contact γ , canal n à l'énergie E').

Alors le courant moyen dans le contact α s'écrit :

$$\langle \hat{I}_\alpha \rangle = \frac{e}{h} \int dE \left[(M_\alpha - R_{\alpha\alpha}(E)) f_\alpha(E) - \sum_{\beta \neq \alpha} T_{\alpha\beta}(E) f_\beta(E) \right]$$

où on a noté $R_{\alpha\alpha}(E)$ la probabilité pour qu'un électron incident dans α soit réfléchi dans α , quels que soient les canaux occupés.

$$R_{\alpha\alpha} = \sum_{m,n=1}^{M_\alpha} |S_{\alpha\alpha,mn}|^2$$

$T_{\alpha\beta}$ est la probabilité pour qu'un électron incident dans β soit transmis vers α :

$$T_{\alpha\beta} = \sum_{m=1}^{M_\alpha} \sum_{n=1}^{M_\beta} |S_{\alpha\beta,mn}|^2$$

La conservation du courant donne $M_\alpha = R_{\alpha\alpha} + \sum_{\beta \neq \alpha} T_{\alpha\beta}$. Dans ces formules, f_α est la distribution des particules dans le réservoir α (ces formules sont valables pour des électrons, mais aussi pour des photons, à condition de remplacer la charge e par 1, voir paragraphe 8.1). Supposons que les réservoirs soient proches de l'équilibre. On peut alors écrire : $f_\alpha(E) = f(\mu_\alpha, E)$, f étant la distribution d'équilibre prise au potentiel μ_α . Si μ_α est proche du potentiel d'équilibre μ , on peut écrire :

$$\begin{aligned} f_\alpha(E) &= f(\mu, E) + \frac{\partial f}{\partial \mu} (\mu_\alpha - \mu) \\ &= f(\mu, E) - \frac{\partial f}{\partial E} (\mu_\alpha - \mu) \end{aligned}$$

D'où :

$$\langle \hat{I}_\alpha \rangle = \frac{e}{h} \int dE \left(-\frac{\partial f}{\partial E} \right) \left[(M_\alpha - R_{\alpha\alpha}(E))\mu_\alpha - \sum_{\beta \neq \alpha} T_{\alpha\beta}(E)\mu_\beta \right]$$

Bruit dans un système à quatre contacts, et un canal

Intéressons-nous au bruit dans une situation utile pour l'étude du cas de photons micro-ondes. Il s'agit d'un conducteur à un canal et quatre contacts, dont deux sont des contacts de mesure, c'est-à-dire qu'on suppose qu'ils n'injectent aucune particule (autrement dit ils sont à température nulle). Le schéma de la situation est présenté sur la figure (C.1).

Nous donnons ici les résultats de [3] sans démonstration, pour la densité spectrale de bruit en autocorrélation, ou en corrélation croisée. Notons a et b les deux contacts "sources", et 1 et 2 les deux contacts de mesure. Alors, en l'absence de champ magnétique (on tient compte du facteur de dégénérescence 2) :

$$S_{I_1 I_1} = 2 \frac{2e^2}{h} \int dE R f_a (1 \pm f_a) + D f_b (1 \pm f_b) \pm R D (f_a - f_b)^2 \quad (C.1)$$

$$S_{I_2 I_2} = 2 \frac{2e^2}{h} \int dE D f_a (1 \pm f_a) + R f_b (1 \pm f_b) \pm R D (f_a - f_b)^2$$

$$S_{I_1 I_2} = \pm 2 \frac{2e^2}{h} \int dE R D (f_a - f_b)^2 \quad (C.2)$$

Ces formules sont valables pour des électrons (avec les signes $-$) et pour les photons (avec $e = 1$ et les signes $+$). On peut noter la propriété importante suivante : les corrélations croisées font intervenir la différence des fonctions de distributions $f_a - f_b$. Lorsque les deux contacts sources sont à l'équilibre, à la même température, et sans différence de potentiel, il n'y a pas de bruit en corrélations croisées. Nous vérifierons expérimentalement ceci dans la partie 3 de cette thèse.

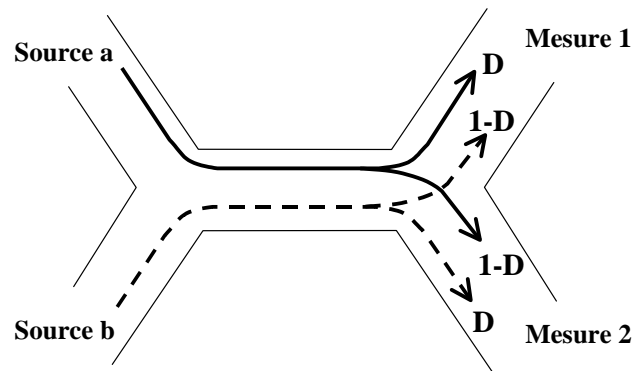


FIG. C.1 – Schéma de principe du montage à 4 branches, que l'on réalise à l'aide d'un diviseur de puissance, ou séparateur. Deux sources a et b sont reliées à deux contacts de mesure 1 et 2. Pour le séparateur commercial utilisé, la transmission $D = 0.5$, et la source b est incluse dans le boîtier, c'est une source thermique : une résistance de $50\,\Omega$ à la température du boîtier. On suppose que les contacts de mesure 1 et 2 sont à température nulle. Et on décrit les sources a et b par leurs fonctions de distribution f_a et f_b .

Annexe D

Majoration du bruit de partition dû à la dissymétrie du chauffage

Rappelons les notations utilisées : en l'absence de RF, les réservoirs de droite et de gauche sont à la température T_0 , et lorsqu'on injecte de la RF, ces deux réservoirs chauffent de manières différentes, et atteignent les températures $T_L \geq T_0$ et $T_R \geq T_0$.

Avant application de la RF, la température de bruit vaut : T_0 . Lorsqu'on applique de la RF, on suppose que seul l'effet de chauffage existe. Alors le bruit est donné par :

$$S_I = 2 \frac{2e^2}{h} \left\{ D^2 \left(\int f_L(1 - f_L) dE + \int f_R(1 - f_R) dE \right) + D(1 - D) \int [f_L(1 - f_R) + f_R(1 - f_L)] dE \right\}$$

avec $f_L = \left(e^{\frac{E - E_F}{k_B T_L}} - 1 \right)^{-1}$, et de même pour f_R en remplaçant les indices L par R .

Les intégrales sur l'énergie se font de 0 à $+\infty$. On pose $\epsilon = E - E_F$, E_F étant l'énergie de Fermi des deux réservoirs. Alors l'intégration sur ϵ se fait entre $-E_F$ et $+\infty$. On suppose $E_F \gg k_B T_{L,R,0}$, ce qui est largement vérifié. En effet, $E_F = 17.0 \text{ meV}$, ce qui correspond à une température de 197 K . Alors on peut écrire les intégrales sur ϵ de $-\infty$ à $+\infty$.

On utilise par ailleurs la symétrie de la fonction de Fermi-Dirac : $f(\epsilon) = 1 - f(-\epsilon)$. On en déduit que :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} [f_L(1 - f_R) + f_R(1 - f_L)] d\epsilon = 2 \int_0^{+\infty} [f_L(1 - f_R) + f_R(1 - f_L)] d\epsilon$$

Majorons le premier terme : $\int_0^{+\infty} f_R(1 - f_L) d\epsilon$. Comme $T_R \geq T_0$ et $T_L \geq T_0$, alors pour $\epsilon \geq 0$, $f_L \geq f_0$ et $f_R \geq f_0$, et

$$\begin{aligned} \int_0^{+\infty} f_R(1 - f_L) d\epsilon &\leq \int_0^{+\infty} f_R(1 - f_0) d\epsilon \\ &\leq \int_0^{+\infty} f_R d\epsilon - \int_0^{+\infty} f_R f_0 d\epsilon \\ &\leq \int_0^{+\infty} f_R d\epsilon - \int_0^{+\infty} f_0^2 d\epsilon \end{aligned}$$

Or $\int_0^{+\infty} f_R d\epsilon = k_B T_R \ln 2$, et la seconde intégrale est obtenue par intégration par parties :

$$\int_0^{+\infty} f_0^2 d\epsilon = k_B T_0 \left(-\frac{1}{2} + \ln 2 \right)$$

En utilisant le fait que : $\int_{-\infty}^{+\infty} f_L(1 - f_L)d\epsilon = k_B T_L$, on déduit que :

$$S_I \leq 2k_B G_0 \{ D^2(T_L + T_R) + 2D(1 - D) [(T_L + T_R) \ln 2 - 2T_0(-1/2 + \ln 2)] \}$$

En retranchant le bruit obtenu en l'absence de RF, et en traduisant le résultat précédent en termes de température de bruit, on obtient :

$$\Delta T_N \leq D\Delta T + 2(1 - D) \ln 2 \Delta T$$

Annexe E

Mesures de bruit à basse fréquence : terme en $\delta(\omega + \omega')$

Rappelons que la densité spectrale de bruit $S(\omega)$ en autocorrélation est définie par :

$$2\pi S(\omega)\delta(\omega + \omega') = \frac{1}{2}\langle \Delta I(\omega)\Delta I(\omega') + \Delta I(\omega')\Delta I(\omega) \rangle$$

Nous avons vu, lorsque l'on discretise les modes d'énergies différentes, que le terme de droite s'écrit : $\frac{1}{2}\langle \Delta \hat{N}_p \Delta \hat{N}_q + \Delta \hat{N}_q \Delta \hat{N}_p \rangle$. Lorsqu'on calcule cette quantité pour la source thermique, décrite comme un mélange statistique d'états purs (eux-mêmes étant soit des états nombre, soit des états cohérents), on voit apparaître au cours du calcul un $\delta_{p+q,0}$ qui nous permet de calculer la densité spectrale de bruit en prenant $q = -p$. Lorsque l'on fait ce calcul avec la source RF monochromatique, ce $\delta_{p+q,0}$ n'apparaît pas. On l'introduit alors à la main en considérant que l'on fait des mesures sur des temps longs.

L'analyseur de spectre calcule la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation du courant $C(\tau)$ définie par :

$$C(\tau) = \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} \int_0^T I(t)I(t+\tau) dt$$

Introduisons les composantes de Fourier du courant :

$$\begin{aligned} C(\tau) &= \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} \int_0^T dt \int d\omega I(\omega) e^{i\omega t} \int d\omega' I(\omega') e^{i\omega' t} e^{i\omega' \tau} \\ &= \int d\omega \int d\omega' I(\omega) I(\omega') e^{i\omega' \tau} \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} \int_0^T e^{i(\omega+\omega')t} dt \\ &= 2\pi \int d\omega I(\omega) I(-\omega) e^{-i\omega \tau} \end{aligned}$$

où nous avons écrit que $\lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} \int_0^T e^{i(\omega+\omega')t} dt = 2\pi \delta(\omega + \omega')$. En pratique, l'analyseur de réseau n'effectue pas sa mesure sur un temps infini, mais sur un temps T qu'il faut donc comparer à la fréquence maximale de mesure f_{max} . Or T est relié au nombre de canaux N_c de l'analyseur de réseau et à f_{max} par :

$$T = \frac{N_c}{2f_{max}}$$

Le nombre de canaux vaut 1600, et on pourra toujours écrire que $f_{max}T \gg 1$. Il est donc justifié d'écrire que l'intégrale de l'exponentielle donne un pic delta : on impose $\omega + \omega' = 0$, ou encore, dans le cas discret, $p + q = 0$.

Annexe F

Modèle d'atténuateur

Nous avons vu au paragraphe 9.3, que l'on pouvait décrire un atténuateur par la relation suivante entre les opérateurs d'entrée et de sortie : $\hat{b} = \sqrt{D_{att}} \hat{a} + \sqrt{1 - D_{att}} \hat{f}$ où nous avons noté D_{att} le coefficient d'atténuation. Nous avons alors obtenu la puissance en sortie de l'atténuateur en fonction de celle à l'entrée :

$$\langle P_{out} \rangle = D_{att} P_{entrée} + (1 - D_{att}) \int \langle n_b(\nu) \rangle (h\nu) d\nu$$

où $\langle n_b(\nu) \rangle$ est la distribution du réservoir bruit.

En pratique, un atténuateur est fait de plusieurs résistances, placées en T, comme l'indique le schéma de la figure (F.1). Supposons que l'atténuateur atténue le signal incident de n dB. Alors les conditions fixant les valeurs de r et R sont :

- Lorsqu'on ferme l'atténuateur sur 50Ω , l'impédance totale doit être de 50Ω
- La puissance du signal de sortie doit être égale à celle d'entrée multipliée par $10^{-n/10}$ puisque l'atténuation en dB vaut : $-n = 10 \log \left(\frac{P_{out}}{P_{in}} \right)$

De ces deux conditions, on déduit les valeurs de r et R :

$$r = \frac{1 - x}{1 + x}$$

$$R = \frac{2x}{1 - x^2}$$

où on a appelé x l'atténuation en tension ; x^2 est l'atténuation en puissance et vaut $x^2 = 10^{-n/10}$. Un atténuateur est équivalent à plusieurs résistances, qui vont chacune émettre un bruit thermique dès que leur température n'est pas nulle. Par conséquent, le signal en sortie de l'atténuateur sera la somme du signal d'entrée atténué, et d'un bruit thermique associé à des résistances à la température T_0 . On peut donc décrire un atténuateur comme une sorte de séparateur fortement dissymétrique, comme le montre le schéma (F.2). Le signal incident n'est pas divisé en deux faisceaux de puissances égales comme dans le cas d'un séparateur, mais l'un des coefficients de transmission vaut D_{att} et l'autre $1 - D_{att}$. Une entrée et une sortie de ce séparateur sont reliées à des résistances de 50Ω , de sorte que le signal de sortie est :

$$\begin{aligned} \langle P_{out} \rangle &= D_{att} P_{entrée} + (1 - D_{att}) \int \langle n_b(\nu) \rangle (h\nu) d\nu \\ &= D_{att} P_{entrée} + (1 - D_{att}) k_B T_0 \Delta F \end{aligned} \quad (F.1)$$

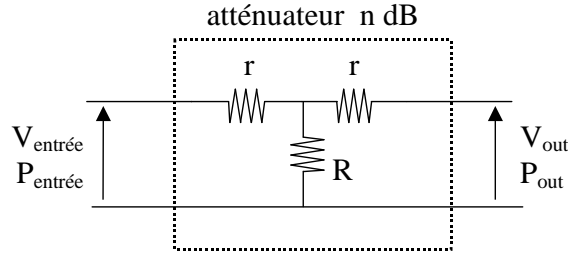


FIG. F.1 – Schéma d'un atténuateur de $n\text{ dB}$: celui-ci comporte trois résistances, telles que le signal soit atténué du facteur choisi, et que l'impédance de l'atténuateur fermé sur $50\ \Omega$ soit aussi $50\ \Omega$. On obtient $r = \frac{1-x}{1+x}$ et $R = \frac{2x}{1-x^2}$, avec $x = 10^{-n/20}$.

la distribution $\langle n_b(\nu) \rangle$ est une distribution de Bose à la température T_0 des résistances constituant l'atténuateur. Dans notre expérience, $T_0 = 4.2\text{ K}$, et $k_B T_0 \gg h\nu$, ν étant la fréquence de mesure, si bien que $\langle n_b(\nu) \rangle \simeq k_B T_0 / h\nu$.

On retrouve bien les deux cas limites :

- Si la puissance injectée $P_{\text{entrée}}$ est celle d'une résistance de $50\ \Omega$ à la température T_0 , $P_{\text{entrée}} = k_B T_0 \Delta F$, alors cette résistance et l'atténuateur en série sont équivalents à une simple résistance de $50\ \Omega$ à T_0 (c'est l'une des conditions fixée pour obtenir les valeurs de r et R : l'impédance doit être adaptée à $50\ \Omega$). On retrouve bien $\langle P_{\text{out}} \rangle = k_B T_0 \Delta F$ d'après la formule (F.1).
- Et si l'atténuateur est placé à température nulle, alors il se comporte comme un atténuateur parfait, n'injectant aucun bruit, et atténuant le signal incident : on doit avoir $\langle P_{\text{out}} \rangle = D_{\text{att}} P_{\text{entrée}}$.

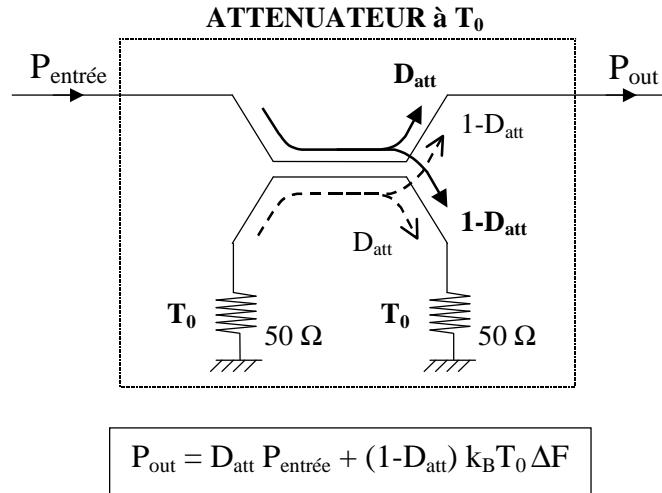


FIG. F.2 – Modélisation de l'atténuateur : on peut le décrire comme un séparateur dont l'un des coefficients de transmission vaut D_{att} , et l'autre $1 - D_{\text{att}}$. Une des deux sorties est reliée à une résistance de $50\ \Omega$, de sorte que le composant final comporte une entrée, où on injecte la puissance $P_{\text{entrée}}$, et une sortie où la puissance est la somme pondérée de la puissance injectée et de la puissance de bruit de la résistance de $50\ \Omega$ à la température T_0 : $\langle P_{\text{out}} \rangle = D_{\text{att}} P_{\text{entrée}} + (1 - D_{\text{att}}) k_B T_0 \Delta F$.

Bibliographie

- [1] R. LANDAUER. *IBM J. Res. Dev.*, 1 :233, 1971.
- [2] R. LANDAUER. Electrical resistance of disordered one-dimensional lattices. *Philos. Mag.*, 21 :863, 1957.
- [3] M. BÜTTIKER. Scattering theory of current and intensity noise correlations in conductors and wave guides. *Phys. Rev. B*, 46 :12485, 1992.
- [4] Y.M. BLANTER and M. BÜTTIKER. Shot noise in mesoscopic conductors. *Phys. Rep.*, 1 :336, 2000.
- [5] M. REZNIKOV, M. HEIBLUM, H. SHTRIKMAN, and D. MAHALU. Temporal correlation of electrons : suppression of shot noise in a ballistic quantum point contact. *Phys. Rev. Lett.*, 75 :3340, 1995.
- [6] A. KUMAR, L. SAMINADAYAR, and D.C. GLATTLI. Experimental test of the quantum shot noise reduction theory. *Phys. Rev. Lett.*, 76 :2778, 1996.
- [7] R. DE PICCIOTTO, M. REZNIKOV, M. HEIBLUM, V. UMANSKY, G. BUNIN, and D. MAHALU. Direct observation of a fractional charge. *Nature*, 389 :162, 1997.
- [8] L. SAMINADAYAR and D.C. GLATTLI. Observation of the $e/3$ fractionally charged laughlin quasiparticle. *Phys. Rev. Lett.*, 79 :2526, 1997.
- [9] X. JEHL, P. PAYET-BURIN, C. BARADUC, R. CALEMCZUK, and M. SANQUER. *Nature*, 405 :50.
- [10] X. JEHL, P. PAYET-BURIN, C. BARADUC, R. CALEMCZUK, and M. SANQUER. Andreev reflection enhanced shot noise in mesoscopic sns junctions. *Phys. Rev. Lett.*, 83 :1660, 1999.
- [11] A. A. KOZHEVNIKOV, R. J. SCHOELKOPF, and D. E. PROBER. Observation of photon-assisted noise in a diffusive normal metalsuperconductor junction. *Phys. Rev. Lett.*, 84 :3398, 2000.
- [12] R. CRON, M.F. GOFFMAN, D. ESTEVE, and C. URBINA. Multiple-charge-quanta shot noise in superconducting atomic contacts. *Phys. Rev. Lett.*, 86 :4104, 2001.
- [13] H.U. BARANGER and P. MELLO. Mesoscopic transport through chaotic cavities : a random s-matrix theory approach. *Phys. Rev. Lett.*, 73 :142, 1994.
- [14] R.A. JALABERT, J.-L. PICHARD, and C.W.J. BEENAKKER. *Europhys. Lett.*, 27 :255, 1994.
- [15] F. LIEFRINK, J.I. DIJKHUIS, M.J.M. DE JONG, L.W. MOLENKAMP, and H. VAN HOUTEN. Experimental study of reduced shot noise in a diffusive mesoscopic conductor. *Phys. Rev. B*, 49 :14066, 1994.
- [16] A.H. STEINBACH, J.M. MARTINIS, and M.H. DEVORET. Observation of hot-electron shot noise in a metallic resistor. *Phys. Rev. Lett.*, 769 :3806, 1996.

- [17] M. HENNY, S. OBERHOLZER, C. STRUNK, and C. SCHÖNENBERGER. 1/3-shot-noise suppression in diffusive nanowires. *Phys. Rev. B*, 59 :2871, 1999.
- [18] S. OBERHOLZER, E.V. SUKHORUKOV, and C. SCHÖNENBERGER. Crossover between classical and quantum shot noise in chaotic cavities. *Nature*, 415 :765, 2002.
- [19] S. OBERHOLZER, E.V. SUKHORUKOV, C. STRUNK, and C. SCHÖNENBERGER. Shot noise by quantum scattering in chaotic cavities. *Phys. Rev. Lett.*, 86 :2114, 2001.
- [20] R.J. SCHOELKOPF, P.J. BURKE, A.A. KOZHEVNIKOV, D.E. PROBER, and M.J. ROOKS. Frequency dependence of shot noise in a diffusive mesoscopic conductor. *Phys. Rev. Lett.*, 78 :3370, 1997.
- [21] U. GAVISH, Y. LEVINSON, and Y. IMRY. Detection of quantum noise. *Phys. Rev. B*, 62 :R10637, 2000.
- [22] R. AGUADO and P.L. KOUWENHOVEN. Double quantum dots as detectors of high frequency quantum noise in mesoscopic conductors. *Phys. Rev. Lett.*, 84 :1986, 2000.
- [23] H. LEE, L.S. LEVITOV, and A.Yu. YAKOVETS. Universal statistics of transport in disordered conductors. *Phys. Rev. B*, 51 :4079, 1995.
- [24] L.S. LEVITOV and M. REZNIKOV. Electron shot noise beyond the second moment. *Cond. Mat.*, 0111057, 2001.
- [25] L.S. LEVITOV. Counting statistics of charge pumping in an open system. *Cond. Mat.*, 0103617, 2001.
- [26] L.S. LEVITOV. The statistical theory of mesoscopic noise. *Cond. Mat.*, 0210284, 2002.
- [27] D.A. BAGRETS and Yu.V. NAZAROV. Multiterminal counting statistics. *Cond. Mat.*, 0301505, 2003.
- [28] B. REULET, J. SENZIER, and D.E. PROBER. Measurement of the third moment of current fluctuations in a tunnel junction. *Cond. Mat.*, 0302084, 2003.
- [29] C.W. BEENAKKER and H. SCHOMERUS. Counting statistics of photons produced by electronic shot noise. *Phys. Rev. Lett.*, 86 :700, 2001.
- [30] Th. MARTIN and R. LANDAUER. Wave-packet approach to noise in multichannel mesoscopic systems. *Phys. Rev. B*, 45 :1742, 1992.
- [31] G.B. LESOVIK and L.S. LEVITOV. Noise in an ac biased junction : nonstationary aharonov-bohm effect. *Phys. Rev. Lett.*, 72 :538, 1994.
- [32] R.J. SCHOELKOPF, A.A. KOZHEVNIKOV, D.E. PROBER, and M.J. ROOKS. Observation of photon-assisted shot noise in a phase-coherent conductor. *Phys. Rev. Lett.*, 80 :2437, 1998.
- [33] L-H. REYDELLET, P. ROCHE, D.C. GLATTLI, B. ETIENNE, and Y. JIN. Quantum partition noise of photon-created electron-hole pairs. *Phys. Rev. Lett.*, 90 :176803, 2003.
- [34] G.B. LESOVIK and R. LOOSEN. On the detection of finite-frequency current fluctuations. *Pis'ma Zh. Éksp. Teor. Fiz.*, 65 :280, 1997.
- [35] D.C. GLATTLI, P. JACQUES, A. KUMAR, P. PARI, and L. SAMINADAYAR. A noise detection scheme with 10 mK noise temperature resolution for semi-conductor single electron tunneling devices. *J. Appl. Phys.*, 81(11) :7350, 1997.
- [36] M.H. PEDERSEN and M. BÜTTIKER. Scattering theory of photon-assisted electron transport. *Phys. Rev. B*, 58 :12993, 1998.
- [37] R. HANBURY BROWN and R.Q. TWISS. *Philos. Mag., Ser 7*, 45 :663, 1954.
- [38] R. HANBURY BROWN and R.Q. TWISS. *Nature*, 177 :27, 1956.

- [39] R.J. GLAUBER. Coherent and incoherent states of the radiation field. *Phys. Rev.*, 131 :2766, 1963.
- [40] N.W. ASHCROFT and N.D. MERMIN. *Solid State Physics*. Holt, Rinehart and Winston, New York, 1976.
- [41] C. KITTEL. *Introduction to solid state physics*. John Wiley & Sons, New York, 1976.
- [42] C.W.J. BEENAKKER and H. VAN HOUTEN. *Sol. St. Phys.*, 44 :1, 1991.
- [43] H. BOUCHIAT. Experimental signatures of phase coherent transport. In E. AKKERMANS, G. MONTAMBAUX, J.L. PICHARD, and J. ZINN-JUSTIN, editors, *Mesoscopic Quantum Physics*, chapter 17. Elsevier Science B.V., 1995.
- [44] J.B. JOHNSON. *Phys. Rev.*, 32 :97, 1928.
- [45] H. NYQUIST. *Phys. Rev.*, 32 :97, 1928.
- [46] P. LANGEVIN. *Compt. Rend.*, 146 :530, 1908.
- [47] C.W.J. BEENAKKER and H. van HOUTEN. Semi-classical theory of shot noise and its suppression in a conductor with deterministic scattering. *Phys. Rev. B*, 43 :12066, 1992.
- [48] W.D. OLIVER, J. KIM, R.C. LIU, and Y. YAMAMOTO. Hanbury-brown and twiss-type experiment with electrons. *Science*, 284 :299, 1999.
- [49] M. HENNY, S. OBERHOLZER, C. STRUNK, T. HEINZEL, K. ENSSLIN, M. HOLLAND, and C. SCHÖNENBERGER. The fermionic hanbury-brown and twiss experiment. *Science*, 284 :296, 1999.
- [50] S. OBERHOLZER, M. HENNY, C. STRUNK, C. SCHÖNENBERGER, T. HEINZEL, K. ENSSLIN, and M. HOLLAND. The hanbury-brown and twiss experiment with fermions. *Physica E*, 6 :314, 2000.
- [51] M. BÜTTIKER. Bunches of photons-antibunches of electrons. *Science*, 284 :275, 1999.
- [52] V.A. KHLUS. *Sov. Phys. JETP*, 66 :1243, 1987.
- [53] R.C. LIU and Y. YAMAMOTO. Nyquist noise in the transition from mesoscopic to macroscopic transport. *Phys. Rev. B*, 50 :17411, 1994.
- [54] S.-R.E. YANG. *Solid State Commun.*, 81 :375, 1992.
- [55] M. UEDA and A. SHIMIZU. *J. Phys. Soc. Jap.*, 62 :2994, 1993.
- [56] L.S. LEVITOV and G.B. LESOVIK. *JETP*, 58 :230, 1993.
- [57] M.J.M. DE JONG. Distribution of transmitted charge through a double barrier junction. *Phys. Rev. B*, 54 :8144, 1996.
- [58] D.A. IVANOV, H.W. LEE, and L.S. LEVITOV. Coherent states of alternating current. *Phys. Rev. B*, 56 :6839, 1997.
- [59] B.A. MUZYKANTSKII and D.E. KHMELNITSKII. Quantum shot noise in a normal metal superconductor point contact. *Phys. Rev. B*, 50 :3982, 1994.
- [60] L.S. LEVITOV and H. LEE. Electron counting statistics and coherent states of electric current. *Journal of Math. Phys.*, 37 :4845, 1996.
- [61] D.B. GUTMAN and Yuval GEFEN. Shot noise at high temperatures. *Cond. Mat.*, 0201007, 2002.
- [62] C.W.J. BEENAKKER, M. KINDERMANN, and Yu.V. NAZAROV. Temperature dependent third cumulant of tunneling noise. *Phys. Rev. Lett*, 90 :176802, 2003.

- [63] Ya.M. BLANTER and M. BÜTTIKER. Effect of interactions on the admittance of ballistic wires. *Europhys. Lett.*, 42 :535, 1998.
- [64] K.J. THOMAS, J.T. NICHOLLS, M.Y. SIMMONS, M. PEPPER, D.R. MACE, and D.A. RITCHIE. Possible spin polarization in a one-dimensional electron gas. *Phys. Rev. Lett.*, 77 :135, 1996.
- [65] K.J. THOMAS, J.T. NICHOLLS, N.J. APPLEYARD, M.Y. SIMMONS, M. PEPPER, D.R. MACE, and D.A. RITCHIE. Interaction effects in a one-dimensional constriction. *Phys. Rev. B*, 58 :4846, 1998.
- [66] A. KRISTENSEN, H. BRUUS, A.E. HANSEN, J.B. JENSEN, P.E. LINDELOF, C.J. MARCKMANN, J. NYGARD, C.B. SORENSEN, F. BEUSCHER, A. FORCHEL, and M. MICHEL. Bias and temperature dependence of the 0.7 conductance anomaly in quantum point contacts. *Phys. Rev. B*, 62 :10950, 2000.
- [67] A.A. KOZHEVNIKOV, R.J. SCHOELKOPF, and D.E. PROBER. Observation of photon-assisted noise in a diffusive normal metal-superconductor junction. *Phys. Rev. Lett.*, 84 :3398, 2000.
- [68] G. BAYM. The physics of hanbury brown-twiss interferometry : from stars to nuclear collisions. *nucl-th.*, page 9804026, 1998.
- [69] R.J. GLAUBER. Photon correlations. *Phys. Rev. Lett.*, 10 :84, 1963.
- [70] G.A. REBKA and R.V. POUND. *Nature*, 180 :1035, 1957.
- [71] E. BRANNEN, H.I.S. FERGUSON, and W. WEHLAN. *Can. Journ. of Phys.*, 36 :871, 1958.
- [72] C. FREED and H.A. HAUS. Photoelectron statistics produced by a laser operating below the threshold of oscillation. *Phys. Rev. Lett.*, 15 :943, 1965.
- [73] F.T. ARECCHI. Measurement of the statistical distribution of gaussian and laser sources. *Phys. Rev. Lett.*, 15 :912, 1965.
- [74] A.W. SMITH J.A. ARMSTRONG. *Phys. Lett.*, 19 :650, 1966.
- [75] B.L. MORGAN and L. MANDEL. Measurement of photon bunching in a thermal light beam. *Phys. Rev. Lett.*, 16 :1012, 1966.
- [76] R. LOUDON. *The quantum theory of light*. Oxford University Press, 1983.
- [77] F. DIEDRICH and H. WALTHER. Non classical radiation of a single stored ion. *Phys. Rev. Lett.*, 58 :203, 1987.
- [78] H.J. KIMBLE, M. DAGENAIS, and L. MANDEL. Photon antibunching in resonance fluorescence. *Phys. Rev. Lett.*, 39 :691, 1977.
- [79] H.J. KIMBLE, M. DAGENAIS, and L. MANDEL. Multiatom and transit-time effects on photon-correlation measurements in resonance fluorescence. *Phys. Rev. A*, 18 :201, 1978.
- [80] H.J. KIMBLE, M. DAGENAIS, and L. MANDEL. Investigation of two-time correlations in photon emissions from a single atom. *Phys. Rev. A*, 18 :2217, 1978.
- [81] P. GRANGIER, G. ROGER, and A. ASPECT. Experimental evidence for a photon anticorrelation effect on a beam splitter : a new light on single-photon interferences. *Europhys. Lett.*, 1 :173, 1986.
- [82] G. GRYNBERG, A. ASPECT, and C. FABRE. *Introduction aux lasers et à l'optique quantique*. Ellipses, 1997.
- [83] H.A. HAUS and J.A. MULLEN. Quantum noise in linear amplifiers. *Phys. Rev.*, 128 :2407, 1962.

- [84] Y. YAMAMOTO and H.A. HAUS. Preparation, measurement and information capacity of optical quantum states. *Rev. Mod. Phys.*, 58 :1001, 1986.
- [85] M. KINDERMANN and Yu.V. NAZAROV. Full counting statistics in electric circuits. *Cond. Mat.*, 0303590, 2003.
- [86] H. LEE and L.S. LEVITOV. Current fluctuations in a single tunnel junction. *Phys. Rev. B*, 53 :7383, 1996.
- [87] M. KINDERMANN, Yu.V. NAZAROV, and C.W.J. BEENAKKER. Distribution of voltage in a current-biased conductor. *Cond. Mat.*, 0210617, 2002.
- [88] S. DATTA. *Electronic transport in mesoscopic systems*. Cambridge University Press, 1995.
- [89] Y. IMRY. *Introduction to mesoscopic physics*.
- [90] R. LOUDON. Non-classical effects in the statistical properties of light. *Rep. Prog. Phys.*, 43 :913, 1980.
- [91] B.J. VAN WEES, H. VAN HOUTEN, C.W.J. BEENAKKER, J.G. WILLIAMSON, L.P. KOUWENHOVEN, D. VAN DER MAREL, and C.T. FOXON. Quantized conductance of point contacts in a two dimensional electron gas. *Phys. Rev. Lett.*, 60 :848, 1988.
- [92] Laurent SAMINADAYAR. *Fluctuations temporelles quantiques du courant dans des nanostructures*. Thèse de doctorat, Université Paris XI, 1997.
- [93] H. HENRY and R.F. KAZARINOV. Quantum noise in photonics. *Rev. Mod. Phys.*, 68 :801, 1996.
- [94] M. PATRA and C.W.J. BEENAKKER. Long-range correlation of thermal radiation. *Phys. Rev. A*, 59 :43, 1999.
- [95] C.W.J. BEENAKKER. Thermal radiation and amplified spontaneous emission from a random medium. *Phys. Rev. Lett.*, 81 :1829, 1998.
- [96] M. PATRA and C.W.J. BEENAKKER. Excess noise for coherent radiation propagating through amplifying random media. *Phys. Rev. A*, 60 :4059, 1999.
- [97] M. BÜTTIKER. Scattering theory of thermal and excess noise in open conductors. *Phys. Rev. Lett.*, 65 :2901, 1990.
- [98] E. BRANNEN, H.I.S. FERGUSON, and W. WEHLAN. *Can. Journ. of Phys.*, 36 :871, 1958.
- [99] M. KINDERMANN and Yu.V. NAZAROV. Interaction effects on counting statistics and the transmission distribution. *Cond. Mat.*, 0304078, 2003.
- [100] G.B. LESOVIK and N.M. CHTCHELKATCHEV. Quantum and classical binomial distributions for the charge transmitted through coherent conductor. *JETP Lett.*, 77 :464, 2003.
- [101] C.W.J. BEENAKKER and M. PATRA. Photon shot noise. *Mod. Phys. Lett. B*, 13 :337, 1999.
- [102] Yu.V. NAZAROV and M. KINDERMANN. Full counting statistics of a general quantum mechanical variable. *Cond. Mat.*, 0107133, 2001.